ESAME
DELLE RIFLESSIONI GEOMETRICHE
PUBBLICATE
DA UN OLTRAMONTANO
PROFESSORE IN ITALIA

Nell'Articolo VII. del Tomo VII. del Giornale de' Letterati, in difesa dell'Articolo XVI. del Tomo V. intorno a i Problemi delle forze Centrali nel Voto, e nel Pieno, contro le impugnazioni fattene nell'Articolo XI. del Tomo VI.

Con quattro formule diverse per la soluzione del Problema proposto dal medesimo in fine delle Riflessioni; la manifestazione, e correzzione degli errori, ch' egli vi hà commesso; certe nuove regole per integrare alcune quantità diferenziali del primo grado; e con una Lettera latina, scritta ad un' Amico, in risposta delle cose dette ultimamente dallo stesso, nell' Articolo xii. del Tomo xiii. del medesimo Giornale.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

IN BOLOGNA, M. DCC. XIV.

Nell' Impressoria di Gio: Pietro Barbiroli, sotto le Scuole, alla Rosa. *Con licenza de' Superiori.*

Domus S. M. Magdalenę Urbis

Digitized by Google

PRESENTATO

Agli Amplissimi Signori

SENATORI

CONTE POMPEO ERCOLANI
CONTE FRANCESCO MARIA SEGNI
MARCHESE FRANCESCO ALBERGATI
CONTE VINCENZIO BARGELINI
CARLO ALFONSO MARESCALCHI
ANTONIO BOVIO

ASSONTI PERPETUI

DEL NUOVO ISTITUTO

DELLE SCIENZE

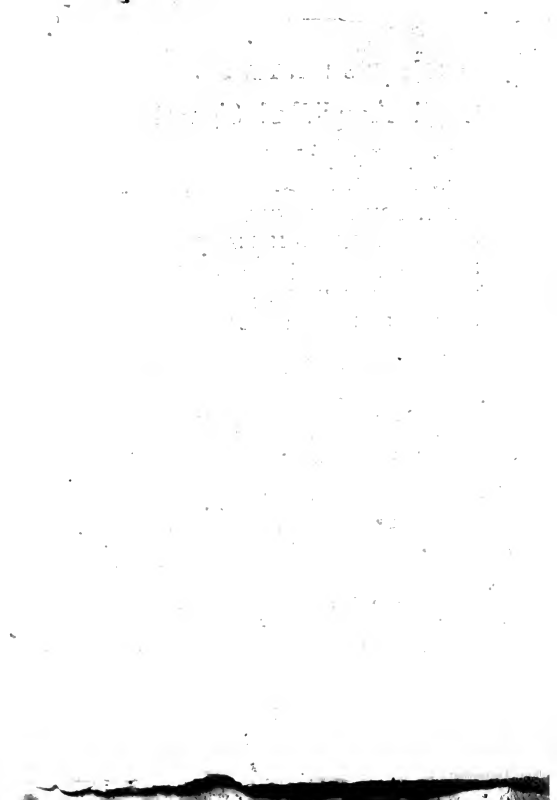
E DELL'ARTI DI BOLOGNA,

ET INDIRIZZATO

ALL'ACCADEMIE OLTRAMONTANE

DA GIUSEPPE VERZAGLIA
PATRIZIO CESENATE.

A 2

BIBLIOTECA NAZ. ROMA

AMPLISSIMI SIGNORI.

SIccome la fondazione del NUOVO ISTITUTO DELLE SCIENZE, E DELL' ARTI, *ha fatto, e farà sempre più conoscere al Mondo tutto, la special premura, e la squisitezza del gusto del vostro Eccelso Senato in promovere gli Studj, ed accrescere lo splendore delle belle Lettere; così l' Elezzione, che lo stesso hà fatto di Voi Amplissimi Signori, per condurre, e regolare un' Opera di tanta importanza, e d' un fregio sì distinto non solo per la vostra Patria, ma per l' Italia tutta; ha manifestato, e dichiarato le vostre degnissime Persone d' una inarrivabile capacità, nelle materie letterarie, e di un genio straordina-*

rio, e pellegrino nell'Arti più decorose, e cospicue. Ed in fatti quali, e quante deggiono mai essere le Doti, e le Prerogative di que' Soggetti, su la prudente, e saggia condotta de' quali, ha creduto di poter quietarsi un Corpo d'un gusto sì fino negli affari delle Lettere, e così geloso del progresso delle Scienze, che non pago dell'Opera insigne d'una sì Celebre Università, che coll'aver proveduto in ogni tempo tutte le parti del Mondo, d'Uomini segnalati in qualunque facoltà, s'è fatta conoscere per abilissima, non solo a conservar l'antico, ma ad accrescere ancora nuovo splendore alle Scienze; ha voluto pienamente sodisfare l'ammirabil suo talento di cooperare all'avvanzamento degli Studj con una nuova Accademia, proveduta a spese, poco meno che regie, di tutti que' mezzi, ò necessarj, ò comodi per un fine sì eminente, e sublime? Bisogna certamente, che sia straordinaria, e sopra la sfera comune, l'abiltà, ed il sapere, di chi ha potuto appagare, & contentare animi cotanto insaziabili nelle materie scientifiche, e nel procurare l'aumento delle cognizioni più cospicue.

Il perche, un Giudizio d'una Radunanza sì grave, ed autorevole; oltre alla Venerazione dovuta al carattere segnalato di Senatore, che possedete comune co' gli altri, v' ha conciliato il rispetto, e la stima debita a Letterati incomparabili, ed a sodi, e profondi Eruditi, e v' ha guadagnato in un modo particolare non solo l'affetto, e l'animo de' vostri Concittadini, ma l'ammirazione, e l'ossequio di tutti quegl'Esteri, alla cui notizia è pervenuto. Io il quale, avvegnache per ragione di nascimento sia del numero di questi, posso non per tanto a cagione d'una lunga dimora, sopra a vent'anni fatta quì, e molto più per l'affetto che porto alla vostra Nobilissima Patria, alla quale deggio il corso de' miei Studj principali, giustamente essere reputato un di quelli, e che per conseguente ho doppio titolo, e di giustizia, e di gratitudine, per essere interessato nelle glorie, non meno del vostro Publico, che d'ogn'uno di voi in particolare; in questa occasione, ho conceputo un grado sì subli-

bli-

blime d' ossequio, e riverenza alle vostre qualificate Persone, che a suo confronto, può passar per nullo quel sommo, che me ne avea per l'addietro istillato, non solo l'applauso comune della vostra condotta singolare ne' pubblici, e privati maneggi, e la fama costante del vostro profondo sapere; ma ancora la propria sperienza, che nelle private Accademie, m' ha fatto toccar mille fiate con mano, la soprafina intelligenza d' alcuno di voi nelle Scienze più recondite, ed il gusto perfetto nell' Arti più nobili, e pellegrine. Questa singolar Venerazione, suscitata in me da un motivo sì raro, e straordinario, e fomentata da un particolar riguardo, che non posso senza una taccia palese d' ingratitudine trascurare, (per esser membro, benche indegnissimo di quella celebre Accademia, la quale è una parte sì strettamente connessa al NUOVO ISTITUTO, *e che per l'addietro non solamente m' ha onorato di volermi impiegato in qualità, ora di Medico, ora di Filosofo, e m' hà per fino alle volte sofferto in carattere di Matematico, e d' Anatomico, ma s' è anche degnata di ricompensare la mia pronta volontà in servirla, colle cariche più segnalate, e distinte, che dia a' suoi Accademici,) non ha ambito mai altro, che qualche propizia, ed opportuna occasione, per farsi pubblicamente conoscere, e per dimostrare alle Signorie Vostre Amplissime, ed a tutta la vostra Patria, la cognizione ch' io tengo, e la stima, che faccio del vostro Merito, e della singolare Inclinazione, che avete pel progresso delle Scienze: Quindi essendomisi presentata questa, per altro a me poco grata occasione, di dover mandar alla luce il presente* ESAME, *fatto alle* RIFLESSIONI GEOMETRICHE, *pubblicate contro di me sul* GIORNALE D' ITALIA; *senza mettermi a scrupoleggiare troppo minutamente su la debolezza dell' Operetta; ho deliberato subito, consagrarla, e presentarla alle Signorie Vostre Amplissime, in attestato di quella profonda osservanza, che vi professo, e dell' alta opinione, che porto alle vostre Doti eminenti. Eccola dunque con-*

 segna-

ſegnata al voſtro autorevole Padrocinio, e ſottopoſta a' Voſtri graviſ-ſimi Giudizj; e giacche la Bontà particolare, che sò, avete per la mia, per altro immeritevoliſſima Perſona, non mi laſcia luogo a temere, che ſiate per rifiutare queſto debole argomento della mia umiliſſima ſervitù; tralaſciando d' offendere la voſtra generoſità, in ſupplicarvi ad accettarla con quell'animo, che ſiete ſoliti a ricevere da voſtri dottiſſimi Concittadini Opre di grido, e glorioſe; interporrò ſolamente le mie ſuppliche, acciocbe non vogliate farvi a miſurare dalla viltà dell' offerta la volontà di chi vi porge il tributo; ma reſtiate ſicuramente perſuaſi, che chi vi preſenta ora tutto ciò, che ſi trova, per tenue che ſia, lo fà con animo sì bramoſo, e volonteroſo di poter corriſpondere adequatamente una volta a' voſtri Incliti meriti, che può ſupplire ad ogni benche grave mancamento, che gli poſſa al preſente aver fatto commettere la povertà del ſuo talento. Vivete felici a voi ſteſſi, a i ſervigj del voſtro Senato, ed al decoro della voſtra Patria.

In-

Insigni, ed Esimj Letterati Oltramontani.

INdirizzo a Voi Dottissime Radunanze, questa rincrescevole fatica, alla quale sono stato necessitato, dall'Autore delle RIFLESSIONI GEOMETRICHE, registrate all'ARTICOLO VII. del TOMO VII. de' NOSTRI GIORNALI. Non credeste però, che con questa piccola, e vile offerta, che vi faccio, io pretenda obbligarvi alla lezzione, non che ad una matura, e ponderata discussione, sì della presente, come dell'altre Scritture, emanate in occasione di questa nostra controversia, per darne il vostro autorevol giudicio, ed una difinitiva sentenza; Imperocche, oltre che, ciò sarebbe uno scioccamente contravenire a tante proteste, che hò fatte, di non aver sì poco rispetto per gli Uomini dotti, di chiamarli Giudici, e volerli Arbitri, in un'affare, che non eccede la capacità de' più teneri principianti; conosco troppo bene, e stimo ugualmente le vostre virtuose applicazioni a profitto del Pubblico, per frastornarle, ed interromperle con simili bagattelle, stese solo ad oggetto di disingannare la povera gente semplice, e messe in luce principalmente per iscoprire a'Giovani inesperti certi inciampi pericolosi alla loro letteraria istituzione. Conseguirò compiutamente il mio intento, se l'Autorità del vostro nome, cui mi arrogo l'onore d'imprimere in fronte di questa operetta, inspirando una riverente, e rispettosa suggezio-

zione del nostro PROFESSORE, membro a me sempre venerabile di qualcuna di voi, e vostro comune nazionale, ò lo costringerà nell'avvenire, a seguitare in questo suo impegno quella maestà, e sodezza di raziocinii, che è il carattere sì proprio de' vostri sublimi intelletti; ò gli scuoterà opportunamente la penna di mano, quando non si scorga in istato di potere dare ad intendere al volgo ignorante, di sostentare il suo credito, senza pregiudicare presso gl' intendenti al vostro decoro. Trà tant'altri partiti, che in questo ESAME hò pigliati, per trattenerlo trà i doveri d'un Uomo veramente letterato, e sforzarlo a corrispondere alla sublimità, e nobiltà del suo impiego; hò stimato il più efficace, e sicuro cotesto; persuadendomi infallibilmente, che dove lo splendore della Cattedra, che tanto l'illustra fra noi, gli hà fatto coraggio a sprezzare il giudicio del Publico, e la novità della materia pellegrina, ed incognita nel nostro clima, l'hà messo in una ferma speranza, anzi in una moral sicurezza, di essere a coperto dalle critiche di chí poco, ò nulla capisce di queste materie; pel contrario la sola apprensione, che gli cagionerà il pericolo di poter cadere sotto le vostre rigorose, e gravi censure; lo deggia obbligare, od a parlar con lode, qual si conviene ad un de' vostri: od a tacersene con vantaggio, secondo il debito di un'animo leale, ed ingenuo, che si senta convinto; E se il ricorso, che hà affettato di fare a quel suo CHIMERICO, ed IMAGINARIO Tribunale degl' INTELLIGENTI, a' quali si rimette, gli hà fatto credere, di poter render plausibile l' ingiustizia della sua causa; abbia il timore d' incontrare in un solo di Voi, un sicuro, e certo Giudice de' suoi detti, a disperarlo; di potere per l'avvenire godere senza rimordimento, e confusione il frutto delle sue mal fondate difese, e de' suoi ingannevoli artificj. Io non sò qual sia per essere il profitto, che trarrà a riguardo di lui, una fiducia sì ragionevole, fondata su la riputazione del vostro nome, e sul concetto, che comunemente si hà, dell' amor sincero, che portate alla verità; quando mi riesca vana, e fallace, rispetto ad ottenermi i fini accennati;

bra-

bramo almeno, che mi ſerva appreſſo di voi di un forte, ed incontraſtabile argomento, della ſtima, che fò del voſtro ſublime ſapere; e del concetto, che hò della riverenza dovuta a' voſtri graviſſimi giudicj.

Per altro, io non penſo di aver a temere, che il ſuono di certi periodi troppo forti, e che in effetto anno un non sò che del gagliardo, de' quali a luogo a luogo mi ſervo contro queſto GEOMETRA; vi abbino ad iſcandalizzare, e mettermivi in opinione di un'Uomo, poco riſpettoſo al venerabil grado di PROFESSORE. Voi ſiete troppo Saggi, e Prudenti, per non confeſſarmi neceſſitato, mal grado tutta la piacevolezza, e civiltà del mio genio, a prorompere alle volte, dopo l'eſempio, che ne hò avuto da lui, in certe forme di dire un po dure, e pungenti. Siccome ſarebbe un' enorme inciviltà, e baſſezza di ſpirito; incalzare, e premere oſtinatamente, qual ſi ſia mezzo letterato, non che un' illuſtre Profeſſore, che innavvedutamente caduto in errore, tentaſſe deſtramente di ſalvare la ſua riputazione, con qualche ripiego, ſe non vero; ingegnoſo almeno, e modeſto; così qualunque atto di più fina corteſia, degenererebbe in iſchieta millenſagine, ed in pura inſenſatezza, ſe foſſe uſata verſo chi, ben lungi da meritarſela, ſupplendo a' difetti dell' intelletto, con tratti gentili, ed obbliganti della volontà; non iſtudia altro, che naſcondere i proprj errori ſotto termini oltraggioſi, e provocanti, vomitati con un'eſtrema ſicurezza, ed una mirabil baldanza, in luogo di ſode, ed evidenti dimoſtrazioni; Anzi io ſono di ferma opinione, che ſarebbe un'offendere apertamente la carità; ſe traſcurando certe correzzioni, concepute in termini abili a ſcuotere, chi non ſi riſente agl'interni rimordimenti della propria coſcienza; ſi laſciaſſe miſeramente in iſtato, di proſeguire impunemẽte a violare tutte le leggi della giuſtizia; non ſolo opprimendo a man ſalva la verità conoſciuta; ma inſultando co' modi improprj, e biaſimevoli, chi ſi adopra per vendicarla, e difenderla: Tanto ci dettano le regole di una condotta ragionevole, quando chi pecca, non potẽdo ſofferire di eſſere moſtrato in errore, dà nelle ſmanie, e più an-

Objurgationes etiã nonnunquam incidunt neceſſaria, in quibus utendum eſt fortaſſe, & vocis contentione majore, & verborum gravitate acriore. Cic. 2. de offic.

Sic ad hoc genus caſti-

gandi rarò invitique veniamus: nec unquam nisi necessariò, si nulla reperietur alia medicina. ibid.

ansioso di conservarsi in credito con vane, ed ingiuriose dicerie appresso il vulgo sciocco, che di meritarsi il compatimento degl'intelligenti, con un prudente silenzio; non lascia luogo a sperare di poter ottenere per altra strada più piacevole, e mite, il suo correggimento; E tanto hò da credere, che in somiglianti occasioni, che nè spesso, nè facilmente si presentano, praticherefte prudentemente ancor Voi, appresso de' quali bramo, che una sì scrupulosa giustificazione del mio procedere, vaglia per un vivo attestato del rammarico, che pruovo, in vedermi costretto a tradire apparentemente quella interna riverenza, che professo allo stesso nome di PROFESSORE, ed il rispetto, che porto, e sempre porterò all' insigne sua carica; a cui senza pregiudicare in minima parte, hò creduto di potermi alle volte servire di quelle forme un po forti, alle quali egli prima col suo esempio mi hà invitato: Vivete sani, e felici, e conservatevi al progresso delle Lettere, ed al profitto de' Letterati.

A chi

A chi Legge.

El ritorno, che feci trè anni sono di Germania, trà innumerabili argomenti di consolazione, che incontrai, rivedendo la Provincia nativa; uno de' più segnalati, e distinti fù quello, che mi porse, la notizia, che ebbi, di essersi in Venezia ripigliato il sempre lodevole, e tante volte interrotto istituto, di pubblicare il GIORNALE DE' LETTERATI. L'avere per pruova conosciuto, che infelice concetto, abbino della Letteratura Italiana in certi luoghi di là da' Monti, e quanto ci credano alcuni, rilassati ne' costumi: niente curanti della cultura delle Scienze: e totalmente allo scuro di quelle nobili cognizioni, colle quali i nostri gloriosi Antenati, anno sempre istruito tutte le altre Nazioni; mi hà fatto più volte conoscere la necessità, e deplorare la mancanza, di un mezzo sì proprio, ed efficace, per ismentire la malizia di chi ci predica così neghitosi, ed inetti; e per disingannare la semplicità, di chi si lascia infondere un' opinione sì pregiudiciale al nostro credito, e sì ingiusta, e svantaggiosa pel nostro Nome. Perche non saprei a bastanza spiegare la gioja, ed il contento, che mi arrecò la generosa industria di que' VALENTUOMINI, che anno intrapreso un'assunto tanto onorevole, di fare questa giustizia alla Verità, e di prestare un sì debito ufficio alla Nazione; palesandoci per ancor capaci, se non di superare, almeno di stare a fronte, di chi una volta ci rispettava come Maestri, ed ora nelle Scienze, ci hà in conto di que' barbari, che erano essi, sì nel sapere, come ne' costumi; quando vivendo sforzati, ma fortunati nostri sudditi, ricevevano da SENATOCONSULTI DI ROMA, la moderazione delle loro barbare Leggi, e da' nostri studj, i fondamenti di quelle Doti, che molti di loro sanno far così strepitosamente spiccare, e tanto ingratamente valere, anche a costo del nostro credito. A bello studio dissi, *molti di loro*; perche non è già da persuadersi, che i Soggetti veramente Dotti, che in gran copia sono di là da' Monti, sentano sì bassamente di Noi, che ò ci sprezzino, ò c'insultino; anzi al contrario; modestamente ci stimano, forse anche più di quello, che siamo, e per gratitudine ci venerano per quello, che una volta già fummo; ingenuamente rico-

no.

noſcendo il loro eſſere dalla noſtra antica Dottrina , e lo ſplendore della propria gloria,da'lumi acceſi loro,da'noſtri inſegnamenti; e candidamente confeſſando, Che ſenza i noſtri Maggiori, non fiorirebbono adeſſo trà loro tant' Uomini di Grido, e Che ſe non foſſero ſtati (per non uſcire della noſtra materia, e per parlare de' tempi a noi più vicini) i GALILEI, i CAVALIERI, ed i BORELLI, non ſarebbono ora , i VALISII, i NEUTONI, ed i LEBNIZII.

Tutto il diſcapito, che ſoffériamo appreſſo loro,pel concetto, che anno sì baſſo, e vile della noſtra abilità; proviene da certe teſte mezzanamente erudite, che credendo ſol mondo letterato, que'quattro palmi di terra,ove viſſero miſeramente tutti i ſuoi giorni ſepolti, imbevuti al più di qualche cognizione d'avvenimenti moderni militari; ci credono così infievoliti d'intelletto, come ſiamo ſnervati di braccio; e falſamente miſurando il noſtro valore nelle materie letterarie, e la noſtra capacità nella condotta de'ſtudj, dalla facilità, che incontrano nel venirci a lor talento adoſſo coll'armi; non ci ſtimano da tanto di contraſtar loro quella gloria nelle Scienze, che sì vilmente ci laſciamo torre di mano nell'arte di militare. Queſta mal nata, e ſiniſtra opinione, che anno di Noi, viene ſenza dubbio, e mantenuta, e fomentata dalle relazioni di alcuni loro *Dottori di baſſa lega*; ò dimorati ne i noſtri Paeſi; ò che per queſti anno qualche tempo viaggiato; i quali non avendo altro capitale per apparir grandi,che l'arte di alzarſi ſopra le ruine degli altri; vilmente s'ingegnano di conciliare ſplendore al proprio nome, coll'oſcurare,e deſtinguere la fama del noſtro.Frà queſti io ne hò conoſciuto Tale,che di gran lunga ſopra il ſuo merito, orrevolmente eſaltato da' Noſtri, ed onorato con diſtinzione; di rado ſcrivea lettere, (ed eran ſempre miracoli del credito di ſua perſona) che non foſſero guernite di qualche tratto giocoſo ſopra la noſtra ſimplicità nelle materie ſcientifiche:trà le altre,due me ne capitarono con mia ſomma confuſione alle mani: una ſcritta ad un'amico a *Parigi*, e da queſto puntualmente communicata ad un'altro ſul *Renó*, e l'altra coſtà a dirittura inviata; nelle quali il *ſemplicetto:* od ingannato da qualche ſiniſtra informazione di un maligno invidioſo; ò ſtimulato dal genio loro naturale, di mantenerci per ſuo vantaggio ſcreditati; ſempre indegnamente rivolgendo il noſtro beneficio in noſtra onta; ci dipingeva così diſgraziatamente informati delle coſe dell'*Algebra*, e della *Critica*, de' Manuſcritti *Antichi*, che aſſeriva: uno de' noſtri ſegnala-

la-

latiſſimi ingegni, ſtato gravemente eſpoſto al pericolo di eſſere da un Maeſtrato per Profeſſore di *arte Magica* condannato, a cagione di aver pubblicato un'eccellente trattato di *Geometria più recondita*; e ſi faceva giuoco di certi Uomini Religioſi, che poſſeditori di un non mi ſovviene qual ſtimatiſſimo antico manuſcritto, l' ebbero ſempre, per un' altra (da lui nominata) ridevole *pergamena*; fin tanto che, la ſorte li cavò fortunatamente d' inganno, coll'avviſo porto loro, da un'erudito paſſaggiero *Oltramontano*, che li avvertì del prezioſo teſoro, che ſenza ſaperlo poſſedevano.

Tale è il concetto, nel quale ci hà, e cerca con ogni ſuo sforzo di mantenerci la *feccia*, (dirò così) de' *Letterati* di là da' Monti; ſiccome, non ſolamente può facilmente conoſcere, chi hà occaſione di ſoggiornare frà loro; ma ancora chi ſi diletta, ſenza viaggiare, iſtruirſi colla lezzione delle loro Scritture; dalle quali or piu, or meno, ſempre trappella qualche ſcintilla di queſto ſpirito, noſtro competitore, che dir potrei, forſe con più verità, noſtro oltraggiatore. Io hò voluto abbozzarne un'Idea ſchietta, e diſtinta; non tanto per iſpiegare, e paleſare la cagione di quel indicibil contento, che concepii, nel vedere nuovamente introdotto un rimedio tanto opportuno pel riſtoramento del credito del nome *Italiano*, quale è la pubblicazione del *Giornale de' Letterati*; e così far ſpiccare ſempre più il merito, che anno appreſſo la noſtra nazione quegl' *Illuſtri Soggetti*, che ne anno preſo l' impegno; quanto per giuſtificare anche appreſſo di qualcuno de' Noſtri, la mia condotta, nella Letteraria conteſa, nella quale mi truovo impenſatamente occupato coll'Autore delle *Riflessioni Geometriche*; Imperocche, eſſendovi, chi mi hà tacciato di troppo teſtardo, e di ſoverchiamente rigoroſo, nel così prontamente replicare ad ogni ſua difeſa, fin a voler far credere, che io mi faccia un divertimento, di procurare con nuove iſtanze, che queſto povero *Profeſſore*, vada ſempre più, ad illacciarſi, ed involgerſi in maggiori anguſtie, ed in più intricati laberinti; ſpero, che per le coſe dette, ſarò purgato da un ſoſpetto d' un intenzione, sì lontana, ed aliena dal mio genio; e ſarà conoſciura per neceſſaria, e ragionevoliſſima quella condotta, che prima ſi condannava, come troppo ſevera, ed indiſcreta. Io certamente, non mi truovo così ciecamente invaghito del nulla, che ſono; che pazzamente mi perſuada: dependere la gloria, ed il credito del Nome degl' *Italiani*, dalla felice, od infelice riuſcita delle mie particolari contro-

ver-

verfie letterarie; ficche fia neceffario, per foftener quello, impiegare ogni sforzo, e metter oftinatamente in opra tutta l'arte per condurre a fine con vantaggio cotèfte. Quando per mia mala forte, viveffi in un' inganno sì miferabile, e mi mancaffe ogni altro argomento per farmi conofcere la vanità di una sì mal fondata opinione; lo fteffo *Giornale de' Letterati*, che ogni giorno ci mette in vifta tanti gloriofi Soggetti, capaci non folamente di foftentare; ma di promovere, ed accrefcere in ogni forta di Scienza il decoro della noftra Nazione, farebbe baftevole a convincermi della debolezza di mia prefunzione: Lo sforzo folo, che hà fatto, e lo ftudio, che hà impiegato una perfona collocata in un grado sì eminente, e fublime, per ufcire almeno apparentemente fuperiore di quefta contefa, con mettere anche fino a sbaraglio il fommo credito, che gli hà conciliato un' impiego sì gloriofo; avendomi fatto credere, che da una vittoria procurata a prezzo sì caro, egli fi fia promeffo ben altra gloria, che la tenue, e vile di trionfar di me folo; mi hà fatto parer neceffaria la rifoluzione, che hò prefa, d' impiegare tutte le forze, ed impegnar la mia oftinazione per contraftargli un vanto, qualificato da lui fteffo con tante premure, e sforzi sì poderofi, per cofa di altra confeguenza, che quella, che avrebbe portato feco un particolar vantaggio, riportato con la mia povera perfona, di neffun nome tra' letterati. Per venir chiaramente in cognizione della fingolar premura, che hà avuto di gloriofamente riufcir trionfante in quefta mifchia letteraria, bafta farfi a leggere le cinque *differtazioni*, che abbiamo alternativamente pubblicato, ful *Giornale de' Letterati* a quefto propofito; ma perche forfe la prefente fcrittura, potrebbe capitare in mano di chi: ò non fi voleffe pigliar quefta briga: ò non foffe proveduto di quello; fparmierà a quelli il tedio, e fupplirà alla mancanza di quefti, una chiara, e veridica iftorietta di tutto il filo, e dell' origine di quefta contefa; ed eccola in fuccinto.

Pubblicò nel *Tom. II.* del *Giornale de' Letterati d'Italia all' Articolo XV.* il Sig. *Gian Jacopo Ermanni da Bafilea*, che è il *Profeffore* di cui fi parla, la foluzione del problema in verfo delle *Forze centrali nel voto*; colla quale non folamente comprendeva quel unico cafo particolare, nel quale fi prefuppongono *le forze in reciproca ragione de' quadrati delle diftanze del mobile, dal centro delle medefime*; ma fi proteftò ancora apertamente alla *facia* 460. di parlare *di quefto folo cafo fpeciale*; *mentre il Problema generalmente non fi potrà forfe mai fcioglierc*, aggiun-
gen-

gendo di più; effergli ben noto, *che il Sig. Neutoni ha data una certa tal qual erudita foluzione di quefto Problema nella propof. 41. lib. 1. princip. natural. pag. 127. ma non conftargli poi in qual maniera fi poffa dedurre: che le fole fezioni del cono poffano fodisfare al problema*: Ora abbattutomi per mio fommo infortunio in quefta *differtazione*, e vedendo la falfa opinione nella quale egl' era, circa la foluzione generale di quefto elegante problema, per altro degniffimo della confiderazione de' *Geometri*, ftimai a propofito di darnela in trè maniere diverfe, ogn'una delle quali, qualunque foffe la *ragione delle forze*, compiutamente fodisfaceffe al quefito; e l' efeguii nell' *Articolo 14. del Tomo 3. dello fteffo giornale*; coll' applicare ancora d' avantaggio i *Simboli* del calcolo *differenziale* alla fottiliffima foluzione del Sig. *Neutoni*, cavandone la fteffa equazione, che io ne aveva dato per l' altre ftrade; e ciò non folo ad oggetto di far conofcere al noftro *Profeffore*, ch' ella era ben' altro, che *una certa tal qual erudita foluzione*; ma ancora, acciò che da quella poteffe facilmente con gli altri, venire, in cognizione del modo, che poteva aver tenuto quefto grand' Uomo per *dedurre, che le fole fezioni del cono potevan fodisfare al problema*; applicando la generale equazione al fuo cafo fpeciale delle *forze in ragion reciproca duplicata delle diftanze*; giacchè cavata l' equazione *differenziale*, la cofa è tanto facile, che niente più vi bifognava per metterla in chiaro: Ed in tutto ciò mi governai con tanta moderazione, e procedetti con un sì fino rifpetto, che ben lungi d' efaggerare, come io poteva, la fua poca deftrezza nel capire, tanto la foluzione generale del problema, quanto quella del Sig. *Neutoni*, che lo portava dirittamente ad intendere ciò che egli fi proteftava di non capire; cioè come poffa dedurfi, che le fole fezioni del cono poffano fodisfare al problema; dimoftrai il mio affunto, fenza in neffun conto nominarlo, come sè; od egli non aveffe mai parlato di ciò; od io non aveffi mai veduto, ciò, che ne ave a egli antecedentemente fcritto; lufingandomi di poter incontrare con quefta civile, e piacevol maniera, la fodisfazzione del Pubblico in una fpeculazione fi fegnalata; fenza obbligar lui, à palefare la paffione, e l' amaritudine d' animo, che fuori d' ogni dubbio gli avrebbe cagionato un argomento fi chiaro della fua poca abilità in quefte materie: Mà tutto fù niente, e cadde in vano un induftria così amorevole, e rifpettofa; perciocchè, egli avendo forfe, per una lefione del fua *dignità Profefforia* il crime da me commeffo, in comunicare al Pubblico quella

Digitized by Google

soluzione generale, che egli avea dubbitata *impossibile*; ed in mostrare, una perfetta, ed elegãtissima speculazione, quella del Sig. *Neutoni*, ch' egli avea nominata *una certa tal qual erudita soluzione;* col didurne senza alcuna difficoltà, ciò ch' egli s' era protestato di non intendere; cioè, che le sole sezioni del cono, sodisfacevano al suo accennato caso speciale; uscì per la seconda volta in campo coll'*Articolo 16. del Tomo 5.*, e v' uscì con un' aria sì altiera, e sì brusca, che ben mostrava lo sdegno conceputo per la pubblicazione di quella mia *dissertazione*; perche in luogo d' alleggerire il suo fallo, con una schietta, ed ingenua confessione, d' essersi, (se pure gli pareva d' esprimersi così) per inavvertenza ingannato, nell' avere sopra ciò, sì risolutamente proferito; od in vece di rendere più comendabile colla modestia dello scrivere, la soluzion generale, che dopo vedute le mie, era per dare; saltò fuori con una stravolta *interpretazion* de' suoi detti, ove disse, *Che la soluzione generale non sarebbe forse mai stata possibile*; Successivamente millantando Che quando la *curiosità*, non l' avesse portato ad isciorre il problema, solamente in quel caso speziale, avrebbe coi *medesimi principi di metodo, potuto trovare con tutta la facilità possibile, una soluzione generale*; e poco meno che, apertamente insultandomi, per aver pronunziata quella facilità di *dedurrre le sezzioni del cono* dopo averlo egli eseguito, con un longhissimo, e laboriosissimo calcolo. E perchè l' essermi abbattuto recentemente in certe scritture *Oltramontane*, che andavano ricocendo, il problema di trovare la *forza centrale nel Cerchio*, e simili già vecchie, e rance speculazioni, mi porse occasione nello stesso *Tomo* 3. d' invitare, ed allettare i *Geometri*, a rivolgere le considerazioni allo stesso problema; mà veduto sotto una nuova faccia; col propor che feci loro da cercare. *La forza centrale requisita ad un mobile, per descrivere una data curva nel pieno, con una legge data di ressistenza, è densità variante;* Egli (ed in ciò laudevolmente) messa la mano all' opra; non contento della soluzione del proposto problema, poggiò generosamente più innanzi, presupponendovi due *forze*, che tendino à due punti diversi; e giunto alla soluzione per una strada, che ei si persuadeva legittima; perche questa nel caso mio particolare, lo portò à due *equazioni esponenziali* diverse in apparenza da quelle, ch' io avea già date, nell' esporre, ch' avea fatto il problema; si fece francamente à condannarle, come in *nessun caso possibili à venire*: Nel che certamente, è più degno di compassione, che di biasimo; non potendosegli giustamente attribuire

à man-

Digitized by Google

à mancamento; che bonamente credendo d' avere perfettamente soluto l' uno, e l' altro problema, e fortunatamente scoperto l' errore da me commesso nello scioglimento d' un quisito, ch' io stesso avea pubblicamente proposto; secondasse l' impulso, che gli dava l' amore della propria gloria, ed il desiderio d' una dolce vendetta; mostrandosi con quella replica, non solamente capace, (benchè un poco troppo tardi quanto alla prima) di felicemente riuscire nell' una, e nell' altra soluzione; mà ancora di mettere in vista gli miei occulti sbaglj: Anzi bisogna confessare, che in tanto giubilo, quanto era quello, nel quale è facile persuadersi, che lo mettessero due si opportune soluzioni, accompagnate da una si fortunata scoperta; si contenne meco assai piacevolmente, senza obliar se stesso, e trappassare i limiti di quella soffribile amaritudine, d'animo, che mostrò colla accēnata *interpretazione*, e cō quella baldāzosa millanteria; Mà quādo si vide dalla mia nuova replica pubblicata nell' *Articolo* 11. *del Tomo* 6. *de' Giornali*; non solamente scoperto, e palesato per sostenitore in quella sua *interpretazione* di dottrina contraria alla comunal *de' Geometri*: ingiuriosa à più segnalati soggetti trà quelli: ed opposta direttamente alle stesse sue speculazioni, anni sono mandate alla luce; mà ancora evidentemente convinto, di non aver, ne capita la soluzione del Sig. *Newtoni*; ne conosciuta una verità sì manifesta agl' occhi stessi, di potersi didurre da quella senza alcuna difficoltà le *sezioni del cono*, e d'esser miseramente caduto in un manifestissimo *paralogismo* nello scioglimento del mio problema, ed in una precipitosa, e cieca condannagione delle mie formole; quando (dissi) si vide convinto di sì gravi errori, e di tanta inconsideratezza; non si tenne più à segno; mà scorgendosi privato di quella doppia gloria, d' essersi mostrato ugualmente, e valente *Geometra*, e perito *Critico*; la quale probabilmente gli avea mitigato il dolore conceputo per la mia *differtazione*, e sofficientemente reppresso lo sdegno, che a cagion di quella l'agitava; ruppe violētemente ogni misura; *ralenta quel furor, ch' avea raccolto, e l' impero di se libero cede al duol già fatto impetuoso* comparendo di nuovo in pubblico con quell'ultima sua *differtazione*, registrata nell' *Articolo* 7. *del Tomo* 7. *de Giornali* predetti; la quale è l' obbietto di questo nostro *Esame*.

In questa quali siano l' espressioni ch' egli usa per esaggerare la mia ignoranza; qual l' arte della quale si serve per cercare di mettere in redicolo quelle opposizioni, che più lo toccano sul vivo, e divertire altrove il discorso à cose affatto aliene dal nostro proposito; per non obbligarsi

 alla

alla soluzione di quelle, e baldanzosamente far sembianti d' averle disciolte: e quanta sia la premura, e la smania, ch'egli si dà, per conciliarsi almeno l'apparenza, d'avermi con tante ciarle convinto, e con si lunghe dicerie, o sodisfatto, ò confuso; siccome facilmente si conoscerà dallo scorrere questa mia replica; così si confesserà come spero giusta, ed ispediente la mia risoluzione, di contendergli quel vanto, al quale (come dicevamo addietro) fà conoscere di mirare con tanti sforzi, e con artificj sì improprj. Ed avvegnachè non vi sia chi possa ragionevolmente mettere in dubbio; Che qualunque altro Soggetto trà Noi, per debole, e fiacco che fosse, cui la mala sorte avesse presentata l' occasione di perdere infelicemente il suo tempo in questa miserabil contesa, non vi fosse riuscito incomparabilmente meglio; oso tutta via credere, & ardisco fermamente asserire, che à nessuno forse era questo impegno, ne più convenevole ne più addattato, che à me; come quello, che lontanissimo da ogni sospetto, o di *mal' animo*, o d' *ambizione di gloria* nel contrastargli la tanto sospirata corona, sarò facilmente creduto, scrivere pel solo amore della verità, e per puro affetto, che porto alla giustizia. In questo laudevol concetto, ho da sperare, che mi deggia perpetuamente mantenere, la mia passata condotta, colla quale à tutto il Mondo hò fatto chiaramente vedere la stima, ed il credito nel quale hó questa *Oltramontana Nazione*; e quanto poca s'parte usurpi nelle mie letterarie fatiche, la vanità d' acquistarmi alcun vanto; mentre impossessatomi già delle più pellegrine notizie, che s' avessero del *calcolo differenziale*, e svelati quasi tutti i più reconditi artificj, adoperati da *Geometri* nelle soluzioni de più eleganti problemi, ne ritrovando più su i libri con che alimentare la mia brama insaziabile d' internarmi in queste materie; non solamente mi risolsi con tante spese, e sì gravi incommodi, d'espormi à tutte le difficoltà, prevedute, e non prevedute nel passaggio di là da' Monti, giudicando di ritrovarvi tesori ancor nascosti, e persuadendomi, che ivi se ne sapesse ancor più di quello, che fin all'ora era noto; ma dappoi mi sono mostrato così disinteressato, ed alieno da qualunque si fosse per essere quella poca gloria, che potesse conciliarmi questa inusitata risoluzione; che pubblicamente, fuori di pericolo di mai pentirmi, ne rinunciai fino l' ombra; senza ne pur ritenermi la minima parte del frutto, che mi poteva provenire da quelle mie antecedenti fatiche, colle quali m' era assai inoltrato in questo mondo nuovo; circostanze, che siccome mi palesano per af-

fatto esente da que'due fortissimi ostacoli, *d'odio*, e d'*interesse di fama*, che sovente impediscono lo scrivere spassionatamente; così faranno conoscere questo mio *Esame* per un puro, e sincero effetto di quel amore, che devesi alla verità; e molto più di quella gelosia, che s' hà d'avere del profitto della Gioventù, esposta così palesamente al pericolo d'essere nella sua istruzione infelicemente imbevuta di principj falsi, e di dottrine erronee. Nè à questa opinione di disapassionato, che giustamente mi si deve, ha da pregiudicar punto, qualche maniera un poco forte, e piccante, della quale può sembrare, ch' io mi serva nel corso di questa scrittura; Tutto il motivo, ch' hò avuto d' uscire alle volte di quella moderazione, che m' era proposto sul principio di questa controversia, e che hò specialmente usato nel *Tomo 2.* de *Giornali*, persuadendomi d' avere a fare con un *perito Professore*, incautamente caduto in isbaglio; altro non è stato, che il tedio, e l' impazienza, ch' ho provato, in dover perdere miseramente il mio tempo, impugnando, e manifestando tante leggerezze puerili, ed artificiuoli sì sconvenevoli; co' quali s' è fatto ostinatamente à voler diffendere gli passati mancamenti; Perche per altro, quelle sue forme di dire, così smoderate, ed improprie, che gl' hà fatto vomitare contro di mè, il cordoglio d'essere scoperto sì infelicemente istruito nella materia, che professa; non essendo avvalorate da nessuna dimostrazione, che solamente le renderebbono agre, ed intollerabili; m'hanno lasciato in una tranquilissima pace; senza mettere in pericolo la mia debolezza di manifestarsi, col rendergli per vendetta la dovuta pariglia. Nel rimanente, qual fosse la disposizione, colla quale io mi accinsi à condur questa disputa, si può facilmente vedere, e dalla prima mia *dissertazione* pubblicata nell' *Articolo* 14. *del Tomo* 3., e dalla seconda registrata nell'*Articolo* 9. *del Tomo* 6. *de' Giornali*, nelle quali hò avuto tanta gelosia, e sì gran riguardo, di non pregiudicare, ed offendere la persona di *Professore*, che appresso di noi veste questo *Oltramontano*; che non solo in quella dimostrai falsa la sua opinione, e vani i suoi detti, senza in maniera alcuna nominarlo; ma dovendo asserire in questa, e concludere in vigore delle dimostrazioni precedute, non aver egli intesa quella, che chiamò una *certa tal qual erudita soluzione del Signor Neutoni*; stimai bene di *decentemente tacerlo*. Anzi perche nel mio Originale m'era uscito della penna, un' *lasciarsi sedurre*, ed un *correggersi*, che sembrò a Signori *Giornalisti di Venezia*, ch'andasse a ferire troppo sul vivo la dignità del loro *Professore*; Io non solamente

B 3 die-

BIBLIOTECA ROMA

diedi loro ampliſſima facoltà di cambiarſi a ſuo talento; ma rimiſi pienamente in ſuo arbitrio, di mutare, aggiungere, e levare qualunque ſi foſſe periodo in quella *diſſertazione*; Nel che certamente, io non credo d'aver potuto procedere, ne più civilmente, ne più generoſamente; onde tanta maggior maraviglia, per non dir più grave ſcandalo, potrebbe cagionare, in chi sà giudicare di certi tratti dilicati, il ſapere, che queſti Incliti Letterati, hanno ſtimato convenevole di contracambiare una mia sì riſpettoſa condeſcendenza, non ſolamente col laſciar paſſare ſul *Articolo 7. del Tomo 7.* tutto ciò, ch' è piacciuto di dire al loro *Profeſſore*, per ſupplire colle parole à quanto gli mancava nelle dimoſtrazioni, per eſaggerare la mia ignoranza; ma ancora con rigettare un mio *ſchediaſma* d'altra materia, cui era anneſſo un ſimpliciſſimo *avviſo* dato al Pubblico, intorno al preſente *Eſame*, han unito a que la oculare dimoſtrazione, che riguarda il *ſaggio*, ch' avea dato del proprio ſapere di quattr'anni ſono il ſuo *Profeſſore*, la quale ſi legge al *Capitolo 3.* il cui ſtilo laſcierà facilmente giudicare agl' indifferenti, e diſappaſſionati, ſe dopo tutte quelle, che hanno laſciato così sfrenatamente correre ſull' *Articolo 7. citato*, foſſe sì riſolutamente da rifiutare.

Avvi-

Avviso dello Stampatore.

PEr maggior comodo della Stampa, s'è creduto a proposito, d'esprimere certe quantità *Algebraiche*, in maniera diversa dall'usata comunemente per l'addietro; E perche la novità dell'espressioni non disturbi, chi legge, eccone la spiegazione.

Ogni quantità di quante lettere esser si possa, che si veda chiusa tra due punti, significa un'*esponente* della lettera, che la precede, come in queste espressioni: $y.n;$ $y.n+1;$ $a.n+p;$ $x.n+m+1.$ le n, $n+1$, $n+p$; $n+m+1$, che si trovano trà due punti, significano gl'*esponenti* delle lettere y, a, & x, e le quantità, ch'indi ne risultano, vagliono, y elevata alla *potestà nesima*, o pure a quella, di cui l'*esponente è* n, od $n+1$:, a elevato a quella, di cui l'*esponente è* $a+p$:, ed x a quella, che ha per *esponente*, $n+m+1$. Quando dopo il secondo punto, ritrovasi una *coma*, seguita da altre quantità; le quantità, che sieguono, : o multiplicano, se non hanno altro segno, o dividono la precedente, se secondo la consueta espressione, sono precedute da due punti. Per esempio $y.n+1;$ $x.m+p;$ significa la lettera y elevata alla *potestà*, di cui l'*esponente* è $n+1$, essere multiplicata per x, ch'hà per *esponente*, $m+p$: Quest'altra $y.n+1;:$ $x.m+p;$ denota y elevata alla stessa *potestà* di $n+1$, divisa per x, di cui $m+p$, sia l'*esponente*; Se la lettera, che moltiplica la quantità precedente non hà *esponente*, si tralascia la coma; onde $y.n.dx$, denota y, di cui l'*esponente* è n, multiplicata per dx, così dell'altre. Con lo stesso principio d'espressioni, $y.n+1;:$ $b+c$, $x.m+p;:$ $n+m$, significa y il cui *esponente* è $n+1$, esser divisa per $b+c$, e multiplicata in x elevata alla *potestà* $m+p$, e divisa per $n+m$; Così parimenti in questa quantità $y.cn:b,+n.$, che ha per *esponente* $cn:b,+n$, la virgola, che siegue la lettera b, significa, che ella sola divide cn, quando, se manca, significa che la cn è divisa per ambedue i membri del *binomio* $b+n$; come se fosse $y.cn:b+n$. Lo stesso si deve anche intendere delle quantità *multinomie* elevate a qualche *potestâ*, le quali sendo tutte sottoposte ad una linea; averanno l'*esponente*, espresso come di sopra, come per esempio $\overline{ab+ce+fg}.n.$, dinoterà la somma delle quantità, poste sotto alla linea, elevata tutta alla *potestà nesima*, nella

 qua-

quale se *n* è una frazione, la *potestà* dinoterà una *radice*, come se $n = 1:2$, la quantità $\overline{ab + cc + fg}$. 1: 2., esprimerà la *radice quadrata* della quantità, che si trova sotto la linea, onde generalmente $\overline{ab + cc + fg}. 1: n+p$. significherà la *radice* $n + p$. della quantità, che la precede; e così di tutte l'altre espresioni, delle quali si spera, che l' esercizio ne agevolerà l' uso, come è accaduto di tant' altre usate da *Geometri*, per comodo della Stampa. In ogni caso, chi nel servirsene calcolando, inconrasse qualche scomodo, può stendersele in carta alla maniera consueta per isfuggire quella poca difficoltade, che possa apportargli questa novità per altro, tanto, non solo facile, ed ispedita, ma comoda per li Stampatori, costretti bene spesso a guastare l'ordine, e la simetria delle Impressioni più pulite, e nette, con tanti spazi vacui, che inevitabilmente si producono dalle espressioni consuete.

Finito già l' *Esame* è paruto all'Autore di preporgli le principali dissertazioni, delle quali si tratta, stampate sù diversi *Tomi* de *Giornali d'Italia*, per non obbligar chi lo vorrà leggere attentamente, a ricorrere sempre con suo scomodo ad un testo separato dall' Operetta. Ed essendo che, le sole trè ultime sono quelle, sopra le quali più copiosamente si scrive, e si discorre, ha stimato sufficiente portar solamente queste, per non ingrossar senza necessità troppo il Volume, e perche nel ricopiarle, gli sono a luogo, a luogo cadute dalla penna certe postillette, per eccittare a que' passi l'attenzione di chi legge; queste potranno anche servire agl' Intelligenti (non bisognosi di tante parole, quante se ne fanno nell' *Esame*) d'una intiera, e perfetta impugnazione, e risposta alla scrittura del *Professore*. Nel citare i passi di queste *dissertazioni*, non s'avrà alcun riguardo al numero del *Tomo de Giornali*, ove si ritrovano; ma solo alla faccia di questo libro, alla quale si leggeranno. Accadendo però di portare qualche testo delle prime due, che non hanno quì luogo, si noterà il *Tomo*, è la *faccia* del predetto *Giornale*, ove sono stampate. Vivete felici. Addio.

AR-

ARTICOLO XVI.

DEL TOMO V.

DEL GIORNALE DE LETTERATI D'ITALIA.

Continuazione dell'Articolo xv. del Tom. 2. di questo Giornale, ovvero soluzione generale del Problema inverso delle Forze Centrali, per via del metodo ivi proposto, e solo applicato ad un'ipotesi particolare. Con l'aggiunta d'una soluzione d'un altro Problema più generale, toccante le Forze requisite ad un mobile, per descrivere in un mezzo fluido, e resistente, (qual si sia la legge delle resistenze) una data curva del Sig. GIO: JACOPO ERMANNO, *Pubblico Professore di Matematiche nello studio di Padova.*

OGn'uno per poco versato, che sia nelle matematiche, resterà d'accordo, che la teoria delle forze Centrali del celebre Ugenio primieramente proposta, da diversi poscia grand'Uomini, ormai sia non solo chiaramente spiegata, ma altresì di varie notabilissime speculazioni di modo accresciuta, che pare, che a loro nobili ritrovamenti in questa materia aggiunger nulla si possa. Per ciò a molti sarà forse paruta soperchia la nostra briga di dedurre, nel *secondo Tomo* di questo *Giornale*, da primi suoi principj, tal dottrina, come se da altri mai più non fosse stata maneggiata. Sò molto bene, ch'avrei potuto far di manco, s'avessi avuto in mira di regalare con qualche scoperta sublime, e strepitosa i Maestri dell'Arte; ma come la mia intenzione, non fù tanto di scrivere per questi, quanto di trattenermi con quegli, che in queste cose Fisicomatematiche meno inoltrati; ma bensì di esse dilettanti, non hanno la comodità di leggere quelle Opere, ove di queste materie a bella posta si tratta; quindi è, che per questi hò premesso le cose sul proposito delle forze centrali, non gia come nuove, poi-

poiche da altri, sovente dimostrate le dissi, ma come necessarie per intendere quanto io era per dire, circa l'inverso problema di queste forze, Imperoche la * scarsezza del mio talento, nulla suggerendomi, ch'io credessi degno d'esser proposto agl' eminenti Geometri, mi voltai verso quegli, che nelle matematiche sono di più corta vista, a quali stimava acconcio lo spiegar con tutta la chiarezza possibile la Dottrina ch'aveva per le mani; perche sembrami chieder la giustizia, che que' che studiano le altrui fatiche, almanco con una chiara esposizione dell'argomento, di cui si tratta dall'Autore vengano premiati. Nel resto poi; che il mistero delle forze centrali sia tanto felicemente svelato, non basta per dire, che tutto vi sia esausto, quando resta ad isciorl' inverso problema di quelle forze, siccome la facilità, con cui si fa oggidì tirar le tangenti in ogni sorta di curve, non impedisce, che non s'abbia a speculare assai sul inverso metodo delle tangenti, lontano ancora dal colmo di perfezione. Il famoso Sig. *Nevvtoni*, ha bensì data * *una soluzione* dell'inverso problema delle forze centrali in generale; ma come detto abbiamo nel secondo Tomo del *Giornale*, senza * *curarci* d' applicar la sua soluzione generale a quell' *Ipotesi* particolare delle forze in reciproca duplicata cagione delle distanze del mobile dal centro, che produce le sole *sezioni* del cono, con tutto che, su questa ipotesi giri quasi tutto il suo sistema del Mondo. Onde io curioso di sapere, se da quell' ipotesi particolare le sole trè sezioni coniche abbino da nascere, ho tentato di sciorre il problema solamente per questo caso; benche co' medesimi principj di metodo, avessi potuto trovare con * TUTTA LA FACILITA' POSSIBILE una soluzione generale, per qualsivoglia forza centrale; e poscia senza timor di commettere il grave delitto di repetizione, mi presi la cura di pubblicarne la mia soluzione. Ne meno il Sig. *Gio: Bernulli*, ebbe scrupolo d' inviarne a Parigi le sue ingegnosissime, come tutte le sue altre scoperte, per comunicarle con quella famosissima *Accademia Reale delle Scienze*, alle quali per l'amor, che mi porta, si degnò d'aggiunger la mia.

* Pauper videri vult Cinno, & est pauper. Mart.

* La *certa tal qual erudita*, è sparita, o questo sì, che è un giuoco di mano soprafino.

* Che non *curanza* opportuna è mai cotesta, che in tutte le ricerche difficili l'accompagna il *Professore*.

* Il credere alle volte è cortesia, ma quì ogn'un vede, che sarebbe sciocchezza.

Pri-

Prima di venire alla nostra soluzione, sarà di mestiere il levare l' equivoco d' una nostra asserzione nel *Tomo* 2. del *Giornale*, ove c. 460. dissi, *Che questo problema inverso delle forze centrali* GENERALMENTE NON SI POTRA' FORSE MAI SCIOGLIERE. Mà chi leggerà quello, che immediatamente siegue, ove apertamente dissi, avere il Sig. *Neuton* trovata una soluzione * TALE QUALE, facilmente s' accorgerà, che non vi s' intende qual si sia soluzione, supposta la quadratura delle figure curvilinee; mà una soluzione, che produca sempre una curva algebraica, come in quelle ipotesi, che producono le sezioni del cono, ed altre curve geometriche. Mà se il problema sciolto s' ammette (come stimo ch' ammetterlo si debba) quando le indeterminate colle loro differenziali sono separate, e tutto il rimanente si riduce alle quadrature delle figure curvilinee, benchè queste quadrature algebraicamente, sempre aversi non possano; in questo senso consento, che il problema da' Signor *Neuton*, e *Bernulli*, e poi dal Sig. *Verzaglia*, generalmente è sciolto. E pure in questo senso ne daremo la nostra, trattata da principj facilissimi senza servirci del circolo combaciante la curva, ne meno d' una * *particolar formula* delle forze centrali. Mà avanti di addurre il calcolo, mi trovo in obbligo d' avvertire, che per comodo degli Stampatori, ci serviremo del modo Leibniziano in esprimere le frazioni, scrivendo amendue i termini in una medesima riga, mà prima il numeratore, poi due punti, e immediatamente appresso il denominatore, sicchè di due quantità, che hanno due punti in mezzo, la prima denoterà il numerator d' una frazione, il cui denominatore sarà la quantità, che segue i due punti; il che basterà una volta per tutte d' aver avvertito.

* Comincia il *Prof.* a disporsi a disdirsi; tralasciãdo l' *erudita* per potero con più facilità far trasmutare quel solo *tale qua'e* in *bellissima*, e *dell' altamẽte di lui*. come vedrete, che fà al §. 2. dell' *Articol.* VII. del *Tomo* VII.

* La mia formola è la commune trovata da tutti gl' altri avvegnache vi sia giunto ad un metodo proprio.

II. *Si cerca l' orbita* ABCD (fig. 2. Tau. 4. *Tom.* 2. *pag.* 466. del *Giornale* per non multiplicar senza necessità il numero delle figure) *che descritta dal Pianeta, questo di continuo venga spinto dalle forze centrali tendenti al fuoco* S, *& in qualsivoglia modo espresse colle indeterminate* SC, *e costanti quantità*. Oltre tutte le linee, che nel §. VII. *pag.* 462. *Tom.* 2. del *Giorn.*, erano à tirarsi dal centro S coll' intervallo SB, de-

descrivasi l' arco BO, che seghi la SC in O, il qual arco benchè nella figura non sia espresso, colla penna, facilmente si supplirà. E ritenendo i nomi delle linee nell' accennato luogo, siano ancora l' arco BO $=$ dr SB overo SC, che ivi era $= \overline{xx + yy}. 1. 2. = z$, la forza centrale in C $= f$ espressa con a e costanti quantità: sia finalmente BC $=$ ds, ed essendo OG $= dz$, sarà $dr. 2. = ds. 2. - dz. 2. = dx. 2. + dy. 2. dz. 2.$ il doppio del triangolo SBC, ovvero SBO uguagliando il rettangolo IBMN darà $zdr = ydx - xdy$; onde $dr. 2. = \overline{ydx - xdy}. 2; : zz = dx. 2. + dy. 2. - dz. 2.$ (A)

III. Essendo il tempo, in cui il Pianeta descrive lo spazio CD, come il rettangolo costante LN, che è il doppio del triangolo SBC, la forza centrale f starà alla DP $= - zddx : x$, come $a. 4.$ quantità costante ad $\overline{xdy - xdy}. 2.$ differenziale costante; quindi nasce l' equazione $a : 4. zddx : x = f \overline{ydx - xdy}. 2.$ (B). L' equazione $xx + yy = zz$ differenziata due volte darà $xddx + yddy + dx. 2. + dy. 2. = zddz + dz. 2.$; ovvero, $xddx + yddy = zddz + dz. 2. - dx. 2. - dy. 2.$ (cioè §. II. di questo) $= zddz - dr. 2.$ Poi i triangoli simili EFD, e CSK danno $ddy = yddx : x$, il che sostituito nell'antecedente equazione, fà $\overline{xx + yy}, ddx : x = zzddx : x. = zddz - dr. 2.$ (cioè sostituendo $\overline{ydx - xdy}. 2; : zz$ in luogo di $dr. 2.$) $= zddz - \overline{ydx - xdy}. 2; : zz$, onde $a. 4. zddx : x = a. 4. \overline{ydx - xdy}. 2; : z. 3. - a. 4. ddz$, (e per ragione dell' equazione (B) $= f, \overline{ydx - xdy}. 2$; quindi moltiplicando per dz, caverassi $fdz = a. 4. dz : z. 3. - a. 4. dzddz : \overline{ydx - xdy}. 2.$ (C)

IV. Ora perche $ydx - xdy$, è costante, si possono trovare senza veruna difficoltà l'integrali dell'equazion (C); che diventa

$\int fdz$

$\int fdz = 1.2.ab - a.4;:2zz - a.4.dz.2.,:2\, ydx - xdy.$
:2. Fatte le integrazioni, secondo le regole già note del calcolo integrale, e finalmente quest' ultima colle regole ordinarie dell' Algebra, si riduce a $dr = ydx - xdy: z, = aadz$: diviso per $\overline{abzz - 2zz\int fdz - a.4.1:2.}$, Che è l' equazione generale della curva ricercata. Resta ancora a far vedere,* COME DA QUESTA EQUAZIONE ABBINO DA NASCERE LE SEZIONI DEL CONO, posta $f = aag$: zz, cioè in reciproca duplicata proporzione delle distanze z del mobile dal centro delle forze, giacchè al parere del Sig. *Varignon*, (che ha trovato anch' egli diverse soluzioni di questo problema) una tal* DEDUZIONE non è PIU' FACILE dello scioglimento del Problema istesso generale: tanto è lontano, che la cosa sia troppo facile, per impiegarvi un poco di tempo.

*Queste nascono in un baleno fatta la sostituzione; e chi hà occhi in capo per veder l' equazione, che ne risulta, subito se ne accorge senza altre girădole. Tenete à mente il quisito, che fà ora.

* Forse questo Valent' uomo, di sua bocca parlerà in altro linguaggio, che in questo del *Prof.*

V. L' ultima equazione del paragrafo antecedente, riducesi anche a $\overline{ydx - xdy}: zz = aadz$: diviso per z, $\overline{abzz - 2zz\int fdz - a.4;1:2.}$, la quale per mezzo dell' equazione assunta a piacimento $my = cx$ (ove m è indeterminata, e c costante) diventa $cdm: cc + mm = aadz: z$ $\overline{abzz - 2zz\int fdz - a.4;.1:2.}$ (D); La prima parte dell' equazione antecedente (D) si truova essere l' elemento d' un arco circolare, la cui tangente è $= m$, diviso per lo raggio c, ovvero un' angolo infinitamente piccolo; d' onde è manifesto, che in qual si sia *ipotesi* particolare, se l' altra parte dell' equazione, similmente ridursi potrà all' espressione d' un' angolo, la cui tangente sia n, data algebraicamente in z, e costanti, e 'l raggio una data b; sarà $cdm: cc + mm = bdn: bb + nn$, e posta $c = b$ (il che è sempre lecito, essendo c, benchè costante, d' una arbitraria grandezza) sarà eziandio $m = n$, e consequentemente m sarà anche espressa in z, e costanti; adunque l' equazione assunta $my = cx$, sarà composta delle sole indeterminate x, y, z, e costanti, ovvero di due sole indermina-

na-

nate x, e y, la z eſſendo $= \overline{xx + yy}.\ 1:2.$; onde poſte le ſuddette condizioni, troveraſſi ſempre un equazione algebraica della curva ricercata. Per applicar queſta regola al noſtro caſo, ove $f = aag : zz$, l'equazione (D) diventa $cdm : cc + mm = aadz$: diviſo per z, $\overline{abzz + 2aagz - a.4.},\ 1:2.$ (ovvero facendo $z = aa : u$) $- du : \overline{ab + 2gu - uu}.\ 1:2.$, (cioè fatta $u = g + t$, e $bb = ab + gg$) $= - dt : \overline{bb - tt}.\ 1:2.$ Ora eſſendo queſto ultimo l'elemento d'un' angolo il cui ſeno $= \overline{bb - tt}.\ 1:2.$, e'l raggio $= b$ ſia n la tangente dell'angolo, e t diverrà $= bb : \overline{bb + nn}.\ 1:2.$, il che ſoſtituito il luogo di t e 'l differenzial di queſto in cambio di dt ne riſulterà $bdn : bb + nn = cdm : cc + mm$; adunque eſſendo $c = b$ ſarà $m = n$, onde avendo $u = aa : z = g + t = g \pm bb : \overline{bb + nn}.\ 1:2.$ ſarà $aa, \overline{bb + nn}.\ 1:2. = gz, \overline{bb + nn}.\ 1:2. \pm bbz$, e perche $c = b$, e $m = n$, $my = cx$ diventa $ny = bx$, cioè $n = bx : y$, e $\overline{bb + nn}.\ 1:2. = b\ \overline{xx + yy}.\ 1:2.,\ : y = bz : y$; ſoſtituito poi il valore di $\overline{bb + nn}.\ 1:2.$, nell' equazione proſſima antecedente, ſia avrà un'altra, la qual ridotta ſarà $aa : g \pm by : g(2) = \overline{xx + yy}.\ 1:2.$, * AFFATTO SIMILE A QUELLA, che trovammo pag. 465. *Tom.* 2. del Giornale, ove il DIVARIO CON QUESTA conſiſte ſolo nelle DENOMINAZIONI DELLE LINEE, eſſendo ivi a ciò che qui denota $aa : g$, e le b, c, & x ciò, che qui è g, b, e y: ADUNQUE L'EQUAZIONE qui trovata, eſprime generalmente le tre ſezioni del cono, il che era a determinarſi.

*Queſto raziocinio che in bocca mia ſarebbe *poco differẽte dal petizion di principio*, come egli in un caſo ſimile ſi dichiara all' *Art.* VII. *n.* 2. §. 3., nella ſua è una gioja. Gran forza della dignità *Profeſſoria*!

Da tutto queſto calcolo, ovvero da un'altro equivalente a queſto appare, che il cavare dalla ſoluzione generale dell' inverſo problema delle forze centrali le ſezioni del cono, per l'ipoteſi particolare di eſſe forze, reciprocamente proporziona-

nali a quadrati delle distanze del pianeta dal centro delle forze, non è men * breve dell'istessa soluzione del Problema generale, e che per questa cagione più breve era lo sciorlo a dirittura, in quell'ipotesi speziale, come feci nel luogo accennato del secondo tomo del Giornale, che di trovar prima una soluzion generale, e poi con altrettanto, e forse più lungo calcolo, dedurne quello che andava cercando.

VI. Mà sarà ormai * *tempo* di venire alla soluzione del Problema mentovato nel titolo di questa dissertazione. Per maggior chiarezza della mia analisi è necessario, di premettere il seguente, ma facilissimo lemma.

Se per gl' angoli D, *e* F *di qualsivoglia paralellogrammo* DHFL, *passeranno di fuori le due paralelle* DB, FB, *e sopra queste da i quattro angoli caderanno i perpendicoli* DE, FV, HL, *&* IL *prolongato in* O; *sarà sempre la distanza* DE *delle paralelle* DB, FB *uguale alle* HK, *&* IL *insieme, e la distanza* FE *delle perpendicolari* DE, *&* VF, *che passano per gli medesimi angoli* D, *e* F, *uguale a* DK — DE, *se* DE *cade dentro l' angolo* HDI, *come fig.* 1, *ovvero* FE = DK + LD, *se la* DE *cade fuori dell' angolo* HDL.*

Il che essendo tanto facile a dimostrare anche a principianti, stimo superfluo di addurne la dimostrazione.

Corollario. Il lemma, sussisterà ancora con tutto il suo vigore nel caso, che concorrendo le rette DB, FB, formino col suo concorso un'angolo infinitamente acuto, perche in tal caso le linee concorrenti, eziandio sono paralelle, giacchè concorrono solo ad una distanza infinita rispetto a quella EF, che hanno frà loro linee, che concorrono.

VII. Problema. Dati due, o più * *centri* in un medesimo piano, verso i quali spinto un mobile in un mezzo resistente con certe forze, e date le leggi di queste forze centrali insieme con quelle delle resistenze del mezzo fluido, ritrovar la curva, che il mobile in esso fluido sarà obbligato di descrivere. Sia ABC TAV. fig. la curva da descrivere dal mobile projetto nel mezzo resistente, e M, N i fuochi, ovvero centri, verso de' quali le forze centrali dirigonsi. Prolungato l'

* Che bisogno v' era mai di tanto calcolo, se quella mia brevissima soluzion generale con una piccola sostituzione vi dà le sezioni del cono?

* Io penso che ogn' uno s' accorgerà, che il Professore non vi si è accinto, che troppo presto per lui.

* Tanto apparato ci voleva per giugere ad un paralogismo?

* Non avrebbe fatto poco a riuscirvi considerando un sol *centro*. Insomma chi troppo abbraccia nulla strigne.

arco infinitamente piccolo della curva AB in L, fino che BD = AB, e titirate le DM, DN;le parti DH, e DI (tali, che descritto il paralellogrāmo DHFI, l'angolo inferiore HFI, tocchi la curva in F) stiano frà loro in proporzione delle forze centrali tendenti a i centri M, N. Da i punti H & I del paralellogrammo cadano le HK, & IL perpendicolari alla BL, e finalmente fatta BD = BE, tirisi DE, e la diagonale DF del paralellogrammo. Di qui si cava, che essendo nel triangolo Isoscele BDE, gl' angoli BDE, e BED eguali, essi saranno ancor retti, per cagione del angolo DBE (misura della curvatura in B) infinitamente acuto; sarà dunque DE paralella alle HK, & IL. Ciò posto;

VIII. Il mobile scorrendo l' arco AB con una certa velocità, e pervenuto in B,sarà sforzato di seguitare colla medesima velocità la sua primiera direzzione secondo la retta BL; ma le forze centrali, che spingono anch'esse il mobile secondo le DM, DN verso i centri M, & N, obbligheranno il corpo di prendere una nuova direzzione differente dalla BD, la quale risulterà dal concorso delle impressioni della forza proijciente BD, è dalle centrali espresse per DH,e DI,lati del paralellogrammo HI. E poichè giusto la dottrina del moto composto, il concorso delle impressioni delle due forze centrali DH, DI, stà nella diagonale DF del paralellogrammo; il moto risultante dalla forza proijciente, e dalle centrali, sarà composto di due moti BD, e DF, e questi compongono il moto secondo BF. Adunque avendo il mobile con una certa velocità, in un tempo infinitamete piccolo,percorso l'arco della curva AB; nel momento susseguente scorrerà solo l'arco BF, MINOR di AB, ò di BE, in un mezzo, che non resista al suo moto, che semplicemente chiameremo voto. Adunque in un mezzo, fluido, è resistente, come lo supponiamo, il corpo nell'accennato momento di tempo,descriverà uno spazio Bg, ancora MINORE di BF, che già è mostrato MINORE di BE, ovvero AB; quindi siegue, che gE sarà * la DIMINUZIONE dello spazio, della quale Bg è MANCANTE rispettto al primo spazio AB; e per consequenza il mobile sarà eziandio SCEMATO di VELOCITA' nel passar di AB in

* Qui sì vedere il *Prof.*, che non capisce la natura di questo projezioni, ove intervengono forze centrali; perche la velocità può anche crescere con tutta la resistenza ancora.

in Bg; Ora perche gli SCEMAMENTI di spazio, e di velocità, succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità INTERA, INTERO lo spazio AB; * *starà* lo SMINUIMENTO di spazio gE, all' intero spazio BE, ovvero AB, come lo SMINUIMENTO di velocità, alla velocità INTERA.

* Falso, Falso, Falso; ed ecco a terra tutta la general soluzione; vedi. All' *Esame* Cap. XXI.

Prima d' andar' avanti, resta di ben' avvertire, che tutte le lineette intercette dalla retta BL, e l'arco BgC, essendo infinitesime del secondo grado, quelle del primo saranno riputate * *uguali*, quando tra loro differiranno solo d' una di quelle intercette, ovvero d' una infinitesima del secondo ordine.

* Più abbasso nel caso del moto d' un mobile da farsi pel lato d' un triāgolo, vedremo che s' è dimenticato questa verità; ved. *Articol.* 7. §. 6.

IX. Sieno MB $=$ *x*. NB $=$ *y*, BR il semidiametro del cerchio combaciante la curva in B, $=$ *r*; la *forza centrale*, che tende al suo centro M, $=$ *f*, quella, che tende al centro N, $=$ *g*, la resistenza del mezzo fluido in B, $=$ R, la densità della materia, $=$ z, la velocità, con cui il corpo scorre l' arco AB, $=$ *u*, lo SCEMAMENTO di questa velocità, $= -$ *du*, SG $=$ SD $=$ *dx*, BS $=$ *da*, CT $=$ DT, $=$ *dy*, BT $=$ dβ; BG $=$ Bg $=$ BF $=$ BE $=$ AB $=$ *ds*, DH $=$ *dω*. Et essendo DH, DI : : *f*, *g*, sarà DI $=$ *gdω*: *f*. E i triangoli simili BDS, DHK, renderanno DK $=$ *dx dω*: *ds*, e KH $=$ *da dω*: *ds*; e i simili triāgoli DBT, e DIL, DL $=$ *gdydω*: *fds*, e IL $=$ *gdβdω*: *fds*: Oltre ciò, le tre, BR, BE, & ED, essendo in continua proporzione, la DE sarà $=$ *ds*. 2; : *r*; Ma per il lemma si hà, DE $=$ HK $+$ LI: ovvero *ds*. 2; : *r* $=$ *fdadω* $+$ *gdβdω*: *fds*. (E), e FE $=$ DK $-$ DI $=$ *fdxdω* $-$ *gdydω*: *fds*. Ma per quello s' è detto nel fine del §. VIII. di questo, starà gE, BE : : $-$ *du*, *u*; quindi nasce gE $= -$ *duds* : *u* $=$ gF $+$ FE; addunque gF $= -$ *duds*: *u*, $-$ FE $= -$ *duds*: *u* $-$ *fdx dω* $+$ *gdydω*: *fds*. Ora essendo gF, parte dello SMINUIMENTO di spazio gE, cagionata dalla resistenza del mezzo in B, e considerando la resistenza come una forza costantemente applicata al mobile, lo spazio gE, sarà come la resistenza R, moltiplicata col quadrato del tempo; il tempo come lo spazio AB, diviso per la velocità *u*, con cui esso spazio viene scorso, cioè $=$ *ds* : *u*. Addunque gF $=$ *Rds*. 2; : *u*; ovvero sostituendo il

valore di gF; $Rfds.3. = -fududs.2. - fuudx\,d\omega + guudyd\omega$ (F)

Medesimamente, lo spazio DH, cagionato dalla forza centrale f, è come detta forza, moltiplicata col quadrato del tempo; cioè $d\omega = fds.2 ;: uu$, e sustituendo il valor trovato di $d\omega$, nell' equazioni (E), e (F), si averanno due altre (G), & (H), liberate dall' incognito differenziale $d\omega$; $uu = frd\alpha + grd\beta : ds$ (G); $Rds = -udu - fdx + gdy$ (H). Ora queste due equazioni, pienamente sciogliono il problema, perche nella (G), essendo u data nell' indeterminate della curva, cioè con le variabili $x, y, d\alpha, d\beta, dx, dy$ &c, e costanti; e R sempre data in u, e nell' indeterminate della curva, sarà pure la medesima R, data nelle sole indeterminate della curva, e costanti quantità; addunque sustituiti i valori di R, e di udu nell' equazione (H), si troverà sempre una, in cui altre indeterminate non v' entreranno, che quelle della curva, la quale per consequenza esprimerà la natura della curva desiderata: Il che era a* *trovarsi.*

* *Dicite io Pean: & io bis dicite Pean; Decidit in casses, praeda petita suas.*

Se R, e $g = 0$, nell' equazione (H) sarà, $udu = -fdx$, ed integrando $uu: 2 = ab: 2 - \int fdx$ cioè, $u = \overline{ab - 2\int fdx.}\ 1:2$. Ora, perche lo spazio percorso BG, stà come il tempo moltiplicato colla velocità u, dunque se il tempo, stà come il rettangolo M B S, doppio del triangolo B S M, sarà $aads = uxd\alpha = xd\alpha\,\overline{ab - 2\int fdx.}\ 1:2$; quindi si cava $d\alpha = aadx : \overline{abxx - 2xx\int fdx - a.4.}, 1:2$; ecco dūque un'altra soluzione dell' inverso problema delle *forze centrali*, affatto concordante con quella di sopra. §. V.

IX. Per lo sciogliméto del Problema proposto nel *T. III.* del Gior: *pag.* 503; ove si* *tratta di ritrovare* la forza centrale, requisita ad un mobile, per descrivere in un mezzo fluido, e resistente al suo moto, una data curva, essendo la resistenza $R = u.n.z$, cioè proportionale alla velocità (u) del mobile elevata a qual si sia dignità (n), e moltiplicata per la densità z del fluido resistente; basta di annullare nelle equazioni G, &

* Sì, mà si tratta di ritrovarla senza *paralogismo.*

G, & H le g, e mettere $u.n.z$ in luogo di R, e quelle equazioni diveranno $uu = frdy : ds$. (L) * $u.n.zds = -ndu - fdx$. (M), quì stà dy in luogo di du, per accomodar le nostre *formole* a i *simboli* dell' accennato luogo del Giornale. Ora sustituendo $uuds : rdy$ in vece di f nella formola (M), e dividēdo per uu; avremo $du : u + pdx + u.\overline{n-2}.qdx = 0$ (O) OVE * $p = ds : rdy$, e $qdx = zds$. E secondo il metodo del Sig. *Bernulli*, per separar l' indeterminate con le loro differenziali, registrato negl' *Atti di Lipsia* 1697. *pag.* 116, pongo $u = MN$, e ciò sustituito nella formola (O), dà, $dM : M + dN : N + pdx + \overline{M.n-2}; \overline{N.n-2}.qdx = 0$, e poi faccio $dM : M = pdx$, onde log. $M = -\int pdx =$ (facendo log. $c = 1$) $- \int pdx$ in log. c, quindi $M = c - \int pdx$; sarà poscia $dN : N - \overline{M.n-2}; \overline{N.n-2}.qdx = - \overline{N.n-2}; \overline{c.-n+2 \int pdx}.qdx$, ovvero $\overline{N.1-n}.dN = \overline{c.2-n \int pdx}.qdx$, & integrando, e riducendo; $\overline{N.2-n} = \overline{n-2} \int \overline{c.2-n \int pdx}.qdx$, cioè $N = \overline{n-2 \int \overline{c.2-n \int pdx}; qdx}.1 : \overline{2-n}$. addunque $u (= MN) = c.- \int pdx; \overline{n.-2 \int \overline{c.2-n \int pdx}; qdx}.1 : \overline{1-m}$. la formola L, dà, $f = uuds : rdy = uup$, dunque sarà:

$$f = pc.-2 \int pdx; \overline{\overline{n-2} \int \overline{c.2-n \int pdx}; qdx}.1 : \overline{1-m};$$

nella supposizione che, il mobile vada all' insù della curva, di B verso C; mà se andasse all' ingiù, di C verso B, ne risulterebbe.

$$f = pc.-2 \int pdx. \overline{\overline{2-n} \int \overline{c.2-n \int pdx}; qdx}.1 : \overline{1-m}.$$

* ADDUNQUE in NISSUN CASO PUO' VENIRE.

$$f = * c. \int pdx : a. \overline{\overline{1-m} : a \int \overline{c.m-1 \int pdx : a}; qdx}.1 : \overline{1-m};$$

ove $m = n : 2$, come nelle mie formole, & $a = 1$.

* Questa equazione (M), è quella, della quale bisognava servirsi qui, per cavare il valore di f; perche gl' avrebbe insegnato, se le *mie formole* potevan venire.

* Notate queste sue due *Ipotesi*, e vedrete che più abbasso, all' *Articol.* 7. n. 3. §. 1., si protesta di cŏdănar quel le formole, alle quali cŏpetono; e così v'accorgerete, se condanna le sue speculazioni.

* Questo, è quel risoluto decreto contro le mie *formole*, del quale avremo a parlare più volte nell' esame: mà al §. 2. dell' *Articolo* 7. in fine, il vedrete destramĕte mitigato, cāgiādo quel *nissun caso*, in *certi dati*.

* Questa è una delle *formole*, che hò dato io nel *Tom.* III.

pag. 503., e la riconosco per mia, sempre l' hò riconosciuta, e sempre la riconoscerò, al la barba del *Professore*.

ARTICOLO XI.

DEL TOMO VI.

DE GIORNALI D'ITALIA.

Considerazioni sopra l' Articolo xvi. del Tomo v. del Giornale de' Letterati, nel quale si tratta del Problema inverso Generale delle forze centrali nel voto, e di queste in un mezzo fluido, e resistente, presupposta qual si sia legge delle resistenze. Del Sig. GIUSEPPE VERZAGLIA DA CESENA.

TRè sono li Capi principali di cotesto Articolo: due toccano direttamente a me, dichiarando apertamente uno, falsa la mia soluzione del Problema delle forze centrali nel *pieno*, (parleremo così per brevità,) e l'altro modestamente incolpandomi d' una certa affettata jattanzia di facilità, in dimostrare una cosa, reputata concordemente dall'Auttore, e da un'altro * Celebre Matematico, per altrettanto difficile, che il Problema inverso delle forze centrali nel Voto. Il Terzo capo consiste nello Studio, che diligentemente si pone, per indurre i Lettori a credere, ch' egli prima di vedere le trè soluzioni (ch' io diedi pubblicamente il primo per mezzo *del calcolo differenziale*) del problema inverso predetto; non solamente aveva già perfettamente compresa, la *tal qual erudita* soluzione del Celebre Sig. *Neutoni*, ma che si sapeva, e poteva *con tutta la facilità possibile*, generalmente solvere il quesito; non ostante l'averne pur solamente pubblicato lo scioglimento d' un caso particolare, e l'essergli innocentemente uscito della penna la sincera confessione, d'avere per l'addietro creduto, che il *Problema generalmente non si potrà forse mai sciogliere*, e con tutta la chiara soluzione *del Sig. Neutoni, non costargli in qual maniera si possa dedurre, che le sole*

* Per quanto egli ci dice.

se-

sezioni del cono possano sodisfare al problema. I due primi capi, come ogn' uno facilmente comprende, mi pongono in una indispensabile necessità, di vestire contro ogni mia inclinazione la persona di Apologista; non solamente per diffendere la mia soluzione da pregiudizj, che recar le potrebbe l'altrui autorità; ma molto più, per mettere à coperto la schietezza dell'animo mio dalla taccia, che le può dare l'altrui inavertenza; punto più tanto dilicato, e geloso del primo, quanto più gravi, i diffetti della volontà, che quelli dell'intelletto, sono da tutti giustamente reputati. Quanto al terzo capo, io confesso, che si vorrebbe usare quest' atto leggieri di cortesia, di credergli vero, quanto si dice, e quietarci alla favorevole interpretazione, che si dà alle sopradette parole, nulla costandoci finalmente meno di ciò; Ma siccome la spiegazione, che se ne adduce, contiene dottrina opposta alla comunale di tutti i Geometri moderni; così dubito forte, che una tal condiscendenza, non fosse più tosto semplicità, che cortesia interpretata; perche mi veggio tenuto à disaminare, nella maniera, che saprò la migliore, tutti e trè questi capi, il che ordinatamente farò principiando da questo.

Io non sò, se fosse sì facile il persuadersi, che dove si disse, di estimare, che il problema *inverso delle forze centrali*, *non si sarebbe forse generalmente mai sciolto*, si dicesse a riguardo di non parergli mai posibile, il darne una soluzione independente dalle quadrature delle figure curvilinee, che *produca sempre una curva Algebraica*. Dobbiamo noi credere, Chi ciò scrisse; ò così nuovo in queste materie, che non sappia; ò di sentimento così singolare, che contro il consentimento di tuttti i *Geometri* del nostro secolo non conceda: le curve, altre esser *Geometriche*, altre *Meccaniche*? Sarebbe seco troppo ingiuriosamente cortese, chi per compiacerlo mostrasse averne un sì svantaggioso concetto; E se sapeva, ed ammetteva per legittima questa division delle curve, come poteva mai metter in dubbio, per la ragione, che abbiam detto, la posibilità della soluzione del problema? Queste curve *meccaniche*, non anno ancor elleno le loro partico-

lari proprietà, per le quali si distinguono tra di loro, e dall' altre, che *meccaniche* non sono? Or, come, Chi cercando cui competa una certa prerogativa, ritruova essere questa propria d' una curva *meccanica*, non avrà perfettamente sciolto il quesito, solamente perche non ritruova, che questa legge competa ad una curva *Algebraica*? Se la curva di sua natura è *meccanica*, come è mai possibile, che la soluzione gli dia una curva *Algebraica*? Ora nello scioglimento del nostro problema, cosa mai altro cercasi, se non; qual sia l' espressione generale di quelle curve, cui competa la proprietà d'esser descritte da qual si voglia legge *di forze centrali*? Mà queste forze non saranno elleno varie, in varj generi di curve; sicchè altra legge seguiranno, non solamente in diverse curve *Algebraiche*, ma ancora in quelle che sono *meccaniche*? deve dunque l'espression generale di queste curve esser tale, che possa ne casi particolari, darci ancora le curve *meccaniche*. Or come potrà mai avvenire, che l' equazione generale, che se ne cava, sia di curva *Algebraica*, e come potrà mai esigersi, Che perche sia il problema generalmente sciolto, debba giungersi ad una costruzione, independente dalle quadrature delle figure *Curvilinee*? Io sò bene, Che una espresione *Meccanica*, puole adequatamente comprendere sotto di se, non meno le curve *Algebraiche*, che le *meccaniche*; ma non intesi già mai, che pel contrario ambidue questi generi di curve, possan contenersi da un espresione *Algebraica*. E posto ciò, come è mai possibile persuadersi, Che dove s'asserì, che *questo problema inverso delle forze centrali, generalmente non si potrebbe forse mai sciogliere*, si dicesse, perche si stimasse necesario per ciò, quello,* che non è mai possibile ad avvenire; cioè, che le curve *meccaniche*, le quali come abbiam veduto, necessariamente s'includono in questa espression generale, abbino ad essere espresse con una espression *Algebraica*; tal che non possa dirsi soluto quel problema, che non perviene ad una curva *Algebraica*?

Questa opinione sì particolare, ed opposta all' unanimo sentimento de nostri tempi, sarebbe troppo pregiudiziale alla stima, che si sono acquistata li più *Celebri moderni Geometri*,

* Signori *Intelligenti* chiamati Giudici. Cercate la risposta, che il *Profess.* ha dato à tutto questo argomento, e decretate; che rispetto vi porti.

tri,e parrebbe invidiar loro il più bel fregio,pel quale vanno sopra gl'altri meritaméte gloriosi.* *Se questo problema inversa delle forze centrali, generalmente non si potrà mai sciogliere, perche suppone là quadratura delle figure curvilinee, ne dà una soluzione, che produca sempre una curva Algebraica*; non sarà parimenti stato mai sciolto, alcun di que' problemati, che presuppongono la quadratura delle figure *curvilinee*, e che non producono una curva *Algebraica*; ed ecco non più sciolti i Famosi,delle *Catenarie*,*Velarie*, *Elastiche*, *Isocrone*, e tanti altri, che anno conciliato così gran credito a loro *Celebri* scioglitori, li Signori *Leibnizio*, *Neutoni*, *Ugenio*, e *Bernulli*. E per non tralasciare un' esempio molto confacevole al nostro caso, siccome quello, che contiene infinite curve, altre *Algebraiche*,altre *Meccaniche*; se crediamo, che quando si disse, *Che questo problema inverso delle forze centrali generalmente non si potrà forse mai sciogliere*, avessessi la mira alla predetta interpretazione; Il famoso problema degl'*Isoperimetri*, perfettamente sciolto,(se loro si crede) dalli Ingegnosissimi due Fratelli,li Signori *Bernulli*, secondo questo *Articolo* non sarà stato mai sciolto, e potrassi cancellare quel *Solutio Magni Problematis Isoperimetrici*, od altra simile espressione, non contrastata loro mai da niuno, e da loro prefissa costantemente alle proprie soluzioni. Qual nemico giurato di questo calcolo, od Emolo più appassionato de' suoi *Celebri Inventori*, ò *Gloriosi Promottori*, nutrì mai, un' opinione, così ingiusta,e svantaggiosa, all' avvanzamento della più sottile*Geometria*? e dovrassi poi credere,che un *Professore* tāto accreditato di questo Metodo, e spezialmente tenuto per giusti, e gravissimi titoli a quegl' *Insigni Geometri*, abbia loro fin adesso negata la gloria della soluzione di sì mirabili problemati? * Egli certamente non era di tal sentimento, cinque anni sono; quando pubblicando sù gl'*Atti di Lipsia* nel Mese di Giugno l'*Anno* 1706. la sua *ricerca diottrica della curvatura, che prendono gli raggi visuali, quando passano a traverso dell' aria*, ce la diede per isciolta, avvegnache in quella si pervenisse à curve *meccaniche*; tal che abbiam tutto il soggetto di maravigliarci, come da quel tempo abbia fatto que-

* A questo argomento risponde il *Profess.* in forma così all' *Artic.* 7. *num.* 1. §. 2. Che questa mia diceria in questo proposito è vana, ed inutile: e che non hò avuto altra mira, che attizzargli alcuno di quei grand' Uomini contro. Sete contento *profss*; se non; lo è egli per voi; perche non è tanto scrupuloso di rispondere a proposizione per proposizione. Ci vuol disinvoltura in queste cose!

* Il *Professore* si è tenuto in corpo la risposta, anche a questo argomento: fategliela Voi vomitare se vi dà il cuore, ch'io non ci sò potuto riuscire finora.

questa mutazion di parere, e sia diventato d'un gusto così dilicato, che un'anno fà estimasse, che questo problema inverso delle *forze centrali generalmente non si potrà forse mai sciogliere*, solamente perche suppone le *quadrature* delle figure *curvilinee*, ne dà una soluzione, che produca sempre una curva *Algebraica*; e forse solamente per tal cagione, ci dasse quella particolarissima soluzione, ristretta di più alla sola, e miserabil condizione dell' *uguaglianza de' tempi*, come che *egli avesse potuto trovare, con tutta la facilità possibile, una soluzion generale per tutte le forze centrali*; problema nel vero degno della sua, e dell' altrui applicazione, e tanto più degno di ricerca, quanto che, dalla soluzione del Sig. *Neutoni* in fuori, non se n'era altra veduta, e ricercava ben altra destrezza nell' esser maneggiato, che quello *di ritrovare le forze centrali in qual si voglia curva, senza servirsi del centro osculatore*, del quale egli mostra di farne tanta stima, che ne annunciò al pubblico la scoperta al fine dell' *Articolo xv. del Tomo 2.*, e gliene promise il regalo; avvegnache non possa essere ignoto, a chi abbia scorse le prime sezioni del noto libro *des infiniment petits*.

Ma veggiamo un'altra irrepugnabil ragione, che ci farà più chiari, che niente meno s' avea compreso, e s'avea in mente, che la forza della soluzione del Sig. *Neutoni*, e quella interpretazione, quando disse, *Che il Problema inverso delle forze centrali, non si potrà forse mai sciogliere*. Il Sig. *Neutoni*, se ben si riflette, in questa sua elegante soluzione del quesito, riporta la curva al solo centro, ove tendon le *forze centrali*, come naturalmente si conosce doversi fare, ed abbiam fatto ancor noi; senza andarci ad inviluppare in altre *absciffe*, & *ordinate perpendicolari* trà di loro, il che denota ben altro, che *tutta quella facilità possibile* d'arrivare allo scioglimento. Ora considerando la curva in questa circostanza, cioè del venire le sue *ordinate* tutte dà un punto, e * del pigliarsi per elementi loro corrispondenti, quegl'ARCHETTI di CERCHI, descritti dallo stesso centro, e compresi da due *ordinate infinitamente* vicine, che sole colle predette *ordinate*, e *suoi differenziali*, ed altre *costanti*, costituiscono l'equazione

* A suo luogo sappiate mi dire, se quegli *Archetti* feriscono mortalmente la costruzione Algebraica, che credeva averne dato il *Professore*.

ne della ſteſsa curva; neceſsariamente ne ſiegue, che eſsendo quegli ARCHETTI, tante porzioni di cerchi di diverſe grandezze, e di varj diametri, non poſſono con la loro ſomma, conſtituire una quantità continva; onde l'equazione non ſarà mai ſommabile, ò conſtruibile; anzi per poterla coſtruire, ſarà neceſſario ridurla ad un arco di cerchio, come in fatti hà eſeguito quel *dottiſſimo Autore*. Ciò ben inteſo, e quanto baſta capito; non riman facile, a dimoſtrare, che come che c'infinghiamo, che tutte le curve infinite, che poſſono eſſere eſpreſſe dall'equazione, che ſi cava, diventano *Algebraiche*, non per tanto, nõ potraſſi mai altro, che per le *quadrature*, e le *rettificazioni* delle figure *curvilinee* conſtruire il problema? Se ciò non baſta a ſodisfarlo provisi * a coſtruire le ſteſſe *ſezioni coniche*, tutto che *Algebraiche*, e non *meccaniche*, riportandole ad uno de ſuoi *fochi* NELLA FORMA, ch'abbiamo veduto, e dicami, ſe altrimenti, che per le *quadrature*, e le *rettificazioni* delle figure *curvilinee* potraviſi mai riuſcire? E ſe ciò è vero come egli è veriſsimo, e quando ſi diſse, Che il *problema inverſo delle forze centrali generalmente non ſi potrà forſe mai ſciogliere*; s'aveva già perfettamente compreſa queſta ſoluzione generale del Sig. *Neutoni*, ne per altro ciò aſſeriſſeſi, che, perche ſi vedeva, che queſta ſoluzione ſempre preſupponeva *la quadratura delle figure curvilinee, ne produceva ſempre una curva Algebraica*, perche laſciarlo sì *in forſe*? e non anzi aſsolutamente pronunciare, che *non ſi potrà mai ſciogliere*. Non abbiam noi veduto, che avvegnache tutte le curve foſsero *Algebraiche*, la *conſtruzione* però del problema non puole non dependere dalle *quadrature*, à cagione del riportarle, che neceſsariamente ſi fà ad un ſol punto? addunque ſecondo queſto iſteſſo, il problema non ſi potrebbe mai ſciogliere; a che dunque laſciarlo sì *in forſe*? La verità è, che l'aver proferito ciò, e l'aver chiamata una *tal qual erudita*, la perfetta, ed elegante ſoluzione del Sig. *Neutoni*, e ben provenuto da altra ragione, che da quella, che ſi ſtudia di dare ad intendere a' corteſi Lettori. Ma quale vorrem noi, che ella finalmente ſia ſtata? Ella è ſtata appunto quella, che ò *prudentemente ſi doveva di-*

* Egli vi ſi è provato, e dice d'eſſervi egregiamento riuſcito; Ma quegl' *Archetti*, quegl' *Archetti*, da quali non s'è guardato, nò sò come lo tratteranno. A rivederci a ſuo tempo.

diſſimulare, * col porre in oblio la ſoluzione di queſto problema, ſi poteva con ſincerità laudevolmente confeſſare, giacche, da tutti facilmente s' intende, ſiccome da Noi *decentemente ſi tace*. Ma paſsiamo al ſecondo capo.

* E egli queſto un ſalutare avvertimento da ricompenſare coll'*Artic.* 7. del *Tom.* VII? Il *Profeſſore* lo dica à ſe ſteſſo, ora ch' averà aperti un pò gli occhi.

II. Nel *Tomo* 3. di queſto *Giornale*, dopo aver io dimoſtrato la convenienza della ſoluzione del Sig. *Neutoni*, colla mia; non riſtretta ad una ſola, e particolar condizione dell' *ugguaglianza de' tempi*, ma preſupponente qualunque de trè *differenziali* intrinſeci alle equazioni delle curve, per *coſtante*; e didotta immediatamente dal *canone* delle *forze centrali*, che è quello, che in queſta ricerca determina neceſſariamente la natura delle curve; non dependente dal *raggio oſculatore*, per alcuna neceſſità, che a ciò m'aſtringeſſe; ma per ſolo comodo delle due, ò tre eſpreſſioni, che dovetti portare, per giungere al *canone* delle predette *forze*; non per altro con una mia particolar maniera cercato, che per non obbligare i principianti ad andare a ripeſcare ſopra altri libri, quello, che ſi preſupponeva neceſſario, potendomi per altro ſervire di qualunque ritrovato dagl' altri; dopo (diſſi) aver fatto tutto ciò, conoſcendo, che eſſendo giunto all'equazione della curva, ed avendo perfettamente inteſa la ſoluzione del Sig. *Neutoni*, non vi poteva eſſer più difficoltà in dimoſtrare, quali foſsero quelle curve che riſultavano dalla ſpezial condizione, d'eſser le *forze in reciproca duplicata ragione* delle diſtanze dal centro, ove eſse s' indirizzano; nè poteva più alcuno aſserire: *Ma a me poi non conſta, in qual maniera ſi poſſa didurre, che le ſole ſezioni del cono poſſano ſodisfare al problema*: per non moltiplicare indarno le parole in una coſa chiariſsima, la tralaſciai, aggiungendo, Che *la coſa era troppo facile, per impiegarvi più longo tempo*. Ora l'Autore fiancheggiato dall' Autorità d 'un* *Celebre Geometra Franzeſe*, e coll'eſempio d' una ſua ben lunga, e laborioſa diduzzione di ciò, giuſtificando la pena, ch'egli avea a comprendere queſto gran miſtero, convince di ſoperchia jattanzia la propoſizione, ch'io mal grado la ſua proteſta aveva avvanzata, aſſerẽdo, *Che una tal diduzzione, non è più facile dello ſcioglimento del problema iſteſſo in generale, tanto è lontano, chè*

* Se ſi crede à ſuoi detti, una coſa incredibile à riguardo d' un Valent' uomo d' quel la ſorte.

la cosa sia troppo facile per impiegarvi un poco di tempo, e facendo vedere, Che *da tutto quel suo calcolo, ovvero da altro equivalente a quello, apparisce, che il cavare dalla soluzion generale dell' inverso problema delle forze centrali, le sezioni del cono, per l' Ipotesi particolare di esse forze reciprocamente proporzionali à quadrati delle distanze del pianeta dal centro delle forze, non è men breve della stessa soluzione del problema generale*.

Io certamente scrivendo quel *paragrafo*, non aveva la mira, che a puri principianti in questo calcolo, e tra quelli anche a più deboli, non abbisognandovi (come vedremo) che gli occhi, senza pena di far calcoli, servirsi di sustituzioni, ed altri argomenti, che imbrogliano una cosa, per se medesima chiarissima; ne mai fondatamente mi sarei fatto a credere, che alcun di loro, e molto meno, chi poteva *con tutta la facilità possibile*, da se stesso *trovare una soluzione generale*, avesse sperimentato il contrario, dopo veduta la equazione, che ne diedi. Mà giacchè l' opera stà pur così, ed è avvenuto l' opposto di quello, che io m' avvisava; converrà dimostrar vero quanto già scrissi; e qual che sia il parere del *Celebre Autor Franzese*, (il quale, siccome per mè si confessa abilissimo, a solvere non solamēte questo, mà qual si sia altro più astruso problema; così è certo, che due anni fà, essēdogli stato proposto questo stesso, dal *Celebre* Sig. *Gio*: *Bernulli*, egli rispose di ritrovarlo molto difficile, ne ce ne comunicò alcuna soluzione), e la difficoltà incontrata in ciò dal nostro *Autore*; far conoscere, che l' avere io scritto: essere questa *cosa troppo facile per impiegarvi più longo tempo*, non jattanzia, ò prurito di volermi spacciare per superiore ad una cosa difficilissima, mà fù un sincero effetto di quella facilità, ch' io aveva, e doveva parimenti avere ogn' uno, meno che mezzanamente versato in queste materie in determinare questa bagattella. Per farlo speditamente vedere, non abbiamo che a portar l' equazione delle *sezioni coniche*, altre volte considerate dal Sig. *Varignoni*, nel *Tomo* de' *Commentarj dell' Accademia Reale delle Scienze dell' Anno* 1700., e conferirla colle nostre, nella *forma praticata* in questo stesso

To-

* Questo è un metodo usato dal *Profess.* alla *fac.* 30. *vers.* 19., e condannato poi dallo stesso per petizione di principio in me, al *num.* 2. §. 4. dell' *Articolo* 7. come vedrete.

* Vedrete all' *Articol.* 7. *n.* 2. §. 4., che; ò è uscito di memoria al *Professore*, questo suo raciocinio; ò che per esser in mia bocca non lo vuol più per suo, e lo disapprova, senza ch' egli ne abbia altra colpa.

* Egli adesso non legge più così; mà legge: *didurre l' equazione* ALGEBRAICA delle sezioni del cono. A che gli giocverebbe la facoltà d' interpretare, se non se ne servisse a suoi estremi bisogni?

Tomo V. *de' Giornali.* * Piglisi addunque l'equazione dell' *Elissi* riportata al suo *foco* dal Sig. *Varignoni*, e nominando x secondo la nostra maniera, ciò che egli dice r, averassi, $dx\ \overline{aa - cc}.\ 1:2. = dy\ \overline{4ax - 4xx + cc - aa}.\ 1:2.$, quindi nella nostra equazione generale, posto $b:xx$ in luogo di f, per supporre le forze, in ragion reciproca dupplicata delle distanze del mobile dal centro, ove tendono le forze, quale è appunto l' *Ipotesi* della quale al presente si tratta, facciasi $dx = dy\ \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$, e seguendo la regola, che si vede alla *pag.* 30. *vers.* 19; senza alcun calcolo, senza alcuna sustituzione, e col uso solo degli occhi si vedrà, che questa, è * *affatto simile a quella*, della quale il divario con questa, consiste solo nelle denominazioni delle linee; essendo $aa - cc.\ 1:2$; ciò che quì è 1, $4a$, ciò che qui è $2b$, $c - 4$, ciò che qui è n, arbitraria, e di qualunque grandezza si vorrà. Ora avendo egli già dimostrato ciò, che da lungo tempo si sà, che quella equazione, variando destramente i segni, ed alterando à proposito le *costanti*, si cambia in quella dell' *Iperbola*, e della *Parabola*, che bisogno v' era mai di ripetere le stesse novelle, e d' impiegare più longo tempo a dimostrare, che l' equazione trovata in questa particolare *Ipotesi*, esprimeva generalmente le tre *sezioni del cono?* se ciò era di soperchio fino a principianti, dovevasi poi credere necessario per gli Professori? E qui di nuovo chiaramente si vede, Che se si fosse, non dirò potuto *trovare da per se con tutta la facilità possibile una soluzione generale* del problema prima di vedere la già pubblicata; mà unicamente ridurre la soluzione del Sig. *Neutoni* all' espressioni *simboliche*, che val a dire esprimerla coll' indeterminate all' uso del *calcolo differenziale*, come abbiamo fatto noi, ne vi voleva molta perizia per farlo, non s' avrebbe certamente ignorato, *in qual maniera si potesse egli didurre*, * *che le sole sezioni del cono possano sodisfare al problema*; non potendo ciò essere occulto come abbià veduto a chi poteva pervenire all' espressione *simbolica*.

E qui

E quì, prima d' andar più innanzi, attesa la difficoltà, che vedo incontrare gli stessi Professori in determinar queste minuzie; siami lecito fare una leggieri osservazione sopra questa stessa determinazione delle *sezioni coniche*. Osservo addunque, che tutti quelli, che anno considerate le *forze centrali*, in ragion reciproca dupplicata delle distanze dal centro; ò che anno soluto il nostro problema inverso in questa stessa *Ipotesi*, dimostrano ben sì, che questa è una proprietà che compete alle sole *sezioni coniche*; mà nel numerale, vedo espresse solamente il *Cerchio*, l' *Elissi*, l' *Iperbola*, e la *Parabola*; Mà dich' io: il *triangolo*, non è egli una *conica sezione*, quanto lo sia qualsivoglia di quelle? Chi ne dubita!, dunque non si dovrà trascurare, e se sia vero, che questa proprietà compete generalmente alle *sezioni coniche*, ogni soluzione, che sia vera, e legittima, mutando destramente le circostanze, deve anche condurci all' equazione del *triangolo*. Ed in fatti, la nostra soluzion generale, di cui era l' equazione,

$dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx\int fdx} . 1 : 2$; applicata a questo caso particolare, e maneggiata coll' necessario avvedimento, * ci porta all' equazion del *triangolo*, dalla quale si fà felicemente passaggio a quella del *cerchio*, obliate nel numerare le trasformazioni di queste sezioni riportate al centro, ò sia *foco* dove tendono le *forze centrali*. Ora posto ciò, non sarà più vero, ciò che altri stabilì, che trà le curve le cui *ordinate* tendono al centro, ove sono indirizzate le forze, il solo *cerchio* sia quello, sopra la cui circonferenza movendosi un corpo, abbia sempre la stessa velocità; mà doverassi aggiungervi ancora il *triangolo*, il quale non solamente per le cose dette, mà ancora perche si vede, ch' egli è contenuto sotto questa equazion generale delle *Parabole*, ed *Iperboli*, $y.m. = a.m - n., x.n.$, si deve numerare tra le curve; Anzi osservisi, ch' egli non solamente gode questa prerogativa, quando le forze tendono ad un centro, mà ancora quando sono perpendicolari, ò parallelle; Imperocchè in questi casi, se cercheremo le curve ch' anno questa proprietà, troveremo, che trà l' altre, una delle strade per arrivarvi, ci porta a que-

* Questa come vedrete, è una dottrina, arrivata nuova al *Prof.*, e l' hà fatto vedere, concerte sue difficoltà delle oppostele, che non montano un frullo.

Digitized by Google

queste equazioni, $aaddx : ds.2. = bbddx : dy.2.$, & $aaddx : ds.2. = bbddx : dx.2.$ che ci danno $ady = bds$, & $adx = bds$, che sono al *triangolo*, che pur si vede voler' ancor' egli entrare nel numero delle curve. Mà proseguiamo le nostre considerazioni, e passiamo al *terzo Capo*, ed accostiamoci al fine, di questa ormai troppo lunga *dissertazione*.

III Nell' esporre, che feci alla curiosità de' Geometri il problema delle *forze centrali nel pieno*; non considerato ancora così generalmente da niuno, ebbi non solamente questo particolar riguardo, di lasciar campo agl'altri, d' applicarsi alla soluzione; ma ancora riflettendo à più deboli, che difficilmente sù loro piedi sarebbono giunti alla meta, volli indicar loro que' fondamenti, sopra de quali appoggiandosi, potevano con facilità giungere ad aver parte in questa elegante ricerca. A questo effetto, e celai le due mie facilissime soluzioni; potendo queste colla loro simplicità levar l' animo agl' altri, d'applicarsi ad altre più astruse è difficili, che loro potessero venire in pensiero, ed apertamente avvertij, che il Sig. *Neutoni* alla *sezion. 4. propos. 15. del lib. 2.* del suo *Eccellente Trattato*, ne avea sciolto un caso particolare; prevedendo, che non sarebbe stato difficile, da principj di questo grand' Uomo cavarne la mia *formola generale*; al che parimenti voleva alludere in una seconda *dissertazione*, inviata già per essere riferita nel *Tomo* IV. di questo *Giornale* il passato *Decembre*, con queste parole: *
„se l'angustia di questo Giornale da occuparsi in altre mate-
„rie affini di molto a questa, e qualche altro riguardo, che de-
„ve aversi, ci permettesse portare le trè, e *forse quattro anali-*
„*si diverse*, che abbiamo di questo problema, cōpresavi quel-
„la del Celebre Sig. *Gio Bernulli*, &c., conoscendo, (avvegnache per altre occupazioni, ch' aveva non esperimentassi,) che la proposizione citata ci poteva fornire di una quarta *analisi* differente dalle altre. Ora per quanto mi accorgo, l' Autore s' è servito puntualmente dell' avviso, e in ciò laudevolmente, sol tanto, che egli non v' avesse aggiunto di suo il *Paralogismo*, con una certa ambiguità, ed incertezza d' espressioni, accompagnata da sì fatta difficoltà in maneggiar',

* Questo veramente può passare (quale il chiama il *Prof.*) per un *avviso in Idea*; mà quello del *Tom.* III. alla pag. 506. mi pare qualche cosa di visibile, a chi legge senza serrar gli occhi a passi cattivi.

e con-

e condur questi principj, che ben mostrano, ch' egli non v' è andato per entro con tutta franchezza, e non hà avuta tutta quella superiorità, che si ricerca, per ben riuscire in somiglianti materie. Alla *pag.* 329., volendo gettar gli fondamenti, colli quali doveva determinare lo scemamento dello spazio cagionato dalla resistenza, che sofre il mobile, così scrive: *E per consequenza il mobile, sarà eziandio scemato di velocità nel passar di* AB, *in* Bg (fig. 3.,) (notisi ciò bene, che quì è il punto più dilicato, e difficile,) e siegue: *Ora perche, gli scemamenti di spazio, e di velocità, succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera, intero lo spazio* AB, *starà &c.* Sicchè ogn' uno facilmente vede, che secondo l' Idea, ch' ei n' ha; facendosi gli scemamenti di spazio, e di velocità, in tutto il tempo, che si passa tutto l' arco Bg, o sia AB, che si scorre nel medesimo tempo, secondo la sua *Ipotesi*, questi succederanno nello scorrere il detto spazio Bg, ed ecco falso il conseguente, che * *starà lo sminuimento di spazio* gE, *all' intero spazio* BE, *ovvero* AB, *come lo sminuimento di velocità alla velocita intera.* * Imperocchè, questo non si può in niun modo didurre dal farsi gli scemamenti predetti in tempi uguali, altrimenti ciò dovrebbesi ancora concedere nella discesa, od ascesa de' gravi liberamente cadenti, od ascendenti, il che pertanto, è falsissimo; mà unicamente procede dallo scorrere quegl' archi della curva con velocità sempre uguali, * *supposte* variate ne soli punti indivisibili A, & B, ove principiano gl' archi; il che è uno de' più artificiosi ripieghi del *calcolo differenziale*, praticato dall' Incomparabil *Neutoni* al luogo citato, col presupporre elegantemente, che le velocità siano come gli spazj scorsi, il che come è noto, non è vero, se non s' *infingano* sempre le stesse per tutto l' archetto, il che come abbiam veduto non ha fatto il nostro Autore, diducendo così da un principio falsissimo, un conseguente, vero sì, ed utile nel nostro problema, mà solamente perche da principio tutto opposto tirato, corrompendo uno di più dilicati artificj di questo calcolo. E il vero, che da quelle parole, *a percorrere colla velocità intera, intero lo spazio* AB, apparisce, essergli trap-

* Consequenza traditrice, che gli hai levata la gloria d' aver soluto anche più generalmente il problema; Infelice Umanità!

* Risponde in poco a questo argomẽto il *Prof.* dicendo, che non può esser ne *più breve*, ne *più stringente*; e così salva la sua soluzione.

* Vedrete al *num.* 3. §. 5. *Articolo* 7. che facendo in Cattedra m' insegna questa mia dottrina, in vece di rispondere all' argomẽto sopradetto.

trappellato alla mente, qualche piccol barlume di queſta induſtria neceſſaria,di pigliar per coſtante la velocità per tutto l' archetto; mà a che prò, ſe nel più bel del biſogno, ove ſi trattava di metterla con profitto in pratica,per ritrovare lo ſcemamento (a dir bene dovevaſi dir la differenza) dello ſpazio Bg, ſalta da queſta all' altra fallace *Ipoteſi*, e preſupponendo farſi lo ſcemamento di queſta velocità nello ſcorrere che fà il mobile l' arco Bg, ne tira quel conſequente, legittimo ſolamente,come abbiam veduto,dove ſi faccia, come fece quel gran Maeſtro in queſt' arte il Sig. *Neutoni*, che attenendoſi alla prima *Ipoteſi*, c' inſegnò ſenza ambiguità, come andavano maneggiate queſte materie, felicemente, e legittimamente cavando queſta * analogia, $ds, ds \mp dds :: u, u \mp du$, che ſi riduce à quella, che dall'altro principio s' è tratta con errore, e paralogiſmo in queſto *articolo*, il quale quando veramente voglia dire,ciòche ſi vede ſcritto, ne vi *ſia di meſtiere di levar l'equivoco di queſta aſſerzione*,con un'altra interpretazione, rimane chiaramente provato l' aſſunto.

* La bella è,vedere il *Prof.* ſpiegare francamẽte più a longo queſta ſteſſa dottrina;e dire,che la COSA *và inteſa così.*

Mà laſciamo ſtare, ch' egli ſi ſia laſciato condurre da un diſcorſo così dilicato, e ſottile: la noſtra mente non è ſempre acconcia di penetrare queſte materie ſublimi; Maraviglioſa coſa è a vedere; come eſſendo ſtato condotto da quel ſuo conſequente (in ſe vero,avvegnache da lui da un principio illegittimamente didotto) caſualmente sù una ſtrada, che battuta con un poco di deſtrezza, lo poteva alla fine portare alle mie *formole*; egli con un' inavvertenza da non aſpettarſi da un par ſuo, s'è laſciato incautamente traſportare altrove, e calcando un ſentiero affatto diverſo,è andato a precipitare in quella riſoluta concluſione: *Che in neſſun modo potevano venire le mie formole*. Riuſcirebbe agevoliſſimo con due parole rimetterlo sù la buona ſtrada; ma oltre che ſarebbe difficile, avvertirlo di coſa, ch' egli non aveſſe potuto conoſcere da per ſe, *con tutta la facilità poſſibile*, * ſi vuole anche laſciargli l' onore di ripigliar da ſe il buon camino, e rientrare in parte della ſoluzion del problema, al che molto contribuerà il farlo avveduto, che ſuſtituiſca in luogo del ſuo pdx, * $2pdx + dp : p$, ed invece di qdx, metta $2qdx : p . \overline{n - 2,} : 2$;

* Ove troverà maipiù, un' animo ſi geloſo della ſua gloria? mà l' hà pagato d' una cattiva moneta.

* Vedrete al *Artic.* 7. n. 9. §. 1. che ſenza queſto avviſo lo ſapeva già da per ſe, mà non ne ha avuto CURIOSITA'

e ſi

e si vedrà felicemente portato alla metà. Che se tutto ciò non fosse ancor bastevole per aiutarlo a pervenire a buon termine, e fosse d' vuopo parlar più chiaro per convincerlo di quanto s' è detto; in alcun'altra occasione ciò volentieri si farà, dimostrandogli minutamente, come doveva procedere, per giungere alle nostre *formole*, ed in che hà apertamente mancato nel concepire ciò che cercava. Altro ora non aggiungo, se non, che non posso facilmente capire, come dopo tanti lumi sparsi per quella mia *dissertazione*, egli abbia potuto * *dubitare* della soluzione, che ne hò data. E' egli possibile, che non gli sia * *caduto* mai in pensiero, d' applicare quelle sue due *formole* generali a qualche caso particolare, e specialmente, ad alcuno di quelli, che sono già stati soluti dal Sig. *Nentoni*, per vedere se concordano? Quando ciò avesse fatto, ed avesse esaminati que tre *canoni*, che io ne hò dati nel caso che $n = 2$, sarebbe potuto facilmente uscir d' inganno; Imperocche, avrebbe toccato con mani, che dalle sue, non si può per modo alcuno far passaggio alle mie, le quali concordando perfettamente in tutti i casi con quelle del Sig. *Nentoni*, trovate per istrade tanto diverse, gli dovevano porgere un grand' argomento d' esser legittime. E quando fosse mancato ogni altro indizio della perfezzione del mio metodo; non doveva bastare a convincerlo il vedere, che da quelle mie tre *formole* particolari per le forze centrali nel pieno, presupponendo la densità *nulla*, si passa così felicemente alle *formole* delle forze nel *voto*, e ciò, non in una sola *Ipotesi* della direzzione delle *forze*, mà in tutte tre, cioè dell' essere: ò *dirette ad un centro*; ò *perpendicolari*: ò *parallele* all' asse? Vorrebbe ben' essere uno strano accidente, che un metodo falso, reggesse a tante pruove, ed ingannasse, con tanti saggi diversi. E poi qual certezza poteva egli mai avere, che il suo p, ed il suo q, fossero gli stessi, che li miei, talche potesse si francamente concludere dall' esser le mie *formole* diverse dalle sue, che in *niun modo potevan sussistere*? Niuna affatto. Vi vuole una gran fiducia, ed un gran concetto de' proprj metodi, a caminare senza queste esaminazioni nelle soluzioni de' problemati, particolarmente

* Ciò è avvenuto, perche non hà nè pur' inteso la sua *paralogistica*: Risponde un *Terzo*.

* Avea un bel cadergli in pensiero, se nol sapeva fare; come vedreto al Cap. XVI. dell' *Esame*.

 trat-

trattandosi di condannare le altrui; Non è facile persuadersi, * *quante*, e quali pruove, se ne facessero in *Basilea*, quando si trovarono queste generali soluzioni; e perche in alcune leggieri circostanze, non si conveniva appuntino in certi casi particolari con quelle del Sig. *Neutoni*; entrammo in una tal diffidenza de nostri metodi, fino a dubitare, (mal grado le dimostrazioni, che ne avevamo) di qualche occulto diffetto, che rendesse imperfette le soluzioni, come che per due strade diverse ritrovate, si egregiamente tra di loro convenissero; e non ostante tutti gli sforzi, convenneci rimanercene con questo rimordimento, che forse ancora durerebbe, se avendo l' *Ottobre* passato avuto occasione di ritornare ad esaminare più profondamente la materia, non fossi giunto allo scioglimento, felice del nodo, che tanto tempo in *Basilea* ci tenne, (e sempre invano) occupati.

* Questa è una *Ricetta*, contro alla poca CURIOSITA' d' esaminar le cose; male del quale patisce tanto il *Profess.*

L' aver di sopra fatto menzione della semplicità delle mie due soluzioni del problema, mi obbliga per ogni accidente, che potesse accadere, a portarle almeno velate con qualche cifra, ed eccole in brieve.

a4x.6.ax.8.—*ax.4.79.*⇌ *ax.4.48*⇌ *1x.4.0.*

AR-

ARTICOLO VII.

DEL TOMO VII.

DEL DETTO GIORNALE.

Riflessioni * Geometriche, *in diffesa dell'Articolo xvi. del Tomo v. del Giornale de' Letterati, intorno a i problemi delle forze centrali nel voto, e nel pieno, contro l'impugnazioni fattene nell' Articolo xi. del Tomo vi. del Giornale.* Del Sig. IACOPO ERMANNO, *Pubblico Professore di Matematiche nello studio di Padova.*

QUando diedi nel Tomo secondo di questo Giornale una soluzione del problema inverso delle forze centrali, per l' *Ipotesi* particolare di queste forze in *reciproca dupplicata proporzione* delle distanze del mobile dal centro, espressamente aveva avvertito, che già il gran *Neutoni*, ne avea data * *una soluzion generale*, mà che a me non costava come da quella sua, LE SEZIONI CONICHE si possano didurre nel caso nostro particolare; conciosiache, questo impareggiabile Geometra, non hà mostrato come si debba procedere, in una tal diduzzione per giungere all' * EQUAZIONE ALGEBRAICA delle sezioni coniche, ò pure come si possa construire l'equazione sua independentemente dalle quadrature, ed io pervenuto per quella strada, che hò esposto nel *Tomo* II. alla cognizione del quesito, non aveva all'ora esaminato, come quella diduzzione, ò sia CONSTRUZIONE era da farsi. Tutto ciò aveva riferito, non per voler punto detrarre al merito, e alla bellezza della soluzione del Sig. *Neutoni*, come ingiustamente mi viene * *imputato*, mà solo per far conoscere, che dà quella niuno doveva impedirsi a cercare, una soluzione compiuta del problema inverso nel caso accennato, ovvero di condurre la soluzione del Sig. *Neutoni* all' * *ultimo termine*, dove

* Nell' andar innanzi ogn'uno s'accorgerà, se potevasi più apertamente profanare, questo nobil Nome, applicandolo a tali debolezze.

* *Certa tal qual erudita*, era il suo titolo, ch'adesso sparisce, e lo potete vedere alla *fac.* 460. del *Tomo II.*

* Notà l' astutia del *Profess.*, che và alzando a poco, a poco terreno per coprirsi, introducendo i suoi termini d'*equazione Algebraica*, e di *construzione* mai più per l' addietro usciti in campo.

* Ad altro, s'attribuisce che a malizia.

* Non aveva bisogno d'essere dilatata di vantaggio una soluzione, che comprende tutti i casi possibili. Ne col capo predetto, s' assegna cosa,

ve si può arrivare, assegnando *tutte le curve*, che sciogliono il Problema: Giacche sù l' *Ipotesi* del caso nostro particolare, è fondata una buona parte dell' *Astronomia Neutoniana*; e che per ciò, nè il Sig. *Bernulli*, nè pur' io dopo lui, abbiamo presa soverchia cura, col por mano a questo problema dopo il Sig. *Neutoni*. Nel resto poi, io aveva anche protestato, d' essere pienamente persuaso, che la desiderata diduzzione delle SEZIONI CONICHE, dalla soluzione generale, perfettamente era già conosciuta dal Sig. *Neutoni*; e questa persuasione, oltre all' innarrivabil' abilità di questo Signore; era fondata in vedendo una certa diduzzione nel *corollario* 3. della *propos*. 41. *lib*. 1., per un' altro caso particolare differente dal nostro; avvegnache, non si sia curato di spiegarla in alcun *corollario* annesso alla accennata *proposizione* 41., contento d' aver' additata la diduzzione del *corollar*. 3.; e data la sua soluzione generale, che per me * RICONOSCO PER BELLISSIMA, e DEGNA dell' ALTA MENTE di LUI: imperciocchè l' avea trovata SENZA CALCOLO, e per via di * GEOMETRIA PURAMENTE LINEARE, oltre l' essere stato il primo Autore, e del problema, e della sua soluzione, in un tempo, che le cose erano non troppo avvanzate.

Mà vedendo poi, che nel *Articolo* 14. del terzo *Tomo* del *Giornale*, si è addotta una * *soluzione* del problema *generale*; e che in luogo dell' applicazione dell' equazione differenziale, trovata al caso particolare, non dicevasi altro, che di non volersi *stendere a far vedere, come in quel caso l' equazione dell' Autore non possa esser, che di qualche* sezione conica, *perche la cosa è troppo facile, per impiegarvi più lungo tempo*; mi sono facilmente accorto, che in quel *Articolo* si tentava di convincere di falso la mia proposizione mal' intesa, Che l' inverso problema delle forze centrali, generalmente non si poteva mai sciogliere, e di cosa * *scioperata* il didurre dall' equazione differenziale le sezioni coniche, nel caso consaputo, come prima di me hà fatto il Sig. *Bernulli*, ovvero di cercarne una nuova soluzione come hò fatto io. Onde essendomi convenuto vestire la persona d' *Apologista*, per ser-

che avesse lasciata il Signor Neutoni.

* Secondo lui, era prima una *tal qual erudita soluzione*. Che cangiamento fà adesso! Quanta provato i dolori de' calcoli.

* O nomina sinistramente il *calcolo differenziale*, ò dice il falso, *vedi Esame cap. I.*

* La mia, secondo lui, è una soluzion generale, questa comprende tutte le curve meccaniche, ed Algebraiche. dunque chi niega possibile una *soluzion generale*, pensa impossibile una soluzione, quale hò dato io col Sig. *Neutoni*. Che è ben altro senso, che quello, che vorrebbe darci ad intendere il *Prof.*

* Qual cosa può essere più scioperata, se quella equazion

virmi d'una frase, che non è mia, hò 1. *provato*, nel XVI. *Articolo* del quinto *Giornale*, che quando da me fù scritto nel secondo *Giornale* Che il Problema inverso delle forze centrali generalmente non si poteva mai sciogliere, ciò non s'intendeva d' una soluzion meccanica, ò trascendente, come tutto quel mio periodo nell' accenato luogo il mostra a 2. *sufficienza*, mà solo d' una soluzione 3. *Algebraica*; e perciò mi era paruto ben fatto di levar 4. *l'equivoco*, nō che lo stimassi reale, mà perche vedeva il mio discorso mal' inteso dall' *Autor* dell' *Articolo* XIV. del terzo *Giornale*. Ho 5. *mostrato poi*, che per una compiuta soluzion del Problema, non bastava d' esser pervenutto ad una equazione differenziale, mà che si richiedeva oltre ciò, di saper' il modo di passare dall' equazion differenziale, all' 6. *equazione Algebraica* delle curve quesite, se il problema è *Algebraico*, ovvero il che è lo stesso di *costruire* l' equazione trovata independentemente dalle quadrature: E finalmente hò proferito la mia 7. *soluzione* d' un Problema generalissimo propostomi dal Sig. *Bernulli*, intorno alle forze centrali requisite, acciò che un mobile spinto da esse, verso più centri, ò *fochi*, descriva in un mezzo fluido, e ressistente una data curva. e dalla mia soluzione di queste, ne hò ricavata per modo di 8. *corollario*, quella del problema particolare, proposto nel terzo *Tomo* del *Giornale*, e hò soggiunto, che in 9. *certi dati* le formole del terzo *Tomo* non potevano venire.

Ora nell' *Articolo* 11. del sesto *Giornale*, l' *Autore* con una severa, e lunga critica, è venuto ad un nuovo assalto delle cose già dette, e riferite, benche e procuri, di dare ad intendere di voler star solamente sù la diffesa, ovvero come egli modestamente si dichiara, di vestire la persona d' *Apologista*. Mà questa qualità d' *Apologista*, non impedisce, che non 10. *assalga* le mie due *dissertazioni* del secondo, e quinto *Giornale*, con *tutte le forze possibili*, con le quali chi baderà più alle maniere di parlare di lui, che alle sue ragioni, mi crederà interamente atterrato, e disfatto. In fatti *l'addurre dottrina opposta alla comunal di tutti i moderni Geometri; il non saper distinguer trà curve Algebraiche, e trascendenti, ò meccaniche,* il

differēziale; ch'ho poi. ato io, e delle sezioni coniche? Parlo pel *Prof.*

1. V'è chi fà differenza trà *dire*, e *provare*.

2. A che si contentasse del poco.

3. A questo conto, la mia, non sarà più qual era poco fà, una soluzion generale.

4. Parola d' aggiungere al *Vocabolario de Vizj* del P. Bartoli.

5. Qui ci vorrebbe citata la *faccia* e il *verso*; se il passato non vale, per lo futuro; ed il creder d' aver fatto, per aver fatto.

6. Và pur tentando, d' addomesticare il lettor' a questi nuovi termini diletti.

7. Questa in Italiano si chiama un *Paralogismo*.

8. Miracolo usitato in Geometria; un *Corollario* vero, da una cosa falsa.

il non comprender la soluzione facilissima, e chiarissima del Sig. Neutoni intorno al Problema delle forze centrali; il trovare delle difficoltadi grandi in determinare quelle bagattelle, che sono facilissime ad ogni meno che mezzanamente versato in queste materie, non che a Professori; il non esser' andato per entro della soluzion del Problema proposto dall' Aggressore con tutta franchezza; e'l non aver' avnuto tutta quella superiorità, che si richiede per ben riuscire in simiglianti ricerche; e l' aver' aggiunto del mio un Paralogismo, con una certa ambiguità, ed incertezza d' espressioni, ed altri simili difetti, de quali m'incolpa l' *Apologista*, non 1. *mostrano* ad evidenza, che le mie cose si ritrovano in ultimo scompiglio? Cosa hò io dunque a *fare* in 2. *congiuntura* si dilicata, e ridotto così alle strette? Che probabilità v' è, di poter mai trovare altro ripiego, fuori che quello, di cercare a capitolare a tempo coll' *Aggressore*, a fine di riscuotere almeno da lui qualche atto leggeri di cortesia, in cambio d' aspettare il terribile effetto de' giusti risentimenti del Vincitore? Ma che? or' ora il riflettere, che gli avvenimenti di guerra, anche ne combattimenti letterarj, sono delle volte incerti, e che l' 3. *apparenze* allo spesso ingannano; ad un tratto mi rinvigorisce lo spirito, e m' anima a sostenere con intrepidezza il vigoroso assalto dell' *Aggressore* nella sua critica contro la mia *dissertazione* del quinto *Giornale*. Contro questa egli forma tre attacchi, ovvero per uscir della metafora, m' impugna in tre capi: nel primo s' 4. *ingegna* a far vedere, che quando diedi la mia soluzione dell' inverso problema, delle forze centrali nel caso particolare, niente meno aveva io in mente, ovvero compreso, che la forza della soluzione del Sig. *Neutoni*, e per consequenza, che non poteva asserire senza vana anzi 5. *ridicola jattanza*, d' aver potuto ritrovare da miei minimi, con tutta la facilità possibile, una soluzione generale dello stesso problema, prima d' averne veduta la sua. Nel secondo a provare, che la diduzzione delle sezioni coniche dalla sua equazione, e si 6. *facile*, ch' ogni meno che mezzanamente versato in queste materie, la doveva sentire in determinar queste bagattelle. E nel terzo ei và 7. *diffendendo* la sua soluzione del problema da se

9. In *nissun caso* dice il testo della *fac. 36. vers. 17.* a lettere da scatola.

10. Mi metta su la buona strada, e m' istruisca con tutta la carità possibile, legge la *Glosa*.

1. Se non rispondesse così adequatamente ad una per una, come vedremo, che fà, mostrerebbono questo, e peggio.

2. Un buonò, e dotto Amico, aurebbe detto: *Prudentemēte tacere, se non se ne sà di vantaggio.*

3. Rifugio de disperati, che non suol aver troppa sorte nel nostro clima.

4. Quindi innanzi, non ci vorrà tant' *Ingegno*; perche il suo *squarcio di lettera*, cel fà toccar con mano.

5. Nomi a me ignoti per l' addietro.

ſe propoſto, circa le forze centrali nel pieno, e procura d'accuſar la mia *analiſi* del problema aſsai più generale, di cui ſopra ho fatto menzione d' un ben groſſo 1. *paralogiſmo*. Queſti ſono in ſuccinto, i tre capi delle ſue conſiderazioni donde ogni un già vede, ciò ch'io abbia 2. *a fare*; Mà in tutto ciò voglio fare 3. *più del dovere*, e più di quello, che forſe l'*Apologiſta* aſpetta. Perche oltre, che proverò l' inſuſſiſtenza de' ſuoi due primi capi, e una parte del terzo, toccante il Paralogiſmo ch' egli vorrebbe liberalmente addoſſarmi 4. AMMTTENDO PER BUONA LA SUA SOLUZIONE del problema da lui propoſto, m' 5. *impegno* a dimoſtrare, non con *vane ciarle, ò mal fondate congbietture*, mà con *argomenti dimoſtrativi*, tre coſe, *Che l' Apologiſta, niente meno avea compreſo, ne capiſca, che la forza della propria ſua ſoluzione del problema inverſo delle forze centrali nel voto, ovvero di quella del Sig. Neutoni II. Che di quello che aſſeriſce il Cenſore nelle ſue conſiderazioni, circa la coſtruzione dell' equazione all' Eliſſe, riportata ad uno de ſuoi fochi, ſiegue patentemente ció, che da me fù aſſerito nel quinto Giornale, che la didu⁊zione delle ſezioni coniche dall' equazione differeȥiale, trovata pel caſo particolare dell' inverſo Problema delle forze centrali, è più difficile dello ſteſſo problema generale III. Che innocentemente, egli s'è illacciato in una grave difficoltà, la dove pretendeva, di avermi convinto d' un Paralogiſmo, nella ſoluzione del Problema, intorno alle forze centrali nel pieno.* L'*Apologiſta* chiamerà *riſolute*, queſte tre propoſizioni, per non dir di peggio; mà le qualifichi come li parerà, e piacerà, ogn' uno potrà giudicarne dalle 6. *prove*, che ne addurò. Mà per procedere con ordine, eſaminerò prima i ragionamenti ch' egli adduce contro di me, e poi m' accingerò allo ſtabilimento di ciaſcuno di queſti miei tre aſſunti, rimettendomi 7. AL GIUDIZIO degl' INTELLIGENTI, ſe mi ſia ben riuſcita l' impreſa.

I. Per iſtabilire, ch' io non abbia, inteſo, ne meno ſaputo ridurre all' eſpreſſioni ſimboliche la ſoluzione del Sig. *Neutoni* del problema inverſo delle forze centrali nel voto, prima che l' *Apologiſta* n' aveſſe pubblicata la ſua, ei và, per en-

6. Sì, ma egli ci hà fatto vedere, Che non *ſarebbe facile*, ſe non la ſapeſsimo: andate più abbaſso al *n.* 2. 6. 5.

7. Chiama *diffendere*, l' inſegnargli, come dovea fare, per cavarla dalla ſua. E' acuto il partito della nuova fraſe; ma non baſta.

1. Vedi alla *fac.* 33. *verſ.* 3. e tanto baſta.

2. Ma neſſun lo vede fatto.

3. Niuno promette mai, più d' un che non abbia da pagare.

4. Queſta è una grazia inuſitata fra Geometri.

5. Tal veramente ſaria l' obbligo d'un *Profeſſore*: Ma tenetelo a memorja.

6. Altro, che *riſolute* ſi potranno chiamare, ſe guardiamo alle pruove: ma aſpettiamo d' eſſer ſul fatto.

entro con gran giri, e si serve dei mezzi, che veramente nulla servono a verificar la sua tesi, perche 1. *sono falsi*, e consistono in false consequenze, stiracchiate dalle mie parole mal' intese, ò pure mal'interpretate: queste sono le seguenti *Tom.* II. *del Giornale a c.* 460. „ Parlo solo d' un caso speziale, nel „ quale la legge della forza centrale, che si pone data, è in ra- „ gione reciproca de quadrati delle distanze; mentre il Pro- „ blema generalmente non si potrà forse mai sciogliere : sò „ bene, che il Sig. *Newtoni* hà data una TAL QUAL ERUDI- „ TA soluzione di questo problema, nella *prop.* 41. *lib.* 1. *prin- „ cip. Phil. Natu. Math. pag.* 127., ma a me poi non consta, in „ qual maniera si possa didurre, che le sole sezioni del cono „ possano sodisfare al Problema. Da questo discorso, e dalla spiegazione datane nel V. *Giornale, a c.* 316., che è, che si debba ciò solo intendere d' una soluzione generale *Algebraica*, come certamente da tutto il periodo, è manifesto : l' *Apologista* si sforza d' 2. *inferirne*, ch' io abbia escluso dal numero de' Problemi sciolti, quei che non producono curve Geometriche, e per ciò adduce una ben lunga infilzatura di curve trascendenti, come delle *Catenarie*, *Velarie*, *Elastiche*, *Isocrone*, quelle, che risultano dalla soluzione del *Problema generale degl' Isoperimetri*, e molte altre, come se io non gl' ammettessi tutti per isciolti, benche dipendano dalle quadrature, ò rettificazioni di curve, non quadrabili, ò rettificabili; e sù questo falso 3. *supposto*, dà in una esclamazione, come se mi fossi dichiarato nemico giurato de' nuovi calcoli, ed avessi attentato alla dovuta lode, colla quale meritamente sopra gli altri vanno gloriosi, tutti que' grand' uomini da lui nominati; La qual' esclamazione s' estende fino a rinfacciarmi la colpa d'ingratitudine verso gl' ingegnosissimi Signori *Bernulli*, a quali eternamente mi professerò debitore : mà guardi pure il Censore, se possa spacciarsi tanto incontaminato, quanto io lo sono della macchia di cui e' vorrebbe imbrattarmi.

II. Che tutta la sua diceria in questo proposito sia vana, ed inutile, il vegghiamo da quel mio periodo, in cui non si 4. *può intendere* delle soluzioni meccaniche, quanto vi si dice,

1. Vedrete, che per *Intelligenti*, egli intende solo, quei, che non son sordi.

1. Sovvengavi, che quì principia ad esaminare i miei *ragionamenti*, dic' egli.

2. Quivi manca, *con itali, e tali ragionamenti, che sono falsi per le tali, e tali ragioni, e che si sciolgono così*.

3. Non è un *supposto*; ma i raziocinj ivi addotti, e che hà lasciato nella penna, lo provano.

4. Questo al mio paese non si chiama esaminare, e sciogliere i miei argomenti, secondo la promessa fatta.

ce del non poterſi mai ſciogliere generalmente il problema in quiſtione; mà della ſoluzione Algebraica: Imperciocche impoſſibile vi ſi dice la general ſoluzione in quel * *ſenſo*, in cui il problema è ſolubile nel caſo particolare delle forze centrali in reciproca dupplicata proporzione delle diſtanze, mà il problema in queſto caſo ſcioglieſi geometricamente, ſenza le quadrature, addunque ſolo in riguardo a queſta ſorte di ſoluzioni dicevaſi impoſſibile il problema generale, ne potevaſi dire impoſſibile la ſoluzione generale traſcendente; poiche ſubito dopo ſoggiunſi, eſſere dal Sig. *Neutoni* già pubblicata una * *tal* ſoluzione: da che ſi vede che tutto quel periodo non ſi può intendere, ſe non pigliandolo in queſto ſenſo, *che il problema inverſo delle forze centrali generale, è traſcendente, ò meccanico, che ſolo in alcuni caſi particolari diventa algebraico*: ſicche tutta l' impoſſibilità d' una ſoluzione generale cade sù l' Algebraica. Come quel periodo non poteva pigliarſi in * *altro ſenſo* dall' eſpoſto, così doveva intenderſi dall'*Apologiſta*, il quale veramente in ciò non tanto avrebbe uſato un' atto leggieri di corteſia, quanto un' atto dovuto di giuſtizia, ed avrebbe in queſta forma aſſai più meſſo a * *coperto* la ſchietezza del ſuo animo, che con tutto il reſto delle ſue conſiderazioni; dove che colla ſua falſa interpretazione, e con quella ſua eſclamazione, potrebbe parer' a tal uno, ch' egli non abbia avuta la mira, che d' attizzare alcuno di quei grand' Uomini contro di me, ò pure di ſparger ſemi di diſcordia. * *Quanto* alla conſeguenza, che hà voluto didurre dalla ſua falſa eſpoſizione, la qnale è, che io in niun cõto, abbia inteſa la ſoluzione del Sig. *Neutoni* del problema, di cui fin' ora abbiamo parlato, non che ſaputo ridurla alle ſimboliche eſpreſſioni del calcolo differenziale, eſſa non è * *meno falſa* de' principj, d' onde è ſtirata, giacchè molto tempo prima, che il ſecondo *Giornale* foſſe uſcito, io avea molto bene eſaminata l' additata ſoluzione del Sig. *Neutoni*, in fede di che addurrò quì l' eſtratto d' una lettera, che fin dall' Anno 1707., io avea ſcritta al Chiariſſimo Sig. *Bernardino Zendrini*, mio amico ſtimatiſſimo, in data dei 22. *Decembre*. Ciò che gli ſcriſſi,

tra-

* Vedraſſi falſa la maggiore al *Cap. II.* dell' *Eſame*.

* *Tal quale erudita*, non *traſcendente*, dice il teſto, come ſi vede al *verſ.* 9. della *facc.* 56. ſtiamo in iſcuola Signor *Prof.*

* Vedremo al *Cap. II.* dell' *Eſame*, come lo pigliò il ſuo Maeſtro, in ſimigliante occaſione.

* Anzi aurebbe ſcoperto, d' intender molto poco queſti principj *loici*.

* Qui finiſce l' *Eſame* de' miei *ragionamenti*, ed io v' aſſicuro, che in queſto modo eſeguiſce tutti gl' altri ſuoi *aſſunti impegni*.

* E n' è convinta ugualmente, che i *ragionamenti eſaminati*.

tradotto dal latino, stà per appunto così. * „ La cagione
„ perche il Sig. *Neutoni a c.* 128. del suo Libro, abbia ordi-
„ nato di pigliar una tal grandezza Q, che $\overline{ABFD.\ 1:\ 2.}$,
„ stia in qualche caso alla Z, ovvero Q: A, come IK, a KN, si
„ ritrova così; perche la particella della curva LK, viene
„ scorsa con moto come * *uniforme*, quella divisa per lo tem-
„ po, in cui è scorsa ci manifesta la velocità del mobile sù
„ quella particella; mà il tempo stà come il triangolo KCI
„ = KN, IC: 2, (il comma tra le KN, e IC: 2, denota
„ la multiplicazione scambievole di esse rette); Addunque la
„ velocità in I = KI, divisa per lo triangolo KCI = 2KI:
„ NK, IC: Mà avanti, il Sig. *Neutoni* hà dimostrato, essere
„ uguali le velocità in I, e D, e QUESTA in D = $\overline{ABFD}$
„ .1: 2., addunque 2KI: KN, IC = $\overline{ABFD.}$ 1:2; ovvero per
„ salvare la legge degli omogenei, si multiplichi il numerator
„ 2 KI, con una costante quantità Q: 2, e sarà Q, KI: KN,
„ IC = $\overline{ABFD.}$ 1: 2., e cambiando questa in proporzione,
„ avrassi $\overline{ABFD.}$ 1: 2., Q: IC, ovvero Q: A, cioè, Z:: KL.KN.
„ Il che &c."

§. 3. Mà tutto ciò, col modo seguente potrassi trovare * *analiticamente*: sieno tutte le linee, che il Sig. *Neutoni* ordinò a tirarsi, cioè l' ordinata DF della curva BF (*fig.* 1.) rappresenti la forza centrale del mobile posto in D, ovvero I; e pongasi il raggio CV = a, CD = CI = x, IN = DE = dx, l' arco VX = t, e XV = dt, la velocità del mobile in D, ovvero I, = c, il suo accrescimento infinitesimo = dc, la forza centrale DF = V; Se la particella dell' asse DE = dx, nel momento di tempo df, colla forza V, e colla velocità c, viene descritta, sarà * $dx = cdf$, cioè lo spazio DE, starà in composta proporzione della velocità, e del tempo: Mà la forza V, nel tempo df, produce l' accrescimento della velocità dc, e questo starà come la forza multiplicata col momento del tem-

* Attenti, ed incomincia.

* Vedrete al fine del §. 4. di questo *numero*, che ciò è falso; perche in *queste circostanze non può mai considerarsi equabile*; lo conferma al *num.* 5. §. 3. e poi si disdice sul principio del §. 4. tanto fà fare a suo modo il proprio ingegno.

* Quì viene il buono: e ci mancava questo, per farci vedere, che non ne intendeva straccia di questa speculazione.

* Se si fosse accorto, che questa equazione, presuppone la *velocità costante* per tutto l' architetto; Guai al *Sig. Neutoni*.

tempo, in cui è prodotto, cioè $Vdf = dc$: ovvero $df = dc$: V; mà $cdf = dx$, rende $df = dx:dc$; addunque dc: V $= dx:c$, ovvero $cdc = Vdx$, ed integrando * $cc:2 = \int Vdx$, cioè $c = 2\overline{\int Vdx.}\ 1:2$. Cioè la velocità in D, ovvero in I, stà come $2\overline{\int fdx.}\ 1.2.$, ò pure come $\overline{\int fdx.}\ 1:2.$, cioè come il lato quadrato dell'area ABFD, appunto come hà ritrovato il Sig. *Neutoni*. Ora per causa de' settori simili XCY, NCK, sarà KN $= xdt:a$, il triangolo KIC $=$ NK, IC: $2 = xxdt:2a$, e KI $= \overline{xxdt.\ 2.+aadx.\ 2.}$, $1:2;:a$. Mà come già s'è detto, perche l'archetto diviso pel tẽpo, stà come la velocità in D, cioè come * $\overline{\int Vdx.}\ 1:2.$, starà addunque, KI: KN, IC, come $\overline{\int Vdx.}\ 1:2.$, cioè osservando gl' omogenei; aa, $\overline{xxdx.\ 2.+aadx.\ 2.}$; $1:2;:xx\ dt = \overline{\int Vdx.}\ 1:2.$, quindi si cerca $dt = a.\ 3.\ dx:x\ \overline{xx\int Vdx - a.\ 4};\ 1:2$; addunque il settore XCY $= a.\ 4.\ dx:2x\ \overline{xx\int Vdx - a.\ 4.};\ 1:2$; e 'l triangolo ICK ($= xxdt:2a$) $= axxdx:2\ \overline{xx\int Vdx - a.4:}$, $1:2.$, E chiamando le ordinate Db, Dc *delle curve abz, dcx*, respettivamente m, & n, sarà $m = aax:2,\overline{xx\int Vdx - a.4:}$, $1:2$; e $n = a.\ 4;:\ 2x\ \overline{xx\int Vdx - a.\ 4.}\ 1:2.$, e sarà l'area VabD $=$ all'area VCI, e lo spazio VdcD $=$ al settore VCX. * Queste espressioni colle dovute sustituzioni, facilmente riduconsi all' espressioni del Sig. *Neutoni*.

§. 4. Da questo estratto, si vede addunque, che la soluzione dell' inverso, problema delle forze centrali nel voto del Celebre Sig. *Neutoni*, non è stata a mè così inarrivabile, che non avessi potuto ridurla, all' espressioni simboliche del calcolo differenziale, come favella il 4. *Censore*. Ne per consequen-

* Il *Prof.* non avea ancora imparato, che all'integrale, ci andava aggiunta la costante ab, come fece alla *fac.* 34. *verf.* 20. dopo aver veduta la mia soluzione, e spiegazione della stessa proposizione.

* Se'l *Profess.* auvesse poi avuto la *curiosità* di saper calcolare; con tutta la facilità possibile avrebbe potuto fare, queste quantità negative, a cagione d'essere le dx tali.

* E con tanto, stava ben quel suo Amico; se non gl' han guastato lo stomaco, le mie, e l'altra sua equazione legittima, che egli hà cavato, alla *fac.* 29. *verf.* 5. con l'ajuto della mia soluzione, e spiegazione; paragonatela con questa, e giudicate.

quenza dovea riuſcirmi manco difficile a trovare co' miei principj una ſoluzione generale, quando anche quella dell *Apologiſta* non foſſe mai più ſtata pubblicata dopo aver trovata, e pubblicata la particolare de *Tomo* II. di queſto *Giornale*, che certameute ſe non è più difficile della generale, non può chiamarſi più facile di eſſa; in fatti ſubito, che mi venne la 1. *curioſità*, d' applicare il metodo adoperato nel problema particolare delle forze centrali, al generale, ne trovai quella ſoluzione, che ſi vede regiſtrata nell' *Articolo* 16. del quinto *Giornale*, la quale non oſtante quel preteſo invilluppamento delle *coordinate* ad angoli retti, rimproverato dal *Cenſore*, a molti, e paruta ſempliciſſima, perche il giro di eſſa, ci conduce naturalmente ad un' equazione, che ſenza quelle regole non ancor pubblicate, ed a i ſoli Maeſtri dell' arte intelligibili, e ſenza altre preparazioni, già è integrabile colle notiſſime regole del calcolo integrale; ſenza l' ajuto ne anche de i canoni delle forze centrali, non molto ſemplici, baſtandomi la ſola eſpreſſione del piccolo ſpazio cagionato dalla forza centrale, che otteneva per una ſempliciſſima *analogia*, naſcente dalla ſimilitudine di due triangoli; 2. *prerogative*, che non competono alle ſoluzioni dell' *Apologiſta*, che preſuppongono i già accennati canoni delle forze centrali, non tanto ſemplici, 3. tolti IN PRESTITO dal Sig. *Varignoni*, che già gli aveva in più maniere dimoſtrati nelle memorie dell' *Accademia di Francia* 1701; e in ciò poteva laudevolmente nominarlo, e contentarſene, ſenza 4. addurre del SUO una certa mancante dimoſtrazione, fondata in sù la falſa *Ipoteſi*, che lo ſpazio EF (*fig.* 1. *Tav.* 3. *c.* 410. *del terzo Giornale*) viene ſcorſo con una velocità coſtante, in cambio, che il moto per queſto, e ſempre accelerato, e in queſte circoſtanze, 5. non può MAI CONSIDERARSI EQUABILE.

§. 5. Quando poi l' *Apologiſta*, ſpacciando, che la ſua ſoluzione, non è riſtretta ad una ſola, e particolar condizione dell' uguaglianza de' tempi, ſubito dopo confeſſa di preſupporre eſſa, qualunque de i tre differenziali intrinſeci all' equazione della curva per *coſtante*; non può ſe non mover le

ri.

4. Che gli reſta con obbligo, d'aver sì chiaramēte confirmato il ſuo detto, con una equazione tanto diverſa dalle legittime.

1. Cara *curioſità*! biſognava venire quattro anni prima, per darci l'equazione del *Tomo* III., e del V. nella lettera, a quell' Amico.

2. E che con tutte queſte belle prerogative, occupa più di due intiere faccie del Giornale.

3. Quì piglio *In preſtito* i canoni.

4. Quì gl' adduco del *mio*; Accordi chi può queſti paſsi, ch' io non sò tanto.

5. Alla *fac.* 58. *verſ.* 6. l' arco IK viene ſcorſo cō un moto *tome unifor-me*, paſſa, e volta ai §. 4. del *n.* 3.

risa a i * *conoscitori*; quasi che, que' differenziali *costanti* fossero condizioni * *meno ristrette* dell' uguaglianza de' tempi, e rendessero la soluzione più generale. Mà se ad ogni modo il *Censore* voleva notar qualche difetto, e spezialmente quell' uguaglianza de tempi, era in obbligo di pubblicare una soluzione, ove niuno de i suoi tre differenziali, chiamati da lui intrinseci all' equazioni delle curve, fosse * *supposto costante*. Supplirò quello, che toccava a lui, adducendo una soluzion generale, enza secondi differenziali, e senza supporre nulla di costante. Sieno (*fig.* 1.) IT, $K\theta$ due tangenti della curva ne punti I, e K: sopra le quali cadano dal centro, C le perpendicolari CT, che taglino $K\theta$ in t, e $C\theta$. Poi per li punti t, K, si tirino t,s, $K\omega$ parallelle alla IC, e sia la forza centrale in I, ovvero D = DF = f, il perpendicolo CT = p, Tt = $-dp$, IK = ds, KN = dy, il tempo in cui il mobile scorre l' archetto IK = dt. Ora per cagione de * *triangoli simili* ICT, Tts & IKN, averemo $ts = -dpds : dy$, e per la similitudine dei Its, IKω, ritrovasi $K\omega = -dpds.2.,: pdx$: La $K\omega$, essendo in composta ragione, della forza centrale, e del quadrato del tempo, cioè $fdt.2.$, averemo $-dpds.2.,: pdx = fdt.2.$, ovvero $-dpds.2.; pdt.2. = fdx$; E perche sin' ora abbiamo supposti i tempi proporzionali alle aree, sarà $dt.2. = ppds.2.$, quindi $dp : p.3. = fdx$, e integrando $-1 : 2pp = \int fdx$, $1 : 2pp = ab : 2 - \int fdx$, ovvero $1 : p = \overline{ab - 2\int fdx}.1:2.$, il che ci dà l' equazione * $dy = aadx : \overline{abxx - 2xx\int fdx - a.4.}; 1:2.$, affatto come la trovammo nel quinto *Giornale* a *c.* 321.

§. 6. Sin ora mi sono 6. *giustificato* dell' ignoranza, imputatami dal *Censore* a riguardo della soluzione del Sig. *Neutoni*, intorno al problema inverso delle forze centrali. Si tratta addunque di verificare il primo *Articolo* dell' assunto mio impegno, che è di mostrare ad evidenza, che l' *Apologista* non abbia ben compreso, nè la soluzione del Sig. *Neutoni*, nè la propria, con tutto quel suo fracasso, nell' avvisarmi di una

* A i *conoscitori* come lui, il cui riso non sò se passi l'ugola.

* In buona *Geometria*, chi hà trè strade da scappare, suol esser *meno ristretto*, di chi ne ha una sola.

* Non avrei poi insegnato quel, che fece giudicare insolubile il Problema generalmente ad un *Professore*.

* Se tāti triangoli simili, vi rompessero il capo, andate al Cap. V. dell' *Esame*, e senza tante girandole, ne avrete una in due *versi*.

* Paragonate questa equizione colla trovata nello *squarcio di lettera*, e vedrete, che dopo aver imparato, di aggiungere all' integrale la *ab*, e di fare *dx* negativa, batte meco, e con il Sig. *Neutoni*;

* Ci manca un *credito*

una tal ignoranza. Nel terzo *Giornale a. c.* 500. volendo far vedere, come seguendo le vestigie del Sig. *Neutoni*, si possa giugnere all'equazione da se ritrovata, oltre che si serve di quella stessa * *condizione ristretta dell' uguaglianza de' tempi*, che nella mia soluzione ei biasimava, e adoperando la *propos.* 39. del Sig. *Neutoni*, che dimostra esser la velocità in I. come il lato quadrato dello spazio ADFB, mette a dirittura l'area VDFR uguale all' integrale assoluto di $-2fdx$, e l'area AVRD, eguale al suo n. Ora non vi vuol gran perizia a mostrargli l' inganno; imperocchè l' integrale assoluto di $-2fdx$ non può giammai denotare lo spazio VDFR, ma solo uno spazio doppio di quello, che si stende all' infinito della parte opposta dell'abscissa CD, come sarebbe lo spazio DLMBF, se la curva delle *forze centrali* BRF, è qualche * *Iperbola*; ovvero uno spazio doppio dell' adiacente all' *abscissa* CD, se la curva delle forze è d' un altra spezie dell' *Iperbole*. Ch' egli abbia denotato l'aera VRFD, coll' integrale assoluto di $-2fdx$, si vede nell'applicazione della sua formola $dy = dx: \overline{nxx - 1 - 2xx\int fdx}.\ 1:2.$ al caso particolare, $f = b:xx$, la quale trasforma nella, $dy = dx: \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$, il che ci dimostra ad evidenza, che il suo $-2\int fdx = 2b:x$, cioè l'integrale assoluto di $-2bdx:xx$, che è quello a cui nulla di costante s' aggiunge, ò detraesi. La onde dal non aver lui capito ciò, che pure era necessario da considerarsi, per poter spacciarsi d' aver ben compresa la soluzione del problema, rimane chiaramente provato, che non abbia ben inteso quella da se addotta. Doveva porre subito tutto lo spazio ADFB eguale al suo $n - 2\int fdx$, senza imbrogliarsi col cercare le porzioni di questa area, che possano esprimersi per le parti n, e $-2\int fdx$ separatamente, giacchè la quantità costante n, somministra sempre la quantità, che conviene aggiungere all' integrale assoluto di $-2fdx$. Nel progresso di questa nostra difesa, * vedremo, che il nostro *Censore*, non ha ne anche ben conce-

fra due parentesi; perche l' equazione cavata, appresso ogn' altro, *giustifica*, e con rigor matematico gli miei detti.

* Bisogna pigliarsela col Sig. *Neutoni*, che usa questa *condizione*, non come, che spiego quel, che egli dice. Tutto di questo tenore so stiene l' assunto suo impegno il *Prof.*

* Tutto è vero, facendo come fà egli, alla *fac.* 61. *vers.* 14. DF $= f$, e non $= 2f$, come bisogna fare, per non far dire uno sproposito al Sig. *Neutoni*, all' usanza del *Professore*, vedi all' *Esame* Cap. VI., ed ecco, in poco smontata la prima Colubrina.

* Mà nella stessa maniera, ch' abbiam veduto questo primo punto.

ce-

cepita la natura delle *forze centrali*, ne ben compreso, ciò, che si voglia coll'inverso problema di queste forze. Ma passiamo alla seconda parte di queste nostre * *riflessioni*.

II. In questa seconda parte incombe ad esaminare, se l'* *Apologista* dalla sua equazion generale $dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx \int fdx}\; 1:2$; pervenuto alla particolare $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}\; 1:2$; possa pretendere d'avere sciolto pienamente il problema inverso delle forze centrali nel caso, che $f = b : xx$, il qual produce le sezioni coniche, e,* *se la diduzzione* dell' EQUAZIONE ALGEBRAICA di queste curve, sia sì facile, che non meriti d'impiegarvi il minimo tempo, ò pure come io pretendo, che il passaggio da quella equazion differenziale alle sezioni del cono, all' EQUAZIONE ALGEBRAICA di queste, (il che propriamente * *chiamasi* didurrle dall'equazion differenziale non integrabile,) ovvero la COSTRUZIONE di essa equazione differenziale, sia più difficile dello stesso problema generale.

§. 2. L'*Apologista* fiancheggiato dall'equazione dell' *Elisse* riportata ad uno de' *fochi* adoperata altre volte, e trovata dal Sig. *Varignoni*, che ridotta a i simboli del *Censore*, stà così; $dy : \overline{aa - cc}\; 1:2 = dx : \overline{4ax - 4xx + cc - aa}\; 1:2$, e trovandola affatto simile alla sua $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}\; 1:2$, indi conclude, che le *sole* sezioni coniche competono al quesito, e che in una tal diduzzione ogni meno che mezzanamente versato in queste materie, non poteva, ne doveva incontrare la minima difficoltà, non che i *Professori*; supponendo poi, che questa veramente facilissima comparazione dell'equazione del Sig. *Varignoni* con quell'altra dell' inverso problema fosse stata * *incognita* al Sig. *Varignoni*, ed a me; prorompe in un'interrogazione, tanto più frizzante, quanto il rimprovero, che ci fà, cade sù la qualità di *Professore*, di cui amendue ora siamo vestiti.

§. 3. Po-

* Hà fatto bene a lasciare il *Geometriche*.

* Questa questione non se mai fatta, nè nel suo testo alla *fac.* 20. *vers.* 7. nè nel mio, da lui portato alla *fac.* 51. *vers.* 28., leggete, e vi chiarirete dell'artificiuolo, che v'ho scoperto, alla *fac. cit.* intorno al *vers.* 20.

* Nel linguaggio della *necessità*, per parer di non esser tanto allo scuro in queste materie.

* Cancellate il Sig. *Varignoni*, che è un Valentuomo, di cui mai non hò parlato, e lasciate in isola il *Prof.*, che non vorrebbe esser solo.

Digitized by Google

§. 3. Povero Sig. *Varignoni*, che non sapeva far uso de' suoi tesori, dopo aver trovato in sedici maniere, tutte differenti, dalle mie, l' equazion generale del nostro Problema inverso; poiche non avvisandosi di paragonare la sua equazione differenziale all' *Elisse*, riportata al *foco*, con quella, che risulta dal problema inverso delle *forze centrali*, lodò la diduzione, e costruzione del * Sig. *Gio: Bernulli*, come un saggio di quella sagacità, che apparisce in tutto quello, che produce alla luce, questo Eminente Geometra. E povero pure il Sig. *Bernulli*, che non battendo la strada sì facile dell'Apologista, è andato a perdere miseramente il tempo, in determinare con un calcolo, ch'eziandio il *Censore*, chiamerebbe *ben lungo*, *e laborioso*, se l'avesse veduto, una cosa, che ogni meno che mezzanamente versato in queste materie, poteva didurre col solo uso degl' occhi, senza verun calcolo! Povero lui, che ha mandata questa diduzzione sì laboriosa all' *Accademia Reale* delle Scienze, * *unitamente* colla mia soluzione del Problema pel caso particolare.

§. 4. Quel paragonare l' equazion differenziale dell' *Elisse*, che l' *Apologista* fà, coll' equazione particolare dell' inverso Problema delle *forze centrali*, ben sì è * *facilissimo*, è degno d' ogni minimo principiante, non che d' ogni meno che mezzanamente versato in queste materie, perche a questo è * *lecito* di prender granchi *a secco*, ma non già a quelli, che si vantano d' una certa franchezza, e superiorità in simiglianti, anzi in più ardue ricerche. Quegli di questa sfera debbono pur saper distinguere un Problema diretto dall' inverso; debbono sapere, che le curve, che vengono denotate dall' equazion differenziale, che risulta dalla soluzione del Problema, sono incognite, ovvero debbono * *considerarsi tali*, benche per via della soluzione del Problema diretto si sappiano alcune di quelle curve quesite. * *Ora* l' addurre l' equazione differenziale dell' Elisse al *foco*, e l' mostrar la concidenza, con quella del Problema inverso, e già un pigliar la curva *quesita*, come * *cognita*, il che è poco differente dalla *petizion di principio*, avvegnacche le due equa-

* Sì gran Nomi ancora, non bastano a coprir tanta dedolezza.

* Sovvengavi, che non vuol caminare con *vane ciarle*, e *mal fondate congietture*.

* A chi però, ha *la curiosità* d' osservarlo.

* S' avessi saputo ciò, non gli avrei fatto questa opposizione.

* Per far la carità al *Professore*.

* Adesso viene la forza dell' argomento.

* E un paragonarla con una *cognita*, per farla conoscere, a chi non hà ancora imprato, tanto che basti.

Digitized by Google

equazioni differenziali convengano, una tale argomentazione altro non è, che un confondere il Problema, *diretto coll' inverso*. Aggiungo, che questo argomento 1. *una tale, ò tale equazione, racchiude le sezioni del cono, addunque racchiude queste sole*, è un paralogismo schietto. Imperciocche, il Sig. *Jacopo Bernulli*, con molti esempj mostra, che una medesima equazione differenziale, può designare, differenti curve, e di differenti gradi; vegganfi *gl' Atti di Lipsia* 1697. *pag*. 414. 2. *Addunque* la conclusione del *Censore*, che quella sua equazione particolarizzata, racchiudendo le sezioni coniche, non possa denotare altre curve di gradi differenti dalle sezioni coniche, è un paralogismo; non potendosi accertare altramente, se queste curve sian le sole, che competano a quell' equazione differenziale, se non per via di 3. *costruzione* della medesima.

§. 5. Onde quando hò scritto, che al parere del Sig. *Varignoni*, ed al mio, la deduzzione delle sezioni coniche dall' equazione differenziale pel caso particolare, era più difficile della soluzione del Problema generale; questa maggior difficultà, non si riferiva al paragonar l'equazione differenziale del Problema, con quelle delle sezioni coniche, il che 4. *sapevamo anche noi*, esser facilissimo, e che doveva quella coincidere, ò pur ridursi a questa, perche già sapevamo, che in tutte le sezioni coniche, le *forze centrali*, sono in reciproca dupplicata proporzione delle distanze dal *foco*; ed il volerci negare questa notizia, che tutti anno, come fà l'Apologista, è un 5. *farsi burlare* a sua posta. La difficultà consiste addunque, nel *dedurre* dall' equazione trovata del Problema inverso, l' EQUAZIONE ALGEBRAICA della curva quesita, prescindendo dalla cognizione, qual essa fosse, il che non era sì facile; l'equazione, della cui costruzione ricercasi non 6. *essendo integrabile*. Se il Sig. *Varignon* non avesse data quella sua equazione all' Elisse, cosa avrebbe fatto il *Censore?* ei con un calcolo ben lungo, e laborioso, 7. *l' avrebbe cercata* da per se, perche sapeva la legge delle *forze centrali* nell'Elisse, rispetto al *foco*; ma supponiamo, che non avesse avvta questa notizia, come certamente con-

1. Con queste premesse in mano, andare alla *fac*. 30. *verso* 19., e fatte da per voi la conseguēza. Che concetto ha de' suoi *Intelligenti* quell' uomo!

2. Gran sospetto v'ha da movere il vedere, che tra tante *ciarle vane*, non porti la ragione del Sig. *Bernulli*. Andate al Cap. IX. dell' *Esame*.

3. Se volete veder, che non ha, nē pur letto, nō che capito, lo *schediasma* del Sig. *Bernulli*, guardate se egli ivi dà questa regola.

4. *Credat Iudaeus Apella*; a riguardo del *Prof*.

5. *Si fà burlare*, chi si fà guida altrui in queste materie, e non nè sà straccia.

6. Vedrete al §. 7. di questo *num*. 3. un gran miracolo, ed è; cambiarsi in *integrabile*, e co.

 vie-

vien prescinderne; qual curva all' ora avrebbe scielta, per ricavarne l'equazione differenziale? e qual punto in essa, avrebbe eletto, pel centro delle *forze centrali*, al quale riferisse la sua equazione? Certo egli sarebbe stato uno strano caso, se avesse ben incontrato un puro accidente; poiche tutto il processo sarebbe stato un caminare a tastone. Si tocca addunque con mano, che per giungere ad una perfetta soluzione del problema, di cui sin ora s' è favellato, convien caminare con altr' ordine da quello, che ha fatto l' *Apologista*, che non è scientifico; ne anche dà sicuramente tutte le curve quesite: 1. l'*unico ripiego* per rinvenir queste con sicurezza, è construire l'equazione differenziale, ovvero (il che è lo stesso,) far passaggio da questa, a tutte quelle Algebraiche, che le competono. Ora pretendo, che ciò sia più difficile d'esequire, dello stesso scioglimento generale, e questa proposizione si 2. *prova* coll'asserzione del *Censore* a *c.* 421. e 422. *Che niuna equazione differenziale di quelle curve, in cui l'ordinate concorrono in un medesimo punto, è construibile independentemente delle quadrature curvilinee, geometricamente non quadrabili*; e temendo, che se ne eccettuasse l' equazione dell' *Elisse al foco*, questa asserzione generale, vuol egli anche esser'intesa delle sezioni coniche. Donde rimane chiaramente provato, il nostro secondo assunto, *Che di quello, che asserisce l' Avversario dell' equazione dell' Elissi riportata al foco*3. *siegue patētemente la nostra proposizione, che la diduzzione delle sezioni coniche dell' equazion particolare del problema, tante volte già rammemorato, è più difficile dello steßo problema generale*.

§. 6. Nel resto poi bisognerà, ch' io stesso confessi, che con un ragionamento sì fatto, inavvedutamente è andato a precipitare in un laberinto, da non uscirne mai; 4. *perche* da quella sua proposizione, seguirebbe, che tutte le curve, le cui ordinate partono, dal medesimo punto, sieno meccaniche, il che si prova così: ogni equazione, la cui costruzzione dipende dalla quadratura di figure curvilinee geometricamente non quadrabili, esprime curve meccaniche; ma tutte le curve, le cui ordinate partono da un medesimo punto,

to,

struibile, senza le quadrature.

7. Il *Prof.*, è in estro; piglia il *sarebbe*, per *è difficile*: Non sono questi *argomenti dimostrativi*, nō *vane ciarle*, quali vi promise alla *fac.* 55. *vers.* 12. *seg*?

1. *Ipse dixit, credite Posteri*. concedetegli questo, ed è a cavallo, porche sentite

2. Se fosse una Donna, nol vorrebbe Giuvenal per mogliera, per che ciò, è *cur tum torquere enthymema*.

3. Poteva cavar questa conclusione senza tante premesse, che vi veniva più naturale.

4. Ricordatevi anche quì, che sono *argomenti dimostrativi e nō vane ciarle*, e leggete allegramēte.

to, sono espresse per equazioni, le cui costruzzioni dipendono dalla quadratura di figure curvilinee, algebraicamente non quadrabili; addunqne tutte le curve, in cui le ordinate concorrono in un medesimo punto sono meccaniche. La proposizione maggiore è fondata sul comune consentimento di tutti i * *Geometri moderni*; la minore è dell' *Apologista*. Ora sò * *Giudice* lui stesso qual di noi, ò esso, ò pur io, abbiamo addotta dottrina, opposta alla comunal di tutti i Geometri moderni, come falsamente ei m' imputa.

§. 7. Ma se avesse solo considerato, con un poco meno di disprezzo, la regola, che ho data *a c.* 322. *Tomo V. del Giornale*, ed applicata al problema in questione *a c.* 323. ei certamente non avrebbe potuto illacciarsi in un paralogismo madornale, *perche vi avrebbe veduta* già costrutta la sua equazione $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$, ò almanco ridotta ad un * *equazione Algebraica*, il che è lo stesso, che la costruzzione, l' uno dipendendo dall'altro; ma per cavarlo affatto dal suo inganno, quì voglio addurre una costruzzione *semplicissima*, di questa sua equazione differenziale, independentemente dalle quadrature, che era una cosa fin ora * *da lui* stimata impossibile, benche l'avrebbe egli stesso potuta ritrarre dalla regola già accennata. Nella linea indefinita (*fig.* 2.) VI. segnato qualsivoglia punto C per centro delle forze, si pigliano in sù, ed in giù del punto C in questa medesima, due porzioni eguali $CL = Cl = \overline{bb + n}.\ 1:2.$, che nomineremo per compendiare $= c$, per li punti L, l, tirate le due PP, *pp*, perpendicolari alla VI; nell' angolo retto CLP, si adatti una retta $CK = ccx : bx - 1$, di cui un' estremo, sia sempre nel centro C, e l' altro K nella PP; in questa CK, piglisi $CI = x$, * *dico*, che il punto I, è nella parte superiore MLVN della curva desiderata; per l'inferiore MuN, facciasi $CK = ccx : 1 - bx$, e $Ci = x$, e questo punto i, sarà eziandio nella curva quesita MuN; da questa costruzzione, si giugnerà facilmente all'equazione differenziale $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$. di grazia ditemi un poco,

 qual

* *Distinguo; STRAPPAZZAMESTIERI; concedo*, di qualche, anche BASSA SFERA, *nego*. vedi *Esame* C. X.

* Il mio *Laudo* è, Che siamo troppo allo scuro in questa scienza, per farcene *Prof*: e se ne appelli, che gliel concedo.

* Egli la poteva vedere data prima da me nel *Tō*. III. *fac.* 502. *vers.* 14. se pure nella sua *strana Geometria*, il III., è prima del V. di che, non mi sò assicurare.

* E dovea aggiungere: *Da me alla fac.* 65. *vers.* 32. *confermata per TALE*. Memoria traditrice!

* Come mai, deve facilmente contentarsi delle operazioni de' suoi Scolari il *Prof*. Per quanto si vede, non è troppo scrupoloso nelle sue ricerche.

qual quadratura, ovvero qual rettificazione di curve ſupponga queſta coſtruzione * *ſempliciſſima*. Tirate poi per li punti I, ed i, le due IR, *ir*, parallelle alla PP, e nominando la CR $= +p$, e la Cr $= -p$, l' ordinate IR, *ir* $= q$; per via de' triangoli ſimili CKL, e CIR, averemo l' *equazione* * $1 \pm cp = b\,\overline{pp + qq}$. 1 : 2., che è alle ſezioni del cono, nelle quali MN $= 2b : n$, l' aſſe traſverſo, ſiccome abbiamo determinato nel ſecondo *Tomo del Giorn. a. c.* 466., e 467.

§. 8. Reſta ancora prima di finir queſta ſeconda parte, di cavar' il *Cenſore* d' un' altro errore non meno capitale del precedente, che conſiſte nell' immaginarſi egli, che anche il triangolo, poſſa eſſere del numero delle figure, nelle quali le forze centrali ſono in reciproca dupplicata proporzione delle diſtanze; e da queſto ſi vedrà, ch' egli ne meno abbia compreſo la natura del problema delle forze centrali; ſia il diretto; ſia l' inverſo, come già di ſopra hò * *promeſſo* di moſtrare. Per eſſerne convinto, baſta dare una ſpiegazion chiara, di ciò che ſi cerca all' inverſo problema delle forze centrali; queſto riduceſi in determinare le curve, che deſcriverà nel voto un corpo projetto, ſecondo qual ſi voglia direzzione, con una data velocità, col moto miſto di quello di projezzione, e quello de i gravi, nella ſuppoſizione, che la gravità, non iſpinga i corpi, verſo un centro infinitamente lontano, nè ſia *coſtante*; mà s' addirizzi ad un centro, in diſtanza finita, e ſia come le ordinate della curva delle forze cent rali: ciò poſto, e ripigliando la *fig.* 1., ſi tratta di determinare una curva VIK, che riſulterà dal moto di projezzione, con cui ſi concepiſce un mobile V, ſpinto con una data velocità, ſecōdo una direzzione verbi grazia * PERPENDICOLARE alla VC, e da i moti, che naſcono dalle non mai, interrotte impreſſioni della gravità *variabile*, ovvero dalle forze centrali, eſpreſſe per l' ordinate della curva B R F. Ora ſiccome nella Dottrina del Galileo circa i moti de' projetti, la velocità di projezzione mai ſempre deve * *ugualgliarſi*, a quella, che acquiſterebbe un grave, in fine della caduta perpendicolare, per una linea, che egli nomina *ſublimità:*

* A moſtragli la ſua *Sēplicità*, con ducetelo al Cap. XI. dell' *Eſame*, e fategli imparare, che non è queſto il *queſito*.

* Che troverete data prima da me alla *fac.* 501. *verſ.* 14. del *Tomo* III.

* Come è mai pronto ad oſservare le ſue promeſse! Mà biſognerebbe fargli la carità, di non legger più innanzi.

* Parola, che aveſse ſchiacciato fra denti! come vedrete al Cap. XXVII. dell' *Eſame*.

* *Diſtinguo*; ſe le forze ſono *ordinarie*, quali le conſiderò il *Galileo*, *tranſeat*; ſe ſono *infinitamente piccole*, ch' egli non conſiderò mai; *nego*.

mità:così eziandio nel problema nostro,conviene, che la velocità di projezzione, sia sempre uguale a quella, che acquisterebbe il grave in V, cadendo per lo spazio AV, con un moto accelerato, risultante dall' *Ipotesi*, che le gravità sieno come le ordinate della curva BRF; di modo che, la velocità in V, stia come il lato quadrato dello * *spazio curvilineo* AVRB. Ciò ben' inteso, e quanto basta capito, rimane facile a dimostrare, che in niuna *Ipotesi* della gravità, il triangolo possa essere la figura della projezzione. Imperciocchè l' equazione generale, di tutte le curve di projezzione, essendo

$dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx \int fdx}.\ 1:2.$, questa non può diventare al *triangolo*, ovvero alla *linea retta*, se non supponesi $f = 0$, ovvero ad una quantità infinitesima, & n finita; ò pure nell' *Ipotesi* di $f = b : xx$ (in cui pretendesi eziandio compreso il *triangolo*,) che cambia la generale in quest' altra; $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$, che b sia; ò nulla; ovvero infinitamente piccola, & n come prima finita, e positiva, in qual caso l' equazioni si trasformano in quella del *triangolo*; $dy = dx : \overline{nxx - 1}.\ 1:2.$, ovvero d' una *linea retta* la cui distanza dal centro delle forze sia $= 1 : n.\ 1:2.$; Ma se f, ovvero $b = 0$, la curva delle forze MRF, confondendosi coll' asse AC, renderà tutte le aree, AVRB, ADFB, ec. uguali a zero, e quindi le velocità da acquistarsi con le cadute per gli spazj AV, AD, ne punti V, e D, saranno nulle; addunque anche la velocità di projezzione, non potrà esser che nulla, e per conseguenza in queste circostanze un mobile, non potrà giammai descrivere una *linea retta*. Se f, ovvero b, sono infinitamente piccole, nell' equazione alle sezioni coniche, sparirà il $2bx$, e resterà l' equazione alla *linea retta*; $dy = dx : \overline{nxx - 1}.\ 1:2$; posta n finita, nel qual caso le predette aree, non sarebbero affatto zero, mà * *infinitamente piccole*, e così pare, che un mobile projetto con un moto infinitamente piccolo, possa descrivere una *linea retta*; mà ciò da-

* Che, come vedrete al Cap. XII. dell' *Esame*, non ha nulla a fare, colla curva delle forze.

* Essendo la AVRB *costante*, & VRDF solo *variabile*; il Celeb. Sig. *Iacopo Bernulli*, non gli può mai aver insegnato questa dottrina, per cavarmi d' un' *error Capitale*. Riveda gli scritti, e si chiarirà.

dato, non conceduto, l' *Apologista*, non asseguirebbe nè anche il suo intento; perche in questo caso le aree A D F B, ADfB, AEGB, ec. essendo disuguali, così ancora le velocità in I,k,K, * *sarebbero diverse*, e per conseguenza il moto sù la *linea retta* VIK, (posta la curva VI esser retta, per non multiplicare le figure,) sarebbe accelerato, ò ritardato, e non uniforme, ed equabile, come il vorrebbe l' *Apologista*.

* Sovvengagli della dottrina sputata alla *fac.* 33.*verf*.7.*feg*. e conoscerà quest' *errore Capitale*, perche AVRB, è una quantità *costante*, ed *assignabile*.

§. 9. In tutto ciò abbiamo conceduto assai più di quello, che si poteva, e doveva; supponendo la quantità costante n finita, e positiva: nel qual solo caso, l' equazione delle sezioni coniche, diventa l' equazione alla linea retta; mà nel caso nostro, lontano, che n sia finita, e positiva; essa si trova infinitamente piccola, e negativa; imperocche; $n = -2b$; addunque la distanza della linea retta di projezzione dal centro delle forze, che era $= 1:n.1:2.$, adesso sarà $= 1:\overline{-2b}.1:2.$ cioè uguale ad una linea * *infinita*, ed *imaginaria*, addunque la linea di projezzione retta in questa *Ipotesi*, ed in ogn' altra, è imaginaria, ed impossibile; addunque dall' equazione; $dy = dx: \overline{nxx-1}.1:2.$, benche sia alla linea retta, non si può ricavare, che questa possa essere la linea di projezzione. Mà se b è finita, all' ora in niuna maniera la sua equazione può mutarsi in una linea retta, come può accertarsene chiunque vorrà esaminare la mia * *costruzione* di quella equazione. Resta addũque chiaramente provato, che l' *Autore* in quella sua osservazione, intorno alla linea retta, cõsiderata come una linea da nascere dalla sua equazione differenziale, s' è * *gravemente ingannato*. Nel resto; se per quella, altro non intende di questo, che un corpo senza gravità, e da niuna forza centrale spinto, mà solo gettato da qualsivoglia forza, secondo una linea retta, continverà nel voto, e seguiterà colla stessa velocità impressagli dalla forza proijciente, la sua prima direzzione nel voto, ciò gli sarà accordato da ogni meno che mezzanamente versato in simili materie; mà non già, che questo abbia niente che fare colle forze centrali, e che si possa dedurlo in alcuna maniera dalla sua equazione dif-

* Gran peccato! che non c' abbia comunicato quel calcolo, che lo conduce a scoperte sì pellegrine.

* Cioè quella, che tutta spira *semplicità*.

* Se anno alcun peso, principj così opposti a quelli del *calcolo differenziale*.

differenziale. Ne punto il *Censor* s'è ingannato, col nominare questa sua speculazione *minuzia*, ciò forse per colpire i *Professori*, che s' è tolto di mira; mà se nell' avvenire ci vorrà condescendere a spiegar' altre sue minuzie, sarà di mestiere scieglier di quelle, che contengono 1. *dottrine vere*, ne dian cattivo concetto della sua franchezza, e superiorità, che si richiede alle più ardue ricerche.

III. *Maravigliosa cosa, è a vedere* (sono parole dell' *Apologista* scrivendo di me) *come essendo stato condotto da quel suo conseguente in se vero, avvegnache da lui da un principio illegittimamente dedotto, per caso sù una strada, che battuta con un poco più di destrezza, lo poteva alla fine portare alle mie formole; egli s'è lasciato trasportar' altrove, e calcando un sentiero affatto diverso, è andato a precipitare in quella risoluta conclusione*; Che in nissun caso, potevan venir le mie *formole*. Vicendevolmente cosa maravigliosa mi pare, di vederlo scrivere, ch' io sia andato a precipitare in una accusazione falsa delle sue *formole*; se quelle, che hò dimostrate false non sono *le sue*, come subito dopo ce ne 2. *avvertisce*. Nella formola la cui *falsità hò* 3. *dimostrata, supponesi* $p = ds{:}rdy$, e $qdx = zds$, e solo vi si dice impossibile in *niun caso* d'ascēdimento, ò di discesa, rispetto al centro delle forze; vi sarebbe ben sì stato della precipitanza, se positivamente avessi scritto, che le sue p, e q, erano da pigliarsi nel medesimo significato; mà ciò non hò motivato, ne anche con una mezza parola: in conclusione, non hò preteso di convincer di falso quella sua *formola*, che nel caso accennato di $p = ds{:}\,rdy$, ec. Mà come esse, non si trovano nel *caso* (il che non mi sono 4. *preso* al- l' ora *la pena* d' *indagare*,) così erano intatte dalla mia *verissima*, e non *precipitata* cēsura, della quale non aveva egli motivo d' 5. *affannarsi*. In quel suo addotto periodo, l' *Antore* s' inganna forte, credendo, ch' io sia giunto a caso da un principio illegittimamente dedotto in un conseguente vero; imperocche farò poi 6. *toccare con mano*, ch' egli stesso abbia preso sbaglio, la dove ei credeva, che mi fossi gravemente ingannato. Nel resto essendo pervenuto, ad una equazione *esponenziale*, che determina quello, che si è sempre cercato

1. A riverderci alla tortura de' tre *Postulati*, che gli fò al Cap. XII. dell' *Esame*, per fargli dire, che sono *verissime*.

2. Ci manca il *Tomo*, la *faccia*, ed *il verso*, che non si troverà al mondo.

3. Andate alla *fac.* 35. *vers.* 7. guardate di chi è la *formola* nella quale si fà questa *Ipotesi*, e poi ditemi qual *formola* hà dimostrata falsa.

4. Questo è: per fuggire una *precipitanza*, confessar peggio.

5. Perche tutto che *verissima*, non andava a ferir quelle formole, per le quali era fatta; e queste non son *vane ciarle*.

6. In tante ciarle, farebbe ora, mostrare una volta qualche cosa; ma v'assicuro che *responderà ultima primis*.

1. *accuratissimamente*, bisogna ch' egli confessi, ch' io vi sia andato per entro, se non con tutta la franchezza, e superiorità, (delle quali veramente non mi sono mai vantato,) almanco, con tanto di 2. *destrezza* che bastasse, quantunque la mia 3. *formola* non sia ne' termini di quella dell' *Apologista*; perche egli ragionevolmente non può 4. *pretendere*, che le sue *formole* sieno il comune bersaglio, in cui abbino da ferire, tutti quelli, che pretendono d' avere sciolto il Problema; basta che le *formole* da diversi, diversamente trovate, non sieno contrarie frà loro. Se avessi poi avuto la 5. CURIOSITA' di giungere precisamente alle *formole* di lui, ciò non poteva riuscirmi più difficile della mia soluzione, che con molta facilità hò subito trovata; conciosiache, pervenuto all'equazion differenziale $du: u + pdx + u. u - 2. qdx = 0$, e all' altra $uu = f: p$; e da questa cavando $du: u = df: 2f - dp: 2p$, sustituendo questo valore, di $du: u$, & $f. m - 1; : p. m - 1$. in cambio di $u. u - 2.$, 6. *avrei subito trovato* $df: f - dp: p + 2pdx + 2f. m - 1; qdx: p. m - 1. = 0$, ovvero contrahendo i termini dati in x, y, ec. dell' equazione, ponendo, $Kdx = - 2pdx + dp: p$, e $bdx = 2qdx: p. m - 1; df: f - bdx + f. m - 1. bdx = 0$, la quale coll' equazione, finta, $f = MN$, avrei ridotta alla *formola* dell' *Apologista*, colla medesima facilità, che dall' altra data in u, e du ec., sono giunto alla mia *formola*, pel caso dell' ascendimento, mentre quel della discesa richiedeva $Kdx = 2pdx + dp: p$; mà 7. *a che prò*, averei cercato con tante girandole, quello, che molto più facilmente, e con più semplicità s' era presentato a me. Nel resto, aveva già molto bene esaminate le mie formole, e 8. *paragonatele* coi problemi particolari sciolti dall' incomparabil *Neutoni*, e trovatole concordanti con alcuni casi soluti da questo grand' Uomo; dico alcuni, perche conviene eccettuarne, le *propos.* X, e XVI del *secondo libro*, che 9. *confesso ingenuamente*, non aver potuto accordare colle mie *formole*; ne meno credo, che l' *Apologista* il potrà colle sue, avvegnache dicasi il contrario. Non toccherò qui la causa della discordanza, se non che della *propos.* XVI, in cui dicesi, 10. *Che essendo la densità in reciproca proporzione di qualche dignità del-*

1. Scrivete: *Accidentalmẽte*, e và bene.

2. Leggi: di *fortuna*.

3. Aggiúgi: *Paralogistica*.

4. Può però pretendere giustamente, che chi le vuol condannare, le intenda prima

5. Indovino, che se io non gl' insegnava, come doveva fare, alla *fac.* 48. *vers. ultimo* non gli saltava questa *Curiosità*. vedi l' *Esame* Cap. XIV.

6. S' avessi saputa la regola, veduta poscia al luogo *cit.* direbbe un dotto, e sincero *Prof.*

7. Vel dirò io: Per non avere il rossore *d' ammettermela per buona* alla *fac.* 55. *vers.* 10. quando l' avevate condannata *alla* 35. *vers.* 27.

o. Questo è ciò, che si dimostra falso al Cap. XVI. del *Esame*.

delle distanze, *e le forze centrali in composta ragione di quella della densità*, *e della reciproca delle distanze*, *il mobile può girare in una spirale logaritmica*. Ora seguendo il metodo della *Propos*. XV, si troverà; che la proposizione non può stare così, perche con questo metodo, si ritrova la ragione della *resistenza* in P $=$ 1 $-$ *n*: 2, OS: OP, $\overline{SP}$. *n* $+$ 1., e la *velocità* $=$ 1: $\bar{S}$P. *n*: 2; addunque levando via la dupplicata ragione della *velocità*, resterà la *densità* in P $=$ 1 $-$ *n*: 2, OS: OP, SP, cioè in reciproca proporzione delle distanze, e non come 1: P. *n*. La ragione di questo divario consiste, che nella dimostrazione della *propos*. XVI, inavvertentemente s' è tolto, 1: $\overline{SP}$. 1: 1; per la ragione della *velocità*: Fatta questa leggieri correzzione col metodo della *propos*. XV, tutto concorda appuntino colla mia *formola*, colla quale trovo, che essendo *c* il raggio, *b* sino tutto, *a* il sino di complemento dell' angolo, che fanno le ordinate *x*, colla *spirale logaritmca*, e *b* qualunque numero, se la *densità* del mezzo stà, come *ba*: *cx*, cioè (per causa della frazzione costante *ba*: *c*) in reciproca ragione delle distanze dal centro, la forza centrale requisita per descrivere quella *spirale*; starà sèpre; come *x*. 2*b* $-$ 3., e la *resistenza* alla *forza centrale*:: *ba*, *c*. Onde se *b* $=$ 1: 2, sarà *f* $=$ (*x*. 2*b* $-$ 3.) $=$ 1: *xx*, la *dēsità* $=$ *a*: 2. *cx*, e la *resistēza* alla *forza cētrale*:: *a*: 2, *c*, il che concorda appuntino colla *proposizione* XV *lib*. 2. del Sig. *Neutoni*, il quale nel *corollario terzo*, annesso a questa *proposizione*, espressamente avvertendo, che la *resistenza*, debba stare alla forza *centripeta*; come OS: 2, al OP nella *figura* di lui, a me, come *a*: 2, alla *c*, già aveva motivato le *dovute cautele*, colle quali la *proposizione* era intesa, senza ch l' *Apologista Tomo III. Giorn. c.* 506. ce ne * avvertisce. Se *b* $=$ 1 $-$ *n*: 2, sarà *f* $=$ (*x*. 2*b* $-$ 3.) $=$ 1: *x*. *n* $+$ 1., e la *densità* $=$ 1 $-$ *n*: 2, *a*: *cx*; e la *resistenza*, alla *forza centripeta*:: 1 $-$ *n*: 2, *a*, *c*; Il che perfettamente conviene, colle determinazioni del Sig. *Neutoni*, col suo metodo nella *propos*. 15. Tutto ciò trovasi facilmente, senza quelle lunghe *formole*, che il *Censore* ci propone come la pietra di

9. Se il *Prof*. s' avvezzasse una volta a questi termini, le sue dissertazioni nò direbbero che: *confesso*, *confesso*, *confesso*.

10. Io prometto di far vedere a chi vorrà; venire dalla mia *formula*, ciò che contiene questa *Propos*; benche non abbia avuta la *Curiosità* di cavarlo, il *Prof*.

* Quanto ciò stà male in sua bocca, che non ha mai capito nulla, se non dipoiche io gliene hò fatto venir la *Curiosità* con apertamente insegnarglielo!

di paragone per provarne le soluzioni di questo problema; Ma dubito molto, che niuno possa mai avere una tentazione assai forte di seguitarle; imperciocche, oltre che costano di 5. membri, sono troppo inviluppate in seconde, e terze differenze (perche *dr* generalmente presuppone queste terze differenze,) per 1. *allettare*, chi che sia a farne uso. Ne darò quì una incomparabilmente più 2. *semplice*, $f = p:b$; ove p, denota la distanza del punto della curva dal perpendicolo, che cade dal centro del circolo osculatore sull'ordinata che passa per quel punto, e $log. b = \overline{\int 2zds - 2dx:\ p}$; supposto, che le forze sieno indirizzate al punto, in cui le *ordinate* concorrono; e così facilmente troveremo simili formole per le forze, perpendicolari, ò parallelle all'asse. Il *Censore*, biasima la mia *analisi*, d' *ambiguità*, e d' *incertezza* d'espressioni; mà ci avrebbe pur'assai 3. *obbligati*; se si fosse degnato avvisare, quali sieno quelle espressioni ambigue. Quanto alla difficultà, ch' egli chiama, *sì fatta*; bisogna confessare, che parli da Uomo appassionato; e così poco 4. *mi curo* del suo giudizio intorno alle mie cose. Per poter' essere inteso da' principianti, hò distesò minutamente la mia *analisi* del problema del Sig. *Bernulli*, di cui quello dell' *Apologista* non è, se non un caso particolarissimo, e questo chiama egli una difficultà 5. *sì fatta*. Se avessi scritto solo per li periti Geometri, avrei potuto ridurre in due righe la mia *analisi*, la quale essendomi venuta la prima, hò comunicato ai conoscitori; Mà dopo la pubblicazione del quinto *Giornale*, hò ben veduto, che con l' ajuto della *propos*. 39. del *primo lib*. del Sig. *Neutoni*, si poteva 6. *trovare un' altra soluzione*, assai facile del medesimo problema.

§. 2. L' *Apologista* esponendoci l' intenzione, che aveva nel proporre il suo problema; soggiunge, che in grazia de' *più deboli*, egli abbia avvertito, essere stato sciolto un caso particolare di esso problema dal Sig. *Neutoni* nella *propos*. 15. del 2. *Libro*; 7. *dissimulando* la *generalità* del problema del Sig. *Bernulli* da me soluto, e con queste parole insinuando tacitamente, che dalla proposizione accennata del Sig. *Neuto-*

1. Se porta il calcolo vedrete, che se n' è *invaghito* dopo letta la mia regola alla *fac*. 48. *vers*. 37. senza la quale, *non sapeva far uso de' suoi tesori*. vedi *Esame* Cap. XVI.

2. Al Cap. XVIII, dell' *Esame* vedrete, che quì; *Semplice* denota lo stesso, che alla *fac*, 68. *vers*. 2. Una, che ne faccia bene!

3. Prepari i suoi ringraziamenti, mà non de soliti; perche al C. XVII. l' hò servito anche forse più di ciò, che vorrebbe.

4. Scrivēdo come scrive, mi pare, che nulla si curi del giudizio di nessuno; non che del mio.

5. L'ho chiamata, e dimostrata un *Paralogismo* al Cap. XXI. dell' *Esame*.

6. Gran fatto sarebbe, che la mia carità, e la mia diligenza

toni era sì facile di rinvenire la soluzione del problema *Bernulliano*, che bastava a *più deboli* solamente additarla; benche in tutto quel incomparabil *trattato* di quell' Illustre *Inglese*, non vi sia un problema simile al propostomi dal Sig. *Bernulli*: Ma molti non sapendo ove 1. *trovar si* possono quei *più deboli*, li prendono per una Chimera dell' *Apologista*, se pure per questi non intende i *Professori*, che provano tanta difficoltà nelle minime bagattelle. Alcuni *Professori* potrebbe offendere un tal sentimento, ma per me questo veramente poco m' 2. *affanna*, poiche questa mia debolezza, mi viene abbondantemente risarcita dallo spirito profetico, che l' *Apologista* m' attribuisce. Scrivendo *a c.* 433., *Tom. VI. Giorn.*, che mi sono servito d' un' avviso, che non era che in Idea, e d' una allusione a questa intenzione, non più spiegata, contenuta in una scrittura 3. *non istampata*, ne mai venuta a mia notizia. Mà che che ne sia, l' avviso, era molto inutile, perche io poteva servirmi della proposizione *Neutoniana* obbietto dell' avviso senza esso. Nel resto non sò, se l' *Apologista*, senza molti lumi altronde ricevuti, avrebbe potuto venire a capo della soluzione del suo problema, e potuto eseguir quello, che richiede nel suo avviso da più deboli.

§. 3. L' essermi servito puntualmente dell' Avviso dell' *Apologista*, che senza spirito Profetico, io non poteva sapere, sarebbe paruto laudevole a lui; se per mia disgrazia non avessi aggiunto del mio il *paralogismo*, con una certa ambiguità, ed incertezza d' espressioni; queste sono parole del *Censore a c.* 329. 4. *Io veramente* hò assunto, che la velocità del mobile A, vada continuamente scemando, in tutto il tempo del passaggio, tanto per l' archetto AB, quanto per l' altro Bg, descritto nel medesimo tempo del primo; e per causa di questa eguaglianza de' tempi, hò inferito, che lo scemamento di spazio gE, starà allo spazio intero AB, ovvero BE; come il decrescimento della velocità alla velocità intera. Ora questa conseguenza, è 5. *in odor di paralogismo* appresso all' *Apologista*, perche crede che si *debba supporre* la velocità per tutto l' arco AB *costante*, e solo *variabile* ne' punti indivisibili; questa supposizione la spaccia per uno de' più

ar-

in ispianargli così pazientemente la strada; non avesse a giovargli nulla.

7. Basta non aver dissimulato, che la soluzione *era paralogistica*; e finisce la *generalità*, e la *particolarità*.

1 Vadano al Cap. XX. dell' *Esame* adesso, e ne ritroveranno uno d' altro grado, che quelli.

2. E poi d' un' animo superiore a queste bagattelle il *Prof.* Utile, e non si pensi al resto.

3. Andate al *T. III. f.* 506; e lo troverete a lettere da cupola stampato; e lodate il ripiego del *Prof.*, che a quel passo ha serrati gli occhi, come vi dissi alla *fac.* 46.

4. Bisogna, che abbia buono in mano per sua difesa; che non *interpreta* anche questo al suo solito; mà vedremo frà poco.

artifiziosi ripieghi del calcolo differenziale. Mà con sua buona grazia, il negozio 1. *non camina così*, come appresso dimostrerò. Ascoltiamo però le sue ragioni: egli dice, quella mia cõseguenza falsa, perche l'istesso dovrebbe ancora cõcedersi nella discesa, ò salita de' gravi, il che francamente dice esser falso: sicche l'argomento di lui, contra quella mia consegueza, è, che è 2. *falsa, perche è falsissima*; può mai darsi un'argomento più brieve, e più stringente? Mà veggiamo un poco, se quel piccol barlume, che l'*Apologista* cortesemente, mi suppone trappellato alla mente, non sia più che sufficiente a convincerlo, che 3. *non ha ben' intesa*, nè la dottrina del Sig. *Neutoni*, nè la natura delle forze costantemente applicate.

§. 4. Dalla proposizione 39. *Lib.* 1. di questo Signore, chiaramente si vede, che sù niun' arco di curva quantunque piccolo, il mobile può moversi, con una velocità costante. Supponiamo nella *fig.* 1, che il mobile A, vada verso C, spinto dalle forze centrali, espresse per l'ordinate della curva BRFG, e pervenuto in D, in un tempo infinitesimo, scorra lo spazio menomo DE; dico, che il moto per questo spazio, ò la velocità, non può esser costante, per qual si voglia punto *d*; trà gl'estremi D, E, tirisi l'ordinata *df*; per la *proposizione* accennata del Sig. *Neutoni*, essendo le velocità acquisite in D, *d*, E, come i lati quadrati dell'aree ADFB, A*df*B, AEGB, e lo spazio primo minore del secondo, il secondo minor del terzo, non è egli chiaro come il sole, che la velocità in D, debba esser minore di quella in *d*, e questa minor di quella in E; addunque il mobile in passando di D, in E, non si muove con velocità costante; l'istesso vale ancora di un mobile, che scorrendo la curva VIK, passa sù l'arco IK, di I in K. Il che era a dimostrarsi, e ciò è la prima parte, che vedesi essere un Teorema, e non un' *Ipotesi*, e compete a tutti i moti, che nascono da forze costantemente applicate.

§. 5. L'altra parte non è più ardua a dimostrare della prima; imperciocche, contuttoche i moti sù gl'archi AB, Bg, non sieno equabili, possono nondimeno 4. *considerarsi come tali*; perche la velocità in A, superando quella in B, di una quan-

5. Anzi puzza, ed ammorba a segno, che un Giovinetto di naso tenero, l'ha sétito, come vedrete al Capitol XXI.

1. Osservate, che vuol farvi vedere, che *non si può supporre la velocità costante per tutto l'arco*; ed aspettatelo al §. 5., per vederlo provare il contrario.

2. Ridete del partito, che ben lo merita: *il negozio de' gravi* svanisce.

3. Dir volea: *l'Esempio de' gravi*, non osta, per la tale, e tal ragione; mà l'applicazione è grande; l'angustia, è maggiore, compatitelo.

4. Alla *fac.* 60. *vers.* 31. *Non può mai considerarsi come equabile*: in questa *vers.* 2. credédo io, che tale *debbasi supporre*, vi promette far vedere, che *non*

quantità, infinitamente piccola, rispetto a se stessa, ambedue in A, & in B, sono reputate come uguali, e così ancora quelle in tutti i punti dell'arco AB; addunque il moto su questo archetto, può considerarsi come equabile, e così il moto su l' altro Bg: ora essendo questi due, descritti in tempi eguali, starà lo spazio AB, allo spazio Bg; come la velocità intera in A, alla velocità in B; e convertendo, starà il decrescimento dello spazio gE, allo spazio intero AB, ovvero BE; come lo scemamento di velocità, cioè l'eccesso con cui la velocità in A, supera quella in B; alla velocità in A. In questa maniera deve pigliarsi la COSA, come tanto 1. *chiaramente apparisce* dalla più volte già rammentata *proposizione* 39., e dall' annessa dimostrazione del Sig. *Neutoni*.

IV. Nel terminare questa ormai nojosa *dissertazione*, siami lecito di proporre a i *Geometri*, un nuovo problema intorno alle forze centrali, che forse non sarà giudicato indegno della curiosità loro. Egli già è certissimo, che avvegnache il problema inverso delle forze centrali nel voto, di cui tanto fin' ora si è favellato, 2. *generalmente* considerato, è *meccanico*, ovvero (come oggi si è solito di parlare) *trascendente*; nientedimeno, infiniti sono i casi 3. PARTICOLARI, che rendono il problema *Algrbraico*, e somministrano delle curve costruibili senza le quadrature delle figure curvilinee. Si domanda dunque. *Una formola generale di quelle forze, che racchiuda tutti i casi possibili, che somministrano curve geometriche, costruibili independentemente dalle quadrature.* A molti parerà forse impossibile il problema; ma per disingānarli, darò qui la formola desiderata, dimādandone solo la dimostrazione, e la costruzione delle curve, a cui essa compete. Nominando addunque, le ordinate della curva in questione, che partono tutte dal centro, a cui s'indirizzano le forze, $= x$, queste forze centrali $= f$, la seguente formola, è quella, che si cerca; $f = nn(xABB - 2AAB - xAAC + 4cAB - cxBB + 2exAC + 2eeB + eexC) : x.5; B.3. + 1 : x.3.$, in cui A, denota qualsivoglia quantità data in x, e quantità costanti; $B = dA : dx$, $C = dB : dx$; le c, ed e, quantità date, ovvero costanti, e n qualsivoglia numero intero-

camina così: ed ecco, che cōtro a quel primo detto, ed a questa promessa; quì si *ponno considerar come tali*; ed il negozio *camina così. Sì, e Nò; Nò, e Sì* a suo talento, ed'alla barba di chi legge, cō cui si protesta; di non voler caminar *con vaneciarle*.

1. Tutto ciò, gli hò insegnato io alla *fac*.48., come vedrete al Ca. XXIII., e intanto la risposta al negozio de *gravi*, e andata a spasso, perche da quest' orecchia, il *Prof.* non intende.

2. Guarda, dove la Verità scappa inavvedutamēte dalla penna al *Profess*! Dunque chi dice, *Che non si potrà forse mai sciogliere generalmente* dice, che non si potranno dare tutte le soluzioni *Meccaniche*, non *Algebraiche*, come egli voleva.

tero, ò pur rotto; tutta la quantità nella parenteſi, intendeſi multiplicata con *nn* e 'l prodotto diviſo per $x.\ 5$; B. 3; ed alla frazzione indi naſcente aggiunta l'altra frazzione $1 : x.\ 3$.

§. 2. Sia per eſempio $A = x.\ m$; e la forza diventerà $f = a : x.\ 3. + B : x.m + 3. + y : x.2m + 3$; in cui $a = mm - nn : mm$ $B = \overline{m + 2}.\ nnc : mm$, $y = \overline{m + 1}\ nnee : mm$, onde se 1. $n = 1$, * $m = -1$ ſarà $a = y = 0$, ed $f = B : xx$, che dà il caſo delle ſezioni coniche.

Ma ſe 2.; $m = n = 1$, ed $e = 0$, avremo $a = B = 0$, ed $f = y : x.\ 5.$, e la coſtruzione generale della curva per queſta *Ipoteſi* particolariſſima moſtrerà eſſere la curva un *circolo*, come l'ha dimoſtrato, ma per una ſtrada differentiſſima il Sig. *Neutoni Prop.* VII. *Lib.* 1. *Princ. Phil. Nat. Math.*

§. 3. La regola, che hò data *a c.* 322. del V. *Tomo di queſto Giornale* adoperata con * *deſtrezza*, condurrà felicemente, chi vorrà farne la prova all' addotto quì canone mio generaliſſimo delle forze centrali, per tutte le curve algebraiche, e paleſerà la regola generale, che conviene mettere in opra, per la coſtruzione delle curve queſite.

§. 4. Il Sig. *Giovan Bernulli*, nella ſua elegante diduzzione delle ſezioni coniche dalla ſoluzione ſua generale del problema inverſo delle forze centrali, applicata al caſo particolare, quando queſte forze ſtanno in reciproca dupplicata proporzione delle diſtanze del mobile dal centro, s' è ſervito prima di me, d' un principio * *ſimile a quello*, in cui è fondata l' accennata regola del V. *Giornale*, come un giorno vedraſi nelle Memorie dell' *Accademia Reale delle Scienze di Parigi*, per l' Anno 1710.

5. Ecco un altro argomẽto, ſe gl' *Algebraici* ſono i caſi *particolari*; dunque, chi dice: che *non ſi potrà forſi mai generalmente ſcioglierſi*: nõ s'intende delle *curve Algebraiche*. Così vendica la verità i torti, che gli vengon fatti.

* Queſta correzzione alla fine del *Tomo VIII* perche nel teſto è $m = 1$, $e = 0$.

* Mà con un poco più di fortuna, perche ſe volete vedere gl' errori, che hà commeſſo in queſta ſoluzione il *Prof.* colle ſue correzzioni, andate agl' ultimi Capitoli dell' *Eſame*.

* Mà non hà mai detto una propoſizion ſimile a quella del *Profeſſore*, che con queſto ſi vorrebbe mettere a coperto.

ESA-

ESAME DELLE RIFLESSIONI GEOMETRICHE.

Capitolo I.

Introduzzione, e fine dell'Autore: Carattere del Profeſſore, *e ſua Idea corrotta del Metodo del Sig.* Neutoni.

O non credo, che ſiaſi mai letta ſcrittura più guſtoſa inſieme, e compaſſionevole di quella, che ſi legge nell' *Articolo VII.* del *Tomo VII. de' Giornali de' Letterati d' Italia*. Egl' è uno ſpaſſo, vedere l'*Autore* di quella *diſſertazione*, tutto occupato per difenderſi da ciò, da che non poteva difenderſi; abbaſſar la viſiera: ſerrar gl' occhi: tirar fendenti a traverſo, ſenza guardar' in faccia, ne agl' amici, ne a nemici, e ne pure a ſe ſteſſo: ed ammaſſando coſe; or apertamente falſe; or che nulla fanno a propoſito; ed altre finalmente, che non ſono, che fanciulleſche difficultà, ch'egli incontra nella materia, che profeſſa; tutto affacendarſi, e dibatterſi, per iſvilupparſi da que'lacci, ne quali è reſtato miſeramente avvinchiato, in pena d' eſſerſi violentemente ritenuto in petto, uno ſchietto, e ſincero: *Io nol ſapeva*: *Io non me n' era accorto*: od altra ſimile ingenua confeſſione, tanto bella, e pregievole in bocca di qualſiſia anche gran Letterato. Muove dall' altra parte, una non sò qual tenerezza, e compaſſione, il conſiderare qneſto povero *Profeſſore*, infelicemente impegnato a mãtenerſi il credito, e la riputazione, a prezzo di leggerezze tali, e di ripieghi ſi deboli, che ſarebbono baſtevoli, a perpetuamente ſcreditare ogni minimo principiante in queſte materie: Rifleſſione, che ha fatto tanto d'impreſſion ſul mio ſpirito; che per poco, non m' ha piegato, a conſagrare queſta mia nuova replica, all' infelice neceſſità nella quale s' è poſto; parendomi anche di ſoperchio giuſtificata la forza de' miei detti, e delle mie ſpeculazioni, appreſſo gl'

IN-

INTELLIGENTI; coll'indurre ch'anno fatto questo *Geometra*, ad un'abbassamento sì vile; di comprarsi a costo sì pregiudicativo al suo Nome, la mera apparenza d'avermi, e risposto ed opposto; e sofferendomi difficilmente il cuore, di metterlo in istato con recenti istanze, di far nuove scene, e nō solo *muover le risa, a i conoscitori* di queste materie; mà esporre alle beffe degl'Ignoranti, il grado sì degno di *Professore* di questo calcolo, da me sommamente venerato, e riverito, ancor' in que' soggetti, che vi riescono con poca fortuna. Pure la sublimità del posto, ch' egli occupa, m' è paruta troppo pericolosa, per avere un così piacevol riguardo. Gl' errori degl' Uomini: ò Grandi: per se stessi: ò di gran credito a cagione delle cariche, che esercitano; sono della natura delle gioje, con cui s'adornano le persone di grado sublime, e di nascimento illustre; le quali avvegnache false, e di niun pregio; sono reputate preziose, alle volte anche, da chi è, più che mezzanamente esperto nell' arte di giudicarne. Non è difficile capire, qual, e quanto pregiudizio potessero apportare, a chi non ha tutta la perizia, che v' abbisogna, dottrine sì contrarie a principj della *Geometria più recondita*, sparse con tanta franchezza, da chi presiede all'istruzione della Gioventù, in Università così riguardevole; ed artificiosamente accreditate, col sì liberamente sottometterle al *giudizio degl' Intelligenti*. Questi senza dubbio, le riceveranno con i dovuti sentimenti, e giustamente si risentiraño in vedendo, così indegnamente abusata la loro autorità, coll' impiegarla a proteggere, e coprire errori sì manifesti, e falsità tanto palesi; Mà chi mi darà tra principianti, e tra quelli, che non sono a sufficienza periti in questi studj, un solo, cui dia il cuore, di farsi a dubitare, di speculazioni venute da un luogo sì eminente; ed abbia mente da non lasciarsi ingannare, e corraggio per mettersi a giudicare, di materie rese, sì qualificate, e rispettevoli, col sottoporle al Tribunale de' più periti Maestri di quest' arte? Niuno certamente sarà sì generoso; e per capace, ed ingegnoso ch' ei sia, si lascierà più tosto vilmente tirare in un' abisso d'errori, da non uscirne mai più; che perdere riverentemente il rispetto all' Auto-

tore, che scrive; e lodevolmente la riverenza a que' gran *Nomi* cui scrive; con sospettare de' suoi detti, e creder falso, ciò che si stabilisce ad arte, con autorità sì venerabile.

Per soccorrere dunque costesti, hò stimato ragionevole, e necessario trascurare, e lasciar da parte ogn' altro riguardo; e dove il mio particolare interesse, non sarebbe stato sofficiente, a farmi perdere una mezza ora di tempo, per difendermi dalla continva taccia d' ignoranza, che per tanti capi mi dà questo pubblico *Professore*; il zelo del ben pubblico, che sì gravemente pericolarebbe, quando si lasciassero correre errori sì masicci, senza svelargli alla Gioventù; fomentato dagl' altri necessarj riguardi accennati di sopra; m' ha cambiato in un giocondo divertimento, il tedio di leggere, disaminare, e mettere in luce tante debolezze, in un tempo, ch' io avea destinato à gravissime, ed utilissime contemplazioni. Questo dunque è uno de' principali scopi, che mi prefigo, in istendere la presente lunghissima replica; essendo per altro superfluo, ch' io pensi a difendermi da opposizioni, che col solo riferirle si dileguano, e nell'esporle, da per se stesse svaniscono: e conoscendo sicuramente vano, lo sperare, di vedere convinto tacersi uno, che come si vede, in sua difesa, accozza tutto ciò, che vi può, e non vi può entrare, solamente ad oggetto, di potere, a luogo a luogo, andarvi baldanzosamente tramischiando: *Il Censore non intende; l' Apologista non ha capito; In questo erra; in ciò s' inganna*; e simili formule, atte a guadagnargli del vulgo ignorante l' applauso: In bocca di cui il *sì*, val per il *nò*: *le Proposizioni universali, passano per particolari*: una *certa tal qual erudita*, diventa una *perfetta, e degnissima soluzione*: Che non hà mai *avuto la curiosità di cercare*, ciò, che avea dimostrato di non sapere: e che in fine, tutto *sapeva, e poteva facilmente trovare*; dopo essergli stato chiaramente insegnato. Tutte qualità, e proprietà, che siccome fanno disperare, di vederlo pacificamente ridotto al dovere; così costituiscono un' inusitato, e nuovo *carattere*, ch' egli direbbe a proposito *per farsi burlare a sua posta*: e che apertamente ci manifesta, quanto mai siamo da lungi, dal fonda-

tamente sperare, di vederlo almen col silenzio modestamente confessare; di non sapere a sofficienza queste materie per farsene guida altrui; e quanto si sia, nel volerle maneggiare ingannato.

Quindi io non saprei bastevolmente spiegare; qual maraviglia mi prese, e qual piacere provai, nell'accorgermi; aver avuto tanto di forza i miei detti, da tirargli violentemente di bocca, e sforzarlo à confessare, alla *fac. 52. verſ. 17. ſeg.* di riconoscere *per una soluzion generale bellissima, e degna dell'alta mente di lui*, quella del Celebre Sig. *Neutoni*, che nel *Tomo secondo faccia 460.* avea nominata, e solamente riconosciuta, per *una certa tal qual erudita soluzione*; espressione, ch' agl' intendenti di nostra lingua, fà facilmente conoscere; quanto gli abbia fatto cambiar parere, e variar modo di parlare, gli miei avvisi; e qual concetto egli avesse per l'addietro di quella insigne speculazione. Intorno alla quale non posso contenermi d'osservare una maniera d'esprimersi, che usa questo *Professore*, la quale se non è sostenuta da qualcuna di quelle sue *interpretazioni* sì possenti, ed abili à far mutar la natura alle cose; farà facilmente sospettare, ch' egli non abbia un' assai giusta, e vera *Idea* della strada, ch' ha tenuto quel grand' Ingegno, per arrivare al quesito, e del calcolo, ch' egli stesso professa: Egli dunque scrive alla *faccia cit. di riconoscerla per bellissima, e degna dell'alta mente di lui; imperocchè l' avea trovata senza calcolo, per via di Geometria puramente lineare.* Sarà facile, che secondo il suo consueto modo di spiegarsi, ed interpretare i suoi detti; egli abbia inteso, contro il sentimento di tutti, per *Geometria puramente lineare*, e che camina *senza calcolo*; il *calcolo differenziale*, ò sia *infinitesimale*, come lo chiama il Celebre Sig. *Leibnizio*; e se è così; accordo, ch'egli hà detto il vero; ma con parole, che significano tutto l'opposto: Ma se per *Geometria puramente lineare*, intende, come tutti intenderanno subito, la *Geometria comune*, che a differenza dell'altra più sottile, si serve puramente di *linee ordinarie*, senza usar calcolo alcuno; egli và gravemente errato, e tira anche seco in errore, chi buonamente gli crede; insegnando,

do, Che il Sig. *Neutoni*, in questa ricerca, abbia proceduto per mezzo di questa, e *senza calcolo*; Come! *senza calcolo*, dove si cercano, e si ritrovano; e *velocità*, e *tempi*, *ed accelerazioni di quelle*: dove si considerano lati di *triangoli infinitamente piccoli*, *ed elementari*: dove dall'ugualianza perpetua degli *elementi*, ò sian *differenziali*, si deduce quella delle *aree*, d'un infinità d'essi prodotte: dove in conclusione, non entra, che puro *calcolo differenziale*, ò sia *infinitesimale*; diverso solo dal *Leibniziano* ne caratteri, che non cambiano la sostanzia del metodo? Non insegnarono certamente così, il Sig. *Marchese dell'Ospitale*, nella prefazione del suo *Eccellente Trattato*, *des infiniment petits*, alla *fac.* 6., ed il Sig. *Leibnizio* stesso, da lui citato appresso al *Journal des Sçavants du* 30. *Aout* 1694., che riconobbero l'opera, di cui si tratta, per cosa tutta di *calcolo differenziale*; e ne diedero la debita lode al suo Insigne Autore. Anzi questo medesimo, alla *faccia* 254. si protesta; Che avendo comunicato al Sig. *Leibnizio* questo suo calcolo nuovo, sotto cifra, ed in ennima; egli gli rescrisse col palesargli il suo metodo, *à mea* (com' egli dice) *vix abludentem*, *præter quam in verborum*, *ac notarum formulis*. Ed in questo famoso *Trattato*, quale è mai quella proposizione, nella quale egli si sia più apertamente servito delle quantità, che in latino nomina, *fluxiones*, & *fluentes*; cioè *differenziali*, *ed integrali*, che in quella, della quale ora parliamo? E poi questa, si spacierà per condotta, colla *Geometria puramente lineare*, *e senza calcolo*, da chi pretende averne compresa la forza, e perfettamente capirne l'artificio? Il che sia osservato a benefizio de' Giovani; acciochè, non faccino un *Idea*, tutta opposta a quella del vero metodo, col quale il Signor *Neutoni* hà condotto questa elegante ricerca, e la maggior parte della sua Opera Eccellente, intitolata. *Philosophiæ Naturalis principia Mathematica*. Mà entriamo oramai nel nostro *Esame*.

Nuove ragioni, che dimostran falsa l'interpretazione, che da il Profesſore *a quel ſuo detto*, Che il problema inverſo delle forze centrali non ſi potrà forſe mai generalmente ſciogliere.

NEll'ingreſſo di queſte *Riſleſſioni*, ch'egli chiama *Geometriche*, prima s'impiega il noſtro *Profeſſore*, a voler pur dare ad intendere, che quando diſſe alla *fac.* 460. *del Tomo II.* Che il *Problema delle forze centrali generalmente non ſi potrebbe forſe mai ſciogliere*; non lo diſſe, perche credeſſe, che una ſoluzione, tale,quale abbiamo dato il Sig. *Neutoni*, ed io, foſſe impoſſibile; ma ſolamente, perche vedeva,che non era poſſibile ritrovarne ſempre una curva *Algebraica*; quindi ſenza metterſi briga, e pigliarſi pena, di ſodisfare ad un per uno a miei argomenti, li quali ad *hominem* lo convincono, che poſte le cognizioni, ch'egli hà, non poteva dirlo con tal ſentimento; torna di nuovo in luogo di ciò, a ſcrivire alla *faccia* 57. *verſ.* 12. Che il ſuo detto *non ſi può intendere ſe non pigliandolo in queſto ſenſo, Che il problema inverſo delle forze centrali generale, è traſcendente, ò meccanico, che ſolo in alcuni caſi particolari diventa Algebraico.* Io certamente non voglio adeſſo tornare a ripetere le ſteſſe ragioni, e provargli, Che poſto, ch'egli riceva per vera, e legittima la diviſione delle curve in *Algebraiche*, e *Meccaniche*, e che il problema in generale includa e queſte, e quelle, (la qual cognizione io non gl'hò mai negata, come a torto m'imputa) non può avere inteſo la propoſizione accennata nel ſenſo predetto; perche m'accorgo, che a diſpetto di quante dimoſtrazioni ſi poteſſero addurre, egli ſempre oſtinatamente riſponderebbe co'gli ſteſſi principj: ſolamente voglio, che diamo un'occhiata al ſuo primo teſto del *Tomo II. del Giornale à pag.* 460., che per eſſer puro, e non ancor contaminato da alcuna di quelle *interpretazioni*, che gl'hà cavato di bocca, la forza de'miei detti; ci farà chiaramente vedere; s'egli allora avea veramente la mira alla quali-

lità delle curve, che dalla predetta soluzione si cavano. Ivi addunque così scrive: *Parlo solo d' un caso speziale, nel quale la legge delle forze centrali, che si pone data, è in ragion reciproca de' quadrati delle distanze; mentre il problema generalmēte, non si potrà forse mai sciogliere*. In questo testo, chi non vede, che la soluzion *generale*, che si dubita *impossibile*, s' oppone alla *speziale*, ò sia, *particolare*, della quale egli parla? Ma in questa dov' è mai, che si nomini la qualità della curva, che ne risulta? tutta la condizione di questo caso *speziale*, si riduce alla *qualità delle forze centrali*, che sono in una *spezial ragione*; dunque necessariamente il caso generale, che da lui si crede *impossibile*, e che a questo s' oppone, è quello; in cui *la ragion delle forze è indeterminata*, e non astretta a verun caso *speziale*; tal che il vero senso di questa proposizione, è questo, Che *presupposto, che la ragion delle forze sia generale, ò qualsivoglia; senza restringerla a caso alcuno particolare, ò speziale, quale è quella di cui si tratta; il problema non si potrà forse mai sciogliere*; senza andarci a tramischiare la qualità della curva *Algebraica*, ò *trascendente*; come con una solenne *stiracchiatura*, vorrebbe fare egli, dappoi, che io colle mie soluzioni, e colla spiegazione di quella del Sig. *Neutoni*, gl' hò fatto veder falso; che una soluzion *generale*, cioè nel caso, che la ragion delle *forze centrali*, *fosse indeterminata*, e fuori di quel suo, della *ragion reciproca de' quadrati delle distanze*, *sia impossibile*: dal che si può facilmente comprendere; chi di noi due, camini con *false conseguenze, stiracchiate da quelle parole mal intese, ò pur male interpretate*.

Per disingannare i Giovani (se pure ve n'hà alcuno tra essi, sì infelicemente istruito ne' principj della *loica*, che possa restar ingannato da questo miserabile sotterfugio) potrebbonsi portare infiniti esempli d'Autori, Classici, e di Professori, e ben d'altra riga, e valore, che questo, quali mostrano; come sempre è stata pigliata quella distinzione di casi *particolari*, *e generali* de' problemi, nel senso da me esposto; ne mai fino a quest' ora, s' è avvisato alcuno di darne quella Idea, ch' hà suggerito al nostro *Professore*, l' angu-

ſtia nella quale l'hà poſto, la ſoluzione *generale*, ch'io hò dato, dopo eſſerſi egli dichiarato di reputarla impoſſibile: Mà baſta per tutti quel ſolo, che ſi vede ſu gl' Atti di *Lipſia del* 1694. che è del Sig. *Jacopo Bernulli* fù ſuo Precettore. Egli cercando la curvatura, che piglierebbe una qualſiſia lamina elaſtica, e pieghevole, fiſſamente piantata con un ſuo eſtremo, ò in un muro, ò in qualunque altro ſito ſtabile, e ſodo, ed avente dall'altro, attaccato un peſo liberamente pendente, ne dà tra l'altre ivi la coſtruzione, e nell' *anno* 1695. *l'analiſi*, di quel caſo *particolare* nel quale le *tenſioni* delle fibre, che ſono allongate dal peſo, ſono frà loro, come le *forze traenti* di queſto. E perche quel grand' ingegno s'accorſe, che queſta *Ipoteſi* non era in *fiſica* sì ſicura, e certa, che sù quella s'aveſſe à fondare aſſolutamente queſta ricerca; vol'e aggiungervi la *ſoluzion generale* del problema predetto. Ora queſta *ſoluzion generale* in che conſiſte ella? forſe in cercare ſe *il problema è traſcendente, ò meccanico, e ſe in certi caſi diventa ſolo Algebraico*; come s' ingegna il noſtro Autore di darci ad intendere, che vada pigliato il ſuo *problema generale*, in quanto s' oppone al caſo *particolare* ſoluto? penſate! Ella conſiſte, in darne la ſoluzione, preſuppoſta la *ragion delle tenſioni qualunque* poſſaſi immaginare; cioè *indeterminata*, a differenza di quella del caſo *particolare* (che come tale deve eſſere incluſo nel *generale*, nel quale le *tenſioni* anno frà loro la *ragione*, che anno le *forze del peſo* attaccato;) dimoſtrando in queſto modo chiaramente vani i ſotterfugj del noſtro *Profeſſore*; che avendo ſpecificato il ſuo caſo *particolare* del problema *inverſo delle forze centrali nel voto*, (ch' egli prima d'aver vedute le mie ſoluzioni generali, avea ſciolto,) colla ragione *particolare delle forze, in ragion dupplicata reciproca della diſtanza, che hà il mobile dal centro, ove tendon le forze*, penſa poi farci credere adeſſo, che la ſoluzion *generale* del predetto problema, da lui reputata *impoſſibile*; non la *ragione indeterminata, e generale delle predette forze*, di cui è un caſo *particolare*, l'uſurpata da lui nella ſoluzione *ſpeziale*; mà la natura della curva debba comprendere. Crediamo noi, che queſto ſia uno di quegl' *Oltra-*

tramontani, che ci anno in concetto di semplici: stimandoci tanto mal provisti di principj *loici*, che siamo per passar loro per vera, e sussistente questa sua nuova stiracchiatura?

Ma consideriamo un poco, quella sua nuova *interpretazione*, che porta alla *faccia* 57. *verf.* 13. *seg.* per vedere, se almeno questa volta ci potesse riuscire, di costringerlo à rispondere ad un argomento intorno à questo suo detto; giacche nelle *riflessioni Geometriche*; e passato francamente sopra di quelle, le quali gli provano, Che secondo la sua spiegazione, non sarebbono mai stati soluti; non solo i problemi delle *Isocrone*, *Catenarie*, *Paracentriche*, *e Velarie*; mà nè pure il famoso degl' *Isoperimetri*. Egli nel *luogo citato* dice, Che quel suo detto: *Il Problema generalmente non si potrà forse mai sciogliere*; altro non vuol dire, che: *Il problema inverso generale delle forze centrali, e trascendente, ò meccanico, e che solo in alcuni casi diventa Algebraico*; sicchè in suo linguaggio l' una di queste due proposizioni è la stessa, che l'altra, e tanto val quella, quanto questa; E perche nò; se anno da significare lo stesso? Onde chi dice: *il tal problema generalmente considerato, è trascendente, ò meccanico, e solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico*; altro finalmente non vuol dire (Chi l'avria mai sognato, senza questa nuova, ed utile interpretazione del nostro *Professore*,) che *quel problema generalmente non si potrà forse mai sciogliere*: Ciò stabilito sopra la recente dottrina di questo *Letterato Oltramontano*, ripigliamo l'insigne problema degl' *Isoperimetri*, del quale amendue i Signori *Bernulli*, anno fin adesso buonamente creduto, d'averne data una *soluzion generale*; e fabrichiamo questo argomento in *forma*, per cavarne se sia mai possibile una risposta adequata, a proposito, e concludente: è lo stesso il dire, che *un problema generale, è trascendente, ò meccanico; e che solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico*, che dire, Che quel *tal problema non si potrà forse mai sciogliere generalmente*; Mà così è, che si può con verità dire, Che il problema generale degl' *Isoperimetri*, *è trascendente, ò meccanico*, *e che solo in alcuni casi particolari diventa Alge-*

 brai-

braico: dunque si può anche con verità dire, che detto *problema, non si potrà forse mai sciogliere generalmente*. *Subsumo*; Ma se si può con Verità dire, Che detto *Problema, non si potrà forse mai sciogliere generalmente*; non si può dire con Verità, Che sia mai stato generalmente sciolto: dunque, menzogneri sono que' due *Celebri Fratelli*, che l' anno unitamente spacciato per *generalmente sciolto*; e sono fin' adesso stati ingannati, tutti que' *Geometri*, che credendo alle loro dimostrazioni, l' anno ammesso per tale. La *maggiore* dell' argomento, è del *Professore* medesimo; che si dichiara, e c'insegna, che quel suo detto; Che *il problema inverso delle forze centrali, non si potrà forse generalmente mai sciogliere*; non si può intendere, se non pigliandolo in questo senso: Che *il problema inverso delle forze centrali generale, è trascendente, ò meccanico, e che solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico*. La *minore* è tanto vera, e certa; quanto, è vero, e certo; che quel problema degl' *Isoperimetri*, contiene casi *meccanici*, e casi *Algebraici*, come consta dagli esempli portati da' suoi *Autori*; Tale addunque sarà ancora la conseguenza, dedotta, per quanto a me ne paja, da quelle due *premesse*, col filo del più rigoroso raziocinio, che possa farsi in buona *loica*: Quanto alla minore proposizione *sussunta*; a dispetto di tutte quelle strane asserzioni, che (come nell'andarci innoltrando nell' *esame* vedremo) ha pronunziato; non crederò mai, che voglia farsi a metterla in dubbio; e voglia sostenere, che possa dirsi con Verità; *essere stato già fatto*; *ciò che si dubita impossibile a farsi*: E se questa *minore sussunta* è vera, come è verissima; chi potrà mai negare, che non ne venga per necessario conseguente; l'essersi da' suoi *Autori*, falsamente spacciato per *generalmente* sciolto, il problema degl' *Isoperimetri*; e non appaja il grosso inganno, nel quale sono miseramente caduti, e fin' adesso giacciuti, non solamente que' quattro *Insigni soggetti* a' quali, è stata dedicata quell' elegante soluzione; mà l' Università tutta de' *Geometri*, che l' anno avuta semplicemente per legittima; e non anno mai conosciuto, che l' essere *quel problema generale trascendente ò meccanico*; *e che solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico* altro,
final-

finalmente non porta seco; che *generalmente non si potrà forse mai sciogliere*, come ci ha insegnato adesso l' *interpretazione* del nostro dottissimo *Professore?* che per conseguente, come abbiam veduto, è astretto di dire, Che *non è ancor stato generalmente sciolto*: Che è ciò, che alla *fac. 39. vers. 2. seg.* ancora provammo dedursi da quella sua prima *interpretazione* pubblicata alla *fac. 27. vers. 9. seg.* Tanto si danno tutte egregiamente frà loro la mano, a mostrare una necessaria e legittima illazione, che si cava da queste sue misere stiracchiature, ciò che egli alla *fac. 57. vers. 25.* tenta di far passare, per un mio maligno artifizio, per *attizzargli contro que' grā d'Uomini*; cioè l'avere io scritto alla *fac. 38. vers. 35. seg. Che questa opinione sì particolare, ed opposta all' unanimo sentimento de' nostri tempi, sarebbe troppo pregiudiziale alla stima, che si sono acquistata li più celebri Moderni* Geometri, *e parrebbe invidiar loro il più bel fregio, pel quale vanno sopra gl' altri meritamente Gloriosi.*

Mà da questa *interpretazione*, ne nasce un' altra cosa, curiosa del pari, e pellegrina; e che certamente, mal grado le critiche diligenze, di chi, cercando ne' secoli trasandati, tutti i fondamenti delle Moderne scoperte, tenta rapirci la gloria, d'esserne stati Noi i primi inventori; sarà sempre interamente della nostra etade; nè potrassi mai convincere per parto d' altra mente, che della felice del nostro *Professore.* Veggiamola in un caso, facile ad imaginarsi, se seguiamo il filo della sua *interpretazione*; avvegnache impossibile ad accadere, a cagione dello scoprirsi troppo facilmente la misera contradizione, che contengon suoi detti. Se, chi che sia, avendo fortunatamente sciolto un problema della natura di quel, ch'ora abbiā per le mani; volesse pubblicarne sua *analisi*; nè stimando a proposito, e comodo, esporre il titolo della sua preziosa scoperta, con questa lunga diceria di: *Soluzione generale d' un problema, trascendente, ò meccanico, e che solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico*; andasse meditando una succinta espressione, che cōtenendo lo stesso senso, fosse più brieve, e spedita; eccovi secōdo l'insigne *interpretazione* del nostro *Professore*, ugualmente spiegata la natura di quel-

la

la ſpeculazione, con queſto titolo pellegrino di: ***Soluzione generale d' un problema, che generalmente non ſi potrà forſe mai ſciogliere***; ed eccovi altresì fatto l' impoſſibile a farſi; cioè, che Voi dobbiate da queſto titolo capire, che quella è una ſoluzione d' un problema, che di ***ſua natura è traſcendente, ò meccanico, e che ſolo in alcuni caſi particolari diventa Algebraico***, come c' inſegna egli, che và inteſo quel ſuo: il ***problema generalmente non ſi potrà forſe mai ſciogliere***, che a propoſito del noſtro, hà pronunziato: Vogliam noi credere ch' egli in fatti, e veramente, creda quel che dice? Se lo crede è male; Se nol crede, e pur lo dice, è peggio. Mà ſe per avventura, non potendo replicare adequatamente a queſte evidenti ragioni, egli come avete veduto alla *fac.56. verſ.* 14.*ſeg.* ſi faceſſe a riſpondere: Che quel ſuo detto ***và inteſo così***, e che ***così, egli s' e inteſo nel pubblicarlo***: Mi ridurrebbe alla memoria, una ridevole, ed ugualmente ſciocca ſcuſa, ſeriamente portata da un Perſonaggio di sfera Nobile, e di caſato diſtinto, a me noto, in una giocoſa conteſa, inſorta parecchi anni ſono trà certi amici. Nacque un giorno trà una brigata di Galantuomini, un' amichevole altercazione; ***Chi trà loro foſſe dottato di miglior viſta, e d' occhi più acuti***; E perche neſſuno volea cederne il vanto, ed ogn' uno ſi ſpacciava un' Aquila trà tante Talpe; ne fù rimeſſa la deciſione alla pruova, preſentãdo a ciaſcuno ſucceſſivamente un certo libretto da leggere; per dedurre dalla maggiore, ò minor diſtanza dalla quale leggerebbe, la verità del fatto, che ſi cercava. Meſſoſi dopo gli altri l' accennato ſoggetto, a dar ſaggio dell' acutezza della propia viſta con queſta ſperienza; vi riuſcì così infelicemente, che ſembrava, non vedeſſe il libro, non che i caratteri, che v' erano impreſſi ſopra; quindi per comune conſentimento della brigata, fù a ſuono d' una ſolenne riſata, dichiarato pel ***più debole di viſta***, che ſi trovaſſe frà loro: Egli tutto adirato, ſtrillando; condannò la ſentenza, come precipitoſa, ed ingiuſta, adducendo per ſua difeſa; che non dalla debolezza della viſta, ma ***dal non ſaper leggere***, procedeva la difficultà, ch' incontrava nell' eſperimento propoſto. A queſto infelice ripiego del Meſchinel-

lo,

lo, raddoppiaron le risa gl' amici, ed altrettanto fareste ancor Voi, e farebbon con Voi quegl' INTELLIGENTI, a quali s' appella il *Professore*; Se convinto con gli stessi suoi detti, di non aver saputo riuscire nella soluzion d' un problema, nella quale poteva mancare ogni par suo, senza pregiudizio del proprio credito; volesse difendersi, con allegare di aver pigliata quella sua proposizione, in un senso tanto contrario, (come abbiam veduto) a principj della *loica*; l'ignoranza de' quali, giustamente si reputerebbe difetto, in qual si sia tenero Giovinetto, non che in un pubblico *Professore*.

Capitolo III.

Quel saggio, che porta il Professore *per pruova del suo sapere di quattro anni addietro, fà conoscere, che nè pure allora intendeva le speculazioni del Sig.* Neutoni.

QUanto alla conseguenza (come egli dice alla *faccia* 57. *vers.* 26. *seg.*), *ch' io hò voluto dedurre da questa mia falsa esposizione delle sue parole, la quale è, ch' egli in niun conto abbia inteso la soluzione del Sig.*Neutoni, *del problema di cui sin ora abbiamo parlato; non che saputa ridurla all' espressione del calcolo differenziale.* Io sinceramente parlando; pel rispetto che porto agl' Uomini, che professano scienze, comunque poi vi riescano; amerei di non avere altro testimonio, di questa verità, che quello, il quale mi vien porto dagl' argomenti precedenti; Mà il nostro *Professore*: ò troppo voglioso di smentirmi: ò di soperchio focoso nel volermi confondere; mio mal grado, me n' hà innocentemente dato uno, che non sò, se potrà esser dileguato da alcuna di quelle sue sì efficaci *interpretazioni*. Se non si vedesse impresso, sarebbe impossibile, non che difficile il credere; che in questo affare, egli avesse sì stranamente traveduto: ò si fosse lasciato tanto trasportare dalla passione, di fare spiccar la sua abilità in questi studj; che in luogo di difendersi, avesse proceduto contro se stesso, più ostilmente, di quello lo potesse mai fare qualunque suo più giurato avversario;

Mà

Mà lode sia sempre alla Verità, che oppressa con tanti artifizj, sà uscire anche violentemente di bocca, a chi ingiustamente le fà una si biasimevole ingiuria. Per giustificarsi dunque, d'avere, ed intesa, e saputa ridurre all' *espressioni simboliche del calcolo differenziale* la soluzione del Sig. *Neutoni*, egli alla *fac.* 58. *vers.* 1. *seg.* porta uno squarcio di lettera, scritta fino dal dì 22. *Decembre dell' Anno* 1707. Tralasciando per ora, le cose, che non fanno a nostro proposito; nominando *a vers.* 24. *seg.* (*fig.* 1.) la CV $=$ *a*, CD $=$ CI $= x$; IN $=$ DE $= dx$, l'arco VX del cerchio, il cui centro è in C $= t$, e per conseguente l' XY $= dt$, la velocità del mobile in D, ovvero I $= c$, ed il suo differenziale $= dc$, e per fine la forza centrale DF $=$ V; truova la velocità, cioè $c = \overline{2\int V dx}$. 1 : 2., e per mezzo di questa, e de' tempi, che come è noto sono come l' *aree* KCI; cava finalmente per equazione *differenziale* della curva, riferita all'arco circolare VXY; $dt = a.3.\ dx : x,\ \overline{xx \int V dx - a.4}\ 1:2.$ quindi; tutto contento, e brillante di giubilo, per questo autentico saggio del suo antico sapere, alla *fac.* 59. *vers.* 24. *seg.* conclude, che, *da questo estratto, si vede addunque, Che la soluzione dell' inverso problema delle forze centrali nel voto, del Celebre Sig.* Neutoni, *non gl' è stata così innarrivabile, che non avesse potuto ridurla alle espressioni simboliche del calcolo differenziale, come favella il* Censore, che sono io. Mà per conoscere la forza, e la verità di questa sua conclusione, e giudicare della sua perizia di quattr' anni sono; paragoniamo un poco, questa equazione *simbolica*, cavata dalla soluzione del Sig *Neutoni* dal nostro *Professore*, con quella; non dirò, che ne cavai io; mà ch'egli stesso per altra strada ritrovò, subito veduta l'una, e l' altra, ch'io ne diedi nel *Tomo III.*, colle quali perfettamente concorda: Se presupposte le stesse coordinate, ne verrà la stessa equazione, è certo ch' egli trionfa, e che io non hò potuto, che *espormi a farmi burlare a mia posta*, con volergli *negare questa notizia*; mà se pel contrario, l' equazione in questa lettera dedotta, fosse totalmente differente da quelle altre

tre, che trà di loro si concordemente convengono, che gli rimarrà a dire. Vi vorrà certamente una posſente *interpretazione*, per continuarſi il concetto, d' aver fin d' allora capito la ſoluzione del Sig. *Neutoni*. Per far queſto confronto, poſsono tenerſi due ſtrade: una è, di traſmutare quel ſuo dt, elemento dell' arco circolare VXY, che nella ſua equazione ſerve d' aſſe; nell' altro elemento circolare KN, nella noſtra uguale a dy, che ha lo ſteſſo centro C, ma vario ſemidiametro, e ſempre variabile, che è la KC: l' altra ſtrada pel contrario, che in effetto ritorna poi la ſteſſa, è, di cambiare il noſtro dy, nel ſuo dt; per avere una medeſima eſpreſſione d' indeterminate; Noi per brevità, e comodo maggiore, faremo ſolamente la prima mutazione; poſta la quale, ſarà facile ad altrui ſperimentare la ſeconda: Eſſendo dunque KC $= x$, CV $= a$, VX $= dt$, & KN $= dy$; a cagione de' triangoli ſimili KCN, & YCX, averemo queſta analogia, $x, dy :: a, dt$, dunque $ady : x = dt$; intanto che, ſuſtituendo queſto valore di dt nell'equazione precedente, dedotta nell' epiſtola accennata; e per V mettendovi f, ad oggetto di conſervare le ſteſſe lettere; quella ſi cābierà in queſta $dy = aadx : xx \int \overline{fdx - a.4; 1:2}$; che è l'equazione del noſtro problema, ch' egli cavò quattro anni ſono, riducendo all' eſpreſſioni, *Simboliche* del calcolo *differenziale*, la ſoluzione del Sig. *Neutoni*; e che a mio marcio diſpetto, fa vedere; ch' egli fin d' allora, quando anche le mie ſoluzioni, e la ſpiegazione ch' hò dato della medeſima, non erano ancor pubblicate, l' avea perfettamente compreſa, avvegnache malamente capita. Io però quì ſon ſicuro, che il noſtro *Profeſſore*, vorrebbe aver commeſſo lo ſteſſo errore nella ſoluzione, che a ſimiglianza delle mie, ne hà dato, alla *fac.* 34. *verſ.* 25., e che non vorrebbe aver' avuto innanzi gl' occhi, que' due miei eſempli, che l' anno condotto, ſenza ſaperne il *perche* mal ſuo grado a ben riuſcirvi, e cavare un equazione tanto diverſa dalla ſopradetta; Imperocche, dovendo contraſtar colle mie, non gli mancherebbero facilmente ripieghi, ed *interpretazioni*, per farſi valere, e difendere, queſto ſuo

sba-

sbaglio: **Mà in tanta differenza da se stesso, io non sò co**me possa ritrovar maniera, per aggiustar le partite. Se allora faceva bene, adesso fà male: e se adesso fà bene, allora certamente *pigliava granchi a secco*. Eccone l' evidenza L' equazione ritrovata al luogo cit., e replicata a *pag. 61. vers.* 26., è questa: $dy = aadx : \overline{abxx - 2xx \int fdx - a.4.}$ 1: 2. mà come mai accordarla colla ritrovata quattr' anni sono, che come abbiam veduto è tale: $dy = aadx : \overline{xx \int fdx - a.4.}$ 1: 2., ò questa, ò quella, è certamente imperfetta; ma quella sì accorda colle ritrovate da me, tanto nelle tre soluzioni, che ne hò date per via del calcolo *differenziale*; quanto colla spiegazione, ch' hò fatto della maniera usata dal Sig. *Neutoni*, non rigettate, anzi prontamente abbracciate, ed imitate da lui: bisogna dunque concludere, che la ritrovata quattr' anni sono, sia di bassa lega; e che quel *saggio*, ch' egli ci hà voluto dare della sua abilità di que' tempi, sia molto a lui svantaggioso, e ci faccia chiaramente vedere, quanto caminava in questo affare allo scuro, nel fare l' ufizio de' principianti; quale è appunto, il ridurre all' espressioni *simboliche*, simili dimostrazioni *analitiche*. Non sarebbe difficile, apportargli quì una replica, che potrebbe farsi a questo discorso, e che avvegnache falsa, ed erronea; in bocca nondimeno d' uno, che modestamente volesse difendere un suo sbaglio, potrebbe captivargli l' animo dell' Avversario; e se non sodisfarlo, almeno quietarlo: Ma io amo troppo, sentirlo lavorar col suo intelletto, e schermirsi co' soliti suoi ripieghi ingegnosi, per prevenirlo nelle risposte apparenti, che potrebbono addursi; mancherebbe il meglio a questa nojosa controversia, se gli si levassero gli additi d' andar replicando. Se questo *Professore*, in qualche occasione avesse una simigliante dimostrazione della mia inabilità in queste materie; in quali espressioni non proromperebbe mai egli, contro la mia povera persona? Mà io, i cui *giusti risentimenti* non sono che argomenti irrepugnabili; lascio agli altri, dedurre le conseguenze, che ne derivano: e solo mi contento, fare osservare;

quan-

quanto bene appoggiato fosse quel suo *Amico*, e con esso lui, quanto lo sieno tutti gl' altri, che gli s' indirizzano, per avere la spiegazione di questi *analititi* Misteri. E quì avvertasi, che fin' ora, gli si è menato per buono un' errore, ch' egli chiamerebbe *madornale*, e che in niun modo sarebbe condonabile, a qual si sia principiante ben miserabile in queste materie; la cui stessa correzzione è tanto per lui perniciosa, che rende l' equazione, ch' egli cavò quattr' anni sono; non solo diversa come abbiam mostrato di sopra, da quella della *fac.* 34., e dalle mie; mà espressa con una formula impossibile, d' una quantità come dicono *imaginaria*, senza alcuna necessità: Veggiamone il perche; Nella stessa (*fig.* 1.) essendo $CV = a$, $CE = x$, sarà $VE = a - x$, ed il suo differenziale $DE = -dx$; ora essendo, che il prodotto della retta $DF = f$ (secondo lui, ad V) nel *differenziale* della detta VE, è uguale al *differenziale* della metà del quadrato della velocità, la quale è spiegata colla radice quadrata del rispondente integrale; Si averà u (secondo lui c) $= \overline{-\ 2\int fdx}.$ 1:2. il quale sustituito in quel longo lavorio, ch' ei fà per giungere all' equazion della curva, e fatte le nostre sustituzioni, per aver' espressa *l' equazione* per dy, & dx, ci darà questa altra;

$dy = aadx : \overline{-\ xx\int fdx - a.\ 4};$ 1:2. quantità, tale qual si ritrova, *imaginaria*, e repugnante, e che ci fà non solamente sempre più conoscere, che capitale ci portasse *fin di là da i monti*, in queste materie; ma ancora quanto sia vero, che nè egli, nè io, abbiamo quella superiorità, che si richiede per ben maneggiarle, e quella abilità, che si ricerca per farcene guida altrui. Ma più abbasso al *Cap. VI.* vedremo, ond' abbia avuto l' origine, l' uno, e l'altro di questi errori; e quello, che gli mancò per ben ridurre all' espressioni *simboliche* del calcolo *differenziale*, la soluzione del Sig. *Neutoni*.

L'addotto fin quì, secondo il nostro *Professore*, è un argomento del suo sapere; e secondo me, è una dimostrazione, che ci convince ad evidenza; se con ragione gli poteva negare

re l' abilità di ben intendere, ed ispiegare le speculazioni del Sig. *Neutoni*. Ora io quì, cito, qualunque siasi suo più appassionato protettore, ed interessato parziale della sua gloria, e del suo credito; sia lontano, e digiuno quanto esser mai possa, di queste materie; purche abbia gl' occhi in capo, null'altro importa; dicami ch' io lo provoco; se quando tutta l'attenzione, e premura, che hà posto l'*Autore* in istendere, e tessere la sua lunghissima *dissertazione*, per difendersi; fosse da lui stata impiegata, a palesare, e confermare la verità de miei detti, e darci una testimonianza incontrastabile della sua poca abilità in questi studj, poteva mai presentarcene un argomento più forte, ed una dimostrazione più rigorosa, ed evidente? s'affanna, s' affatica, si crucia tanto, per sostenere contro sì vivi indizj, ch' egli avea dato, e che io avea sì chiaramente messi in vista ad ogn' uno, Ch' egli prima d'aver veduto la maniera, ch' io avea usato per ridurre all'espressioni *simboliche* del calcolo *differenziale*, l' *analisi* del problema inverso delle forze centrali nel voto del Sig. *Neutoni*, sapeva già la strada per pervenirvi, e riuscirvi senza i miei lumi; ed ecco, che producendo il fatto per pruova; in vece dell'equazione, ch' io ne cavai $dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx \int fdx}. \ 1 : 2.$, ò sia $dy = aadx : \overline{abxx - 2xx \int fdx - a.4.}, \ 1 : 2.$ che è la sua, trovata per altra strada, dopo veduta la mia; ci dà quest' altra cioè $dy = aadx : \overline{xx \int fdx - a4}; \ 1 : 2.$ tanto differente da quella, quanto chi hà occhi può subito, senza altra perizia facilmente conoscere: ed alla quale è giũto con un gravissimo errore di calcolo, come abbiamo veduto. E' grande, come ogn'un può vedere l' inganno, nel quale è sì miseramente caduto, nel dare questo *saggio* della sua abilità, ne principj di questo calcolo; mà maggiore è ancor l' errore, che l' hà condotto sì ciecamente al precipizio. Se la seconda equazione, cioè quella, ch' egli hà cavato dall' *analisi* del Sig. *Neutoni*, se gli fosse fortunatamente presentata, sotto l' espressione, alla

qua-

quale io l'hò ridotta, per farne il confronto, colle ritrovate per altra ſtrada; cioè eſpreſſa per dy, & dx non vi voleva altra perizia alla fine, come habbiam veduto, che il vedervi per conoſcerne la differenza, e venire ſubito a notizia dell' errore; ed in queſto caſo ſarebbe ſtato impoſſibile, ch' egli non ſi foſse accorto dello sbaglio groſſo, che pigliava; ma la mala ſorte avendo portato, che, gli ſi ſia fatta vedere, ſotto una faccia un poco differente, che è queſta $dt = a.3.dx$: $x, \overline{xx \int \text{V} dx - a\,4.}, 1:2.$, egli hà facilmente creduto, che quella x di più, fuori del ſegno radicale, e quel differenziale dt, poteſſero renderla la medeſima, avvegnache foſſe ſotto varia eſpreſsione; nè ſapendo con una agevoliſsima analogia cacciarne quel dt, e ridurlo a dy, facendo; $x, dy :: a, dt$, s' è laſciato buonamente indurre, a credere un ſegreto del calcolo, la ſua poca perizia nel maneggiarlo. Che averà egli queſta volta a replicare in difeſa, e ſoſtenimento di queſto *ſaggio*, datoci della ſua abilità paſſata, in uſare i primi elementi di queſta ſcienza? Troverà egli qualche *poſtiletta* nella lettera ſcritta; che corregga l' errore commeſſo per inavvertenza nell'oſſervarla? O pure nel traſportarla di *latino* in *volgare*, ſaraſsi egli incautamente ingannato, portando l'equazione *latina* in luogo della tradotta? dirà forſe, per ſua ordinaria diſcolpa; che *ſe aveſſe poi avuta la curioſità di giungger preciſamente alla mia equazione, ciò non gli poteva riuſcire più difficile*: ma quando la noſtra ſimplicità corriſpondeſse ancora, al concetto, ch' egli ne hà; ſicchè facilmente ci laſciaſsimo perſuadere la mancanza di queſta *curioſità*, ſuo diletto, ed unico refugio nelle ſue difeſe, e buonamente credeſsimo, ch'egli in fatti all' ora non l'aveſſe avuta; l' avea per certo, chi a lui ricorreva per eſſere fedelmente iſtruito; ed il traſcurare la *curioſità* di ben eſeguire il ſuo uficio, e troppo diſdicevole in un pubblico *Profeſſore*. Ma, a che vò mai io vanamente cercando, ciò che non è poſſibile a rinvenirſi? Con qualunque altro alla fine, mi darebbe l'animo d' indovinare appreſſo a poco, quello, che dir poteſſe in ſua difeſa; ma con chi adopra per ſuo ſcampo, arti sì inuſitate, e

lontane dal consueto modo di tutti gli altri, quali sono quelle, che hò brevemente accennato sul principio di questo scritto, e che vedransi più a longo, e più chiaramente, nell'andar innanzi che faremo; mi confesso inetto di ben riuscirvi. Questo solamente io sò di certo, Che chi possiede un *Alchimia* sì felice, da trasmutar a suo talento, *una certa talqual erudita*, in una perfetta, e *bellissima* soluzione *degna dell' alta mente* del suo Autore; e di rendere impossibile *in soli certi dati*, quelle *formule*, ch'erano già state condannate per impossibili *in nessun caso a venire*; non sarà così scarso di ripieghi, e così povero di partiti; che non sappia francamente trovar modo di far valer sua perizia, a dispetto di quante pruove ne possa mai egli stesso aver dato in contrario; e mal grado quante dimostrazioni abbino l'*Algebra*, e la *Geometria*. In ogni caso, non è certamente per mancargli mai, quel presentaneo rimedio, che come vedremo a i *Capitoli* XIV., e XXIII. ha così prontamente usato in altra occasione alle *faccie* 72. *vers.* 14., & 76. *vers.* 36. *seg.*, appigliandosi alle correzzioni, che a contemplazione della Gioventù gli sumministrarò alli *Capitoli VI*, *e XII.* e facendole valere per documenti, *ch' ei già sapeva*, prima di vedergli.

Capitolo IV.

Il Professore *nè pure la perdona ad un suo Amico; condannando una dottrina, che scrive essere dall'Autore stata* pigliata in prestito *da lui: e condannandola, non solamente contro gl' insegnamenti, e l' uso, che ne anno fatto i più Celebri, e periti Geometri; ma ancora dopo averla egli stesso poche faccie addietro usata.*

NEl disaminato *squarcio di lettera*, abbiamo chiaramente veduto, Che l' ardore, e la brama, che ha avuto il nostro *Professore* di smentirmi, l'ha trasportato tant' oltre, ch'egli stesso hà messo in pubblico il più autentico, e chiaro argomento, che potesse aspettarsi da un suo implaca-

ca-

cabil *Antagonista*, per provar vero, Che *egli in niun conto abbia intesa la soluzione del Sig.* Neutoni *del problema, di cui fin ora abbiamo parlato; non che saputo ridurla all'espressioni simboliche del calcolo differenziale*. Rimane ora à vedere, un effetto più pernicioso, e disdicevole, dello smoderato calore, che hà conceputo in questa mischia, che non gl'hà permesso perdonarla nè pure a suoi Amici più parziali, nell'atto stesso di farsi loro zelantissimo Procuratore: tanto bisogna che sia restato toccato sul vivo, e sbalordito, dal colpo ricevuto in questo incontro letterario. Dopo avere esaggerata la *simplicità* della sua soluzione del Problema, del quale ora parliamo, data alla *faccia* 28. *seguen.* vi ritruova certe prerogative, che non *competono* (come egli dice alla *faccia* 60. *vers.* 21. *seg.*) *alla soluzione dell'Apologista, che presuppone i già accennati canoni delle* forze centrali, *non tanto semplici, tolti in PRESTITO dal Sig.* Varignoni, *che già gli avea in più maniere dimostrati nelle memorie dell' Accademia di Francia* 1701. Da queste parole, chi non vede, che io mi sono servito de' *canoni* del Sig. *Varignoni*, e non de' trovati del mio? tanto suol significare in nostra lingua, *pigliare in prestanza, ò sia in prestito, che qui stà in suo luogo;* tutto dunque l'errore che sarà in questa ricerca, dovrassi imputare all'Autore di cui sono, e non a me, che da lui gl' *hò tolto in prestito*: Egl'è tanto giusto, quanto giusto sarebbe, attribuirgliene tutta la lode, se fossero ritrovati per istrade legittime, e buone; onde io fortunatamente avrei per mano il modo di scaricarmi del debito di rispondere à quella opposizione fatta *al vers.* 27. senza addurne alcuna ragione, e portarne (come sogliono usare gl'altri Geometri) la sua pruova evidente (*d'esser mancante la dimostrazione, fondata su la falsa Ipotesi, che lo spazio EF viene scorso, con velocità costante, in cambio che il moto per questa, è sempre accelerato, e in queste circostanze non può mai considerarsi equabile*,) coll' lasciarne tutto il pensiero all'Autor diretto, e principale. Ma nò, ben lungi di volergli *attizzare alcuno contro, ò pure di spargere semi di discordia*, com'egli m' incolpa *alla faccia* 57. *vers.* 25. lasciando a quel Valentuomo la briga di pigliarsela seco, per

 dif-

fender quelle, ch' ei spaccia per *sue* speculazioni; senza pregiudicar punto alla gloria dovutagli, quando realmente, senza mia notizia, gli abbia ritrovati per la stessa strada; stimo meglio *pro bono pacis* assumermi l' incomodo, di disingannare il *Professore*, e con esso lui, tutti quegli, ch' ei amerebbe restassero ingannati, da questa obbiezzione; e pigliãdo il motivo da quella espressione, che aggiunge alla sopradetta, alla *faccia cit.* 60. *vers.* 26. *contentarsene*, *senza addurre del suo*, (cioè del mio) *una certa mancante dimostrazione*, (avvegnache contraria alla precedente, perche se è *pigliata in prestito*, certo non è *mia*,) farmi il reo del preteso errore, ed il promulgatore di *canoni non tanto semplici*, e così rendermi debitore, di far conoscer falso il suo detto: Per eseguir tutto ciò, basterebbe portare ciò, che egli scrive alla *faccia* 58. *vers.* 6. *seg.* (diligenza necessaria nel citare i testi, ove si tratti, con chi facilmente vi scappa di mano) cioè, Che la *particella della curva IK* (anch' essa *infinitamente piccola*) *viene scorsa con moto come UNIFORME*: avvegnache, come nel mio caso, vi sia applicata una forza *costantemente*: con quello, che replica alla *faccia* 76. *vers.* 36. con un asserzione tutto contraria all' addotta di sopra, delle quali a suo tempo parleremo; ma vedendo, ch'egli è sì fertile d'*interpetrazioni*, che cambia a suo talento il *si* nel *nò*, e *questo* speditamente in *quello*; sarà meglio tralasciar le ciarle, e proceder co' fatti, e fatti tali, che non ammettano sotterfugi: E qui buon per me, che nell'opporre alla mia soluzione, riconosce per vero, Che presupponendo i spazj, in ragion composta della velocità, e del tempo, si piglia quella per *invariabile*, e sempre *costante*; onde non avrò à spender parole per dimostrarglielo; sicche basterà per convincerlo, dimostrar solamente, Che i primi Maestri di quest'arte, ove s' è trattato di determinare, ò *spazj*, ò *tempi*, ò che che altro siasi in materia di moto, considerato per curve, ò rette, sottoposte al calcolo *differenziale*; avvegnache v' intervengano *forze continuamente applicate*, sempre si sono serviti dell' *Ipotesi*; Che *gli spazj siano in ragion composta della velocità*, *e del tempo*; cioè anno pigliata quella *per equabile*;

il

il che nega poterfi fare, l'acutezza del noftro *Professore*: Per isbrigarfi da quefto affunto, fenza l'impegno d'imbarazzarfi a portar i tefti degl'Autori, fi veddano le foluzioni, ch'anno dato i Signori *Leibnizio*, e *Bernulli*, delle *curve Isocrone, paracentriche, e semplici*: di più quella, che diede della curva della più *veloce discesa, il Sig. Jacopo Bernulli*; quali tutti fi ritruovano fu gl' *Atti degl' Eruditi di Lipsia dell'anno* 1694. *ai Mesi di Giugno, e Novembre, ed al Mese di Maggio del* 1697. e fe non vi fi fcorge fempre pigliata la velocità, ò per l'archetto della curva, ò pel differenziale dell'ordinata, quella che fi fuppone avere nel principio di quelli; cioè quella, che è uguale alla radice quadrata dell' altezza, donde cafca il grave; e fe fempre non vi fi prefuppone in *ragione reciproca de' spazj infinitamente piccoli corsi*; ò (che è lo fteffo,) quefti in *ragione composta della velocità, e de' tempi*, io fon vinto: Ma fe pel contrario, vi fi offerva fempre quefta prefuppofizione, che replica rimarrà, al noftro *Professore*? Ivi fi confidera pur fempre, un corpo *in moto, per ispazj infinitamente piccoli*, fpinto da una forza à lui *continuamente applicata*; e pure la velocità fi piglia fempre per la *stessa*, ed *invariata* per tutti quei piccoli fpazj: di più lo fteffo Sig. *Neutoni*, in tutte quelle propofizioni, nelle quali confidera, moto cagionato da *forze centrali*, non ufa fempre quefta, ò fimigliante efpreffione? *Est tempus, quo corpus cadendo describit lineolam DE, ut lineola directè, & velocitas inversè*, ò pure, *tempora ob aqualitatem velocitatum, sunt ut viæ descriptæ*; le quali tutte, (come abbiamo veduto,) prefuppongono la velocità *costante*, anche quando vi s'inframifchiano forze continvamente applicate; perche dunque nel mio cafo, che è lo fteffo, non potrò affumere altrettanto?

Tutto ciò dovrebbe baftare, per coftringerlo à confeffare, Che la troppo ardente brama di moftrarmi colto in errore, l'hà fatto travedere; e a difdirfi di quanto sì incautamente contro la dottrina di tutti i più Celebri *Geometri* hà fcritto: pure perche non m' afficuro, Che l' Autorità di tutti quefti grand'Uomini uniti infieme, in quefta occafione ab-

bia tutta quella efficacia, che hà avuto in un altra, la sola del Sig *Neutoni*, che l'hà obbligato (come abbiam veduto di sopra,) a confessare per *bella*, *e perfetta*, quella che prima avea chiamata *una certa tal qual erudita soluzione*; sarà necessario portar lui, contro lui, per isforzarlo; od a condannar se medesimo, od ad assolvere, e me, e se nello stesso tempo, che in effetto sarà poi, un condannar se stesso: Andiamo alla *faccia* 58., & ivi troveremo *vers.* 27. *seg.* Che, *se la particella dell'asse DE* (fig. 1.) *dx*, *nel momento di tempo df*, *colla forza V*, *e colla velocità c*, *viene descritta*; *sarà dx = cdf*; *cioè lo spazio DE starà in composta proporzione della velocità*, *e del tempo*: ed ecco da lui medesimo, in caso della forz V costantemente applicata, presupposto scorrersi lo spazio infinitamente piccolo *dx*, con la velocità *c equabile*; giacche, (come abbiamo veduto di sopra,) il presuporre gli spazj in ragion composta della velocità, e del tempo, coincede col presupporre la velocità *costante*; non essendo ciò vero, che in questo caso: Or come mai, dopo aver scritto ciò, nella spiegazione della proposizione del Sig. *Neutoni* alla *faccia citata*, essersi poi lasciato trasportare a condannare la mia soluzione, di *mancante*, e *difettuosa* alla *faccia* 60. *vers.* 26. *seg.* come *fondata su la falsa Ipotesi*, *che lo spazio EF* (tanto più in questo caso, privilegiato, quanto che rispetto del suo DE, è ancor *infinitamente piccolo*) *viene scorso con velocità costante*; e scrivere, Che *il moto per questo è sempre accelerato*, *e in queste circostanze non può mai considerarsi equabile?* La cagione è, che egli spiegò quella proposizione senza capirne la forza; e che questa, siccome ancor tutte l'altre, che mi và facendo, non sono, che certe *difficultadelle*, ch'egli incontra in queste materie, e che sogliono dar fastidio a i principianti tutti: In fatti egli vedendo, che l'equazione $Vdf = dc$ presuppone la velocità *variabile*, quale in effetto, ella è sempre in qualsivoglia menomissima particella dello stesso spazietto *dx*; non hà saputo accordarla coll' altra $dx = cdf$, che la presuppone *costante*, ed hà creduto doversi attenere solamente a quella, senza che vi possa aver luogo anche questa; e (quello, ch' è il più curioso,

so,) nello stesso tempo, ch' egli senza saperne il *perche* l' adoperava; ma s' egli possedesse pienamente quelli, ch' io *spaccio per gli più artifiziosi ripieghi del calcolo differenziale*, vedrebbe come perfettamente s'accordano, queste due presupposizioni, che sembrano sì opposte; ed avrebbe intesa la cagione dell'operazione, ch' egli stesso senza sapere il *perche* hà usato, e della quale dovrebbe saper render conto a suoi scolari, quando v' incontrassero la stessa difficultà, ch' egli v' hà trovato, e così precipitosamente m' hà opposto: ma come mai potrà farlo, s' egli stesso vi s'imbroglia per entro; e mentre si serve senza intenderne il perche di quelle eleganti dottrine, le oppone a chi sà perche le mette in uso? Poveri *Geometri*, e molto più povero me; se avessi avuto il prurito d' uscire in campo a farla d' *Autore*, coll' oppor loro, tutte quelle difficultà, che mi si presentavano nelle sue più sottili speculazioni, sul principio de' miei studj! Ma lode a Dio, che per loro comodo, e mio decoro, hò saputo almen diffidare della mia intelligenza, e dubitare, che non fossero quali in fatti adesso le ritrovo, dubbj vani, sopra una materia mal posseduta, e poco intesa: se altrettanto avesse saputo fare il nostro *Professore*; io non mi ritroverei adesso tanto danneggiato, a cagione del tempo che m' ha fatto sì miseramente gettare, in dileguare tante ombre di difficultà, colle quali hà creduto atterrarmi. Frate Iddio te la perdoni, e deati il buon anno, e le buone calendi, oggi, e tuttavia.

Capitolo V.

Che è meno ristretta la soluzione del problema inverso delle forze centrali *data dall'* Autore, *presupponendo ogn'uno de' tre differenziali costante; che quella del* Professore, *che piglia solo il tempo per tale. Che è più da pregiarsi la strada, che porta alle soluzioni de' problemi colle integrazioni; che con qualunque altro artifizio, che le sfugga. Se ne approva per altro uno del* Professore; *ma se ne dà una soluzione più facile assai, ed ispedita.*

FOrse nel *paragrafo* seguente, riuscirà più felicemente al *Professore*, di mostrarsi franco in questo calcolo, colla facile soluzione, che dà, del problema del qual parliamo, senza presupporvi alcuno de' *differenziali* per *costante*; e con più fortuna si vendicherà delle oppofizioni, che gl' hò fatto; coll' *espormi alle risa de' conoscitori*. Veggiamo il *perche* di questo secondo capo: Egli pensa, che non vi sia cosa più ridevole della mia condotta in questo particolare; imperocchè, avendo motteggiato la sua soluzione; come ristretta a quella miserabile, e *particolar condizione dell' uguaglianza de' tempi*, subito confesso, come troverete scritto alla *fac. 60. vers. 35. seg.* Che la mia presuppone, *qualunque de i tre differenziali intrinseci all' equazion della curva per costante*; *quasi che, quei differenziali costanti fossero condizioni meno ristrette dell' uguaglianza de' tempi, e rendessero la soluzione più generale*. Ma come! non è ella meno ristretta, quella soluzione, che si dà in più casi? come potrà mai ragionevolmente pretendere, che la sua, possa paragonarsi colla mia; se a lui mancando quell' infelice, ed unica condizione, dell' *uguaglianza de tempi*, cessa subito il modo d'arrivare al quesito, quando a me, mancando una, ne rimangono sempre altre due, da mettere in opra? Se a lui non si presuppongono gli *tempi uguali*, ecco arrestato il corso, e svanita tutta la gloria, che s'è acquistata nello scioglimento del quesito; perche, per lui non v' è altra strada; a mè si contrasti pu-

pure l'uguaglianza de dx; eccovi quella de dy.; e se nè questa, nè quella mi si concede; subentrerà opportunamente quella de ds, che vi conduce alla soluzione; e posto ciò sarà ugualmente ristretta la mia, che la sua, la quale al primo soffio cade, e svanisce; sofferendo quella, due crolli, senza punto cedere, ed impossibilitarsi? Favolette. Quanto al primo caso; io non sono, così malignamente invidioso, ò sì ingiusto, che mi voglia fare a condannare tutto ciò, ch' egli scrive, buono, ò cattivo che sia; siccome non mi muove altro spirito, che quello dell'amore, che porto alla verità, ed il riguardo, che deve aversi, a chi non intende; così sarò sempre il primo, a lodare quanto di buono, e degno di stima, pubblichi, od il *Professore*, ò chiunque altro si possa essere: sempre però fuori de' termini, ò d' una indegna adulazione, ò di smoderata passione. Il ripiego che ei porta alla *faccia 61. vers. 10. seg.* di denominare la quantità, che includerebbe i secondi *differenziali*, per non obbligarsi alla loro integrazione; e così sfuggire la presupposizione di qualche elemento *costante*; è plausibile, e comodo; mà non è nuovo; Se però si persuadesse, ch' egli fosse più pregievole della strada, ch' hò tenuto io; penso, che s' ingannerebbe indigrosso; imperocchè certe perfezzioni, che sono fondate sù l' indigenza; cessando questa, perdono il suo pregio: Chi si serve di simili artificj, intanto gl' usa, inquanto non sà battere la strada reale, e maestra dell' *integrazione*; difficile in fatti in se; ma che ritrovata, ci dà subito senza *girandole* soluto il quesito; e quel ch' è più da stimarsi, perfeziona la scienza: promove i suoi limiti: e ne slarga i confini; onde si de' reputare, senza paragone, l' andare per questa, più pregievole, ed utile; perche oltre all' essere più naturale, & immediata; c' insegna ancor ciò, che esercita a dì nostri gl' ingegni de' più sublimi *Geometri*; intorno a che, forse forse, anche il nostro *Professore*, stà senza fortuna specolando, con desiderio di poter sustituire questo incomodo nel pervenire alla soluzion de' problemi, a qualunque altro ripiego: e questa fù la cagione, che mi fece pubblicare quelle mie tre soluzioni, e me le fà anteporre ad al-

altre, che vadino per via d'artificj laudevoli ſolo, ove non ſi poſſa procedere altramente; e ritruovo, che in queſta opinione, non ſono ſol io; avendo giorni ſono ricevute replicate lettere, (tanto più degne di fede, quanto che ſendo ſenza nome d'alcuno, ſono fuori del ſoſpetto, ò d' adulazione, ò d' intereſſe particolare,) che m'atteſtano il pregio nel quale anno i *Geometri*, il metodo tenuto in quella ſoluzione; come hò fatto vedere a più d' un pajo de' miei amici, e potrei, forſe con poco decoro del *Profeſſore* anche pubblicamente moſtrare, ſiccome era paruto neceſſario a qualcheduno di buon guſto. Per altro, ſe ne voleſſe una ſoluzione, la quale non ſolamente non preſuppone alcuno de' *differenziali* per *coſtante*, ma ne pure ci mette in neceſſità di conſiderare *triangoli infinitamente piccoli* come la ſua, per cavarne poi da quelle laborioſe *analogie*, le quantità neceſſarie; eccola in due righe: $fdx\ dt : ds = du$, onde $fdx = udu$, & $u = \overline{n - 2\int fdx}.\ 1:2.$ quindi $xdy = ds : \overline{n - 2\int fdx}.\ 1:2.$ che ridotta ci dà $dy := dx : \overline{nxx - 1 - 2xx\int fdx}.\ 1:2.$ come abbiamo per altre trè ſtrade trovato. E queſta può eſſer ella più ſemplice, ſenza preſupporre nulla di *coſtante*, e nè pure conſiderare *triangoli innaſſignabili*? e pure, è ella più pregievole dell'altre, ritrovate per la ſtrada degl' *integrali*, che tanto promuovono la ſcienza? ſecondo me nò; e per quanto vedo, così la ſentono, e ſentiranno tutti quelli, che anno qualche buon guſto in queſte materie, alla barba del noſtro *Profeſſore*, che forſe, e ſenza forſe, imita la *volpicella d' Eſopo*, che aſtutamente biaſimava come immaturi, que' pomi, a quali non poteva giugnere.

Ca-

Capitolo VI.

Che l'Autore spiegando una proposizione del Sig. Neutoni*, dovea servirsi della stessa condizione, ch' egli assume. S' esamina un' obbiezzione fattagli dal* Professore*, intorno all' integrale d' un area; si mostra l' origine dell' errore osservato al* Cap. III. *e si fà vedere, ch' egli fà dire uno sproposito al detto Sig.* Neutoni.

LAsciando ora, che dalle cose sopradette, quegl' *Intelligenti*, a' quali il *Professore* s' appella, ed al cui giudizio si rimette alla *faccia* 55. *vers.* 32. giudichino; s' egli s' è *giustificato dell' ignoranza* (nome nello scrivere a me fin' ora stato incognito) *imputatagli dal censore, a riguardo della soluzione del Sig.* Neutoni, *intorno al problema inverso delle forze centrali*; come pretende aver fatto, secondo ciò che scrive alla *faccia* 61. *vers.* 28. *seg.* ò pure se ha più tosto giustificato, chi credeva, secondo i suoi detti, che *in nessun conto l' avesse intesa, non che saputa ridurla alle simboliche espressioni del calcolo differenziale*; passiamo ad esaminar que' luoghi; ove deposto lo scudo, impugna l' asta, e vibra il formidabil brando; trasformandosi di difensor gagliardo, in un più valoroso assalitore. *Si tratta addunque, di verificare il primo de trè articoli, dell' assunto suo impegno alla faccia* 55. *vers.* 11., che è *di mostrare ad evidenza* (parola abile a spaventare, e mettere in iscompiglio, un *Euclide*, ed un *Apolonio*, ed usata alla *faccia* 61. *vers.* 32. *seq.*) *che l' Apologista non abbia ben compreso, nè la soluzione del Sig.* Neutoni, *nè la propia:* Si può truovare un cuor più generoso? Per adempiere ciò che disse, due cose m' oppone, ed acutamente al suo solito osserva. La prima è, che *alla pagina* 500. *del Terzo Giornale, seguendo le vestigia del Sig.* Neutoni, *per giungere all' equazione della curva da me ritrovata, non isdegno servirmi della stessa condizione ristretta, dell' uguaglianza de' tempi*, in lui biasimata: come, se spiegando una speculazione d' un altro, io mi dovessi servire di condi-

zio-

zione diversa da quella, ch' usa l' Autore, che hò da spiegare, ed assumere altri principj, che i suoi: si può truovar discorso più strano? Se spiego ciò ch' egli scrive, e *sieguo le sue vestigie*; come mai dovrò tenere altra strada, e battere diverso sentiero? ciò per mia fè sarebbe un bel *seguir le sue vestigie*. Infelice necessità di ciarlare! E questi poi son que'Soggetti, che si protestano di voler procedere non *con vane ciarle, ò mal fondate congietture, ma con argomenti dimostrativi?* Ma lasciamo questa prima debolezza, e sentiamo la seconda opposizione, fondata sù più dilicati principj del calcolo *differenziale*, che professa, e che perciò conterrà qualche cosa di forte, e non ammetterà scampo alcuno. Egli dice alla *faccia 62. vers. 5. seg.* che io *adoperando la proposizion 39. del Sig.* Neutoni, *che dimostra esser la velocità in I.* (fig. 1.,) *come il lato quadrato dello spazio ADFB, metto a dirittura l'area VDFR, uguale all' integrale assoluto di* $-2\int fdx$, *e l' area AVRB, eguale al mio n.* (E quì notisi, che mi fà la grazia di farmi sì sciocco, che creda; l' integrale della *proposizione* 39. essere $n-2\int fdx$., quando ivi non v' hà niente a fare la costante *n*, a differenza di quello della *proposizione* 41. nella quale ha solamente luogo; ne van confuse, come egli ha fatto nella spiegazione, che ha voluto darci, di questa) nè era necessario, che più abbasso, s' affatticasse, per dedurre, esser veramente così. Fosse altrettanto vero, e con *tutta la sua perizia*, in queste materie, mi dimostrasse egli, che *l' integrale assoluto di* $-2\int fdx$, *non può giammai dinotare lo spazio VDFR, ma solo uno spazio doppio di quello, che si stenda all' infinito della parte opposta dell' abscissa CD, come sarebbe lo spazio DLMBF, secondo che scrive alla fac. cit. vers.* 10. *seg.*, qual forma di esprimersi, e tanto oscura, falsa, ed imbrogliata, ch' egli medesimo sicuramente non la saprebbe spiegare. Per intender però, ciò ch' egli abbia con questo veramente voluto dire; saltiamo al *vers.* 27., dove troveremo per buona ventura la correzzio-

zione, che mi sűministra; la quale tutto in uno mostrerà falso quel suo detto, e vero l'avere io eseguito quanto realmente si cōveniva per ottenere questo integrale; così dūque corregge il mio fallo: *Doveva porre subito, tutto lo spazio* ADFB *eguale al suo* (mio) $n - 2\int fdx$: ma quì in prima, in questo integrale assoluto, corretto da lui, dove si trova mai *uno spazio doppio di quello, che si stēde all'infinito dalla parte opposta dell' abscissa CD, come sarebbe lo spazio DLMBF*? Se anche secondo lui medesimo, per far bene doveva por subito il mio $n - 2\int fdx$, uguale, allo spazio ADFB, che certo non è quello *spazio doppio, steso all' infinito &c.* Mà adesso io m' accorgo, che inavvedutamente, sfuggiva il nerbo della sua obbiezzione; questo consiste, in non aver posto *subito*, cioè in un *baleno*, *tutto lo spazio ADFB uguale al* mio $n - 2\int fdx$, e l' essermi andato ad *imbrogliare, col cercar le porzioni di quest' area, che possono esprimersi per le parti* n & $2\int fdx$ *separatamente*. Sicche io hò fatto, tutto quello che si poteva, e si doveva rigorosamente fare; potēdosi le porzioni di quell'area esprimere con le parti n, e $- 2\int fdx$: solamente *si deduce, non avere io ben compresa, nè la soluzione del Sig.* Neutoni, nè la mia; da quel non averlo fatto *subito*, *subito*, ed essere stato un pò troppo pigro, ed aver voluto troppo chiaramente spiegare, Che *secondo il Sig.* Neutoni, *le due aree VEGR variabile*, & *AVRB, sempre costante denotano la velocità del mobile per KI*: Io certamente se mi fossi mai imaginato, che dal procedere con tanta chiarezza si potesse tirare una tal conseguenza, mi sarei più tosto eletto d' esser *più scuro*, e *subito subito*, avrei detto, Che la velocità sarà $= \overline{n - 2\int fdx}$, 1: 2. come hò detto due versi dopo; ma in tal caso, sarebbesi egli proveduto a sofficienza, al bisogno de' principianti; a riguardo de' quali il *Professore* stesso, hà tralasciato di *ridurre* (potendolo)

in

in due righe la ſua *analiſi* del problema delle forze centrali nel pieno, ſe crediamo a quanto ſcrive alla *fac.* 74. *verſ.* 24. *ſeg.* Io penſo ſicuramente, che nò; e lo penſo ſul fondamento, che mc ne porge il vedere, che gli ſteſſi *pubblici Profeſſori* aveano tanta neceſſità di ciò, ch' ora fanno ſembianti di condannare; cioè, che ſeparatamente, ſi ſpiegaſſe loro, Che l'area del Sig. *Neutoni*, ABFD, coſtava di due parti; una *variabile* ſempre, ed è la VDFR; e l'altra ſempre *coſtante*, ch' io nominava *n*, ed è la AVRB; non avendo avuto altra origine quell' errore ſi ſterminato, ch' abbiam dimoſtrato aver' egli commeſſo nel ridurre all' eſpreſſioni *Simboliche* del calcolo *differenziale* la ſoluzione del Sig. *Neutoni*, che dal non aver capito, Che l' integrale della velocità, eſpreſso da lui ſenza *ſimboli* colla $\overline{ABFD}$, non a $\overline{2\int fdx}$, ma è uguale alla $\overline{n - 2\int fdx}$, nel caſo della *propoſizione* 41., del quale ſe ſi foſse ſervito, ne averebbe ricavata la legittima equazione della curva (poſto per *n* altre proporzionali coſtanti:) $dy = aadx : \overline{abxx - 2xx\int fdx - a.4.}\ 1:2$; ò laſciandovi *n*, la mia: $dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx\int fdx.}\ 1:2.$, e non quella ſua erronea, ed illegitima pel caſo generale, $dy = a.2.dx : \overline{xx\int fdx - a.4.}\ 1:2.$ tanto differente da queſta, e che procedendo eſattamente, e colle regole del calcolo, ſi cambia (come abbiam veduto) in un eſpreſſione *imaginaria*. E adeſſo giudichiſi, s' egli più d' ogn' altro avea biſogno, che ſi parlaſſe chiaro, e nello ſteſſo tempo ſi rifletta; quanto ſia convenevole empiere i *giornali di nostra Nazione* con tali difficultà, e farſi in queſta maniera gioco de' dotti, e perdere il riſpetto a più inſigni *Geometri*, col chiamargli *Giudici* di ſimiglianti ſpeculazioni, non fondate, che ſopra la poca intelligenza di chi le pubblica.

Ma quì ſembrami ſentirlo altamente ſtrillare: Come? l' area DVRF, è uguale a $2\int fdx$? Chi l'dirà mai, altri, che

uno

uno che voglia *farsi burlare a sua posta?* essendo DF $=$ V, ò sia f, il *rettangolo* di questa in dx, che è l'elemento di detta area, sarà fdx, e 'l suo integrale, $\int fdx$, e per conseguente la radice quadrata di questo $\overline{\int fdx:}$ 1 : 2. ma questa non è ella solamente la metà di $\overline{2\int fdx}$. 1 : 2. dunque non la $\overline{VDFR}$ 1 : 2., ma il doppio di questa, è uguale ad $\overline{2\int fdx}$ 1 : 2. Tutto falso: tutto insussistente: tutto erroneo; Imperocchè, Chi mai, altri che egli, fa di sua cortesia, e di proprio capriccio DF $=$ V, ò sia f? Il Sig. *Neutoni, alla proposizion 39.* vuole, Che la EG, ò sia DF, sia *vi cẽtrifugæ in illo loco proportionalis*: cioè in *ragione delle forze centrali*; ora ciò, non è men vero, essendo DF; come 2 V, o sia 2f, che essendo D; come V, ò sia f, avendo gli *equimultiplici* (come parlano) la stessa proporzione; ora nel nostro caso, chi non vuol far dire un solenne *sproposito* a quel grand'Uomo, come ha fatto il nostro *Professore*, nello spiegare quella di lui bellissima speculazione, bisogna attenersi alla prima, e non alla seconda presupposizione. Veggiamolo. Secondo lui alla *fac.* 58. *vers.* 12. *seg.* Il Sig. *Neutoni*, ha dimostrato, Che la velocità in I, ò sia in D (che sono uguali) è $=$ $\overline{ABFD}$, 1 : 2. ma questa area, (parlo nel caso della *proposizion* 39. alla quale si riferisce la 41) se non si pone DF; come 2f, non è uguale alla velocità, mà solo alla sua metà; dunque se non si pone DF come 2f il Sig. *Neutoni* hà trovato la velocità la metà più piccola, facendola come testifica il nostro *Professore* $=$ $\overline{ABFD}$. 1 : 2. in vece di farla $=$ $\overline{2ABFD}$. 1 : 2. Che poi sia vero che non ponendo DF; come 2f, l'area predetta, non sia uguale, ma la metà della velocità, è chiaro anche, secondo ciò, che hà dimostrato il *Professore*, avendo trovato alla *fac.* 59. *vers.* 4. c $=$ $\overline{2\int fdx}$. 1 : 2. (vera espressione solamente della *propo-*

sizio-

fizione 39., e non della 41. come, egli non capendone la differenza, ha creduto, e quel ch' è peggio insegnato a chi in lui innocentemente confidava,) che è il doppio di $\int fdx$, . 1:2. come verrebbe, posto DF $= f$; dunque caminando per via d' equazioni, per non far dire uno *sproposito* a quel Uomo insigne, bisogna pigliare DF $= 2f$, come hò fatto io; ed ecco quell' integrale di $2fdx$, che è $\int 2\, fdx$, ò sia $2 \int fdx$ uguale precisamente all' area VDFR e non doppio di lei, come facevanlo le spiegazioni, ed interpetrazioni d'un *pubblico Professore*; tirando in errori gravissimi, non solo lui, ed i suoi troppo creduli Amici, ed infelici scolari; ma ancora i più splendidi lumi di quest' arte; i cui scritti, se perfettamente non s' intendono, dovrebbonsi più tosto ammirare col silenzio, che depravargli con istorte, ed a loro pregiudiziali dilucidazioni.

Capitolo VII.

Il Professore, *dopo avere imparato dall'* Autore, *Che ciò che cercava, e stimava difficile, era facilissimo; cambia maniera di parlare; e per salvar suo decoro, finge d' aver cercato una tutt' altra cosa; ma si manifesta questo suo nuovo artificiuolo, e si delude, con far vedere, Che l'* Autore *avea gia dato ancor questa.*

ABbiamo veduto di sopra, che il *Professore* per difendersi da quegli argomenti, che incontrastabilmente dimostrano, Ch'egli non hà intesa la soluzione del Sig. *Neutoni*, hà messo in opra l' arte d' *interpetrare*, dando un senso tutto diverso, anzi contrario alle proprie chiarissime parole. In questo secondo *Articolo* dell' assunto suo impegno, nel quale si tratta, di sostener vero; Che la *deduzione delle sezioni coniche dall' equazion generale, trovata pel problema in-*

verso delle forze centrali; non è più facile dello scioglimento del problema stesso generale; come per sua mala ventura, gl' era scappato dalla penna, alla *fac. 29. vers. 12. seg.*; cambia artificio, ed accorgendosi, che dopo le mie dimostrazioni sarebbe vano, e disperato, sostener ciò che scrisse al *luogo citato*; si sforza variando maniera di parlare, di fare almeno sembianti di difendere, quello che recentemente dice. Veggiamo prima la verità del fatto, e poi proveremo, se gli riesce il partito. Alla *fac. 460. vers. 17. seg.* del *Tomo II.* scrisse così: *so bene, che il Sig.* Neutoni, *hà data una certa tal qual erudita soluzione di questo problema, alla proposizion. 41. lib. 1. Philosoph. Natural. princip. Mathematic. pag. 127. Ma a me poi non consta, in qual maniera si possa dedurre, che le sole sezioni del cono, possano sodisfare al problema*. Alla *fac. cit. vers. 6.* di *questo* si legge: *resta ancora a vedere, come da questa equazione, abbiano da venire le sezioni del cono, posta* $f = aag : zz$; *cioè in reciproca duplicata proporzione delle distanze z del mobile dal centro delle forze; giacche al parere del Sig.* Varignoni, (*che ha trovato anch' egli diverse soluzioni di questo problema*) *una tal deduzzione, non è più facile del problema stesso generale*. Da questi luoghi si vede, che tutta la pena nella quale si trovava il *Professore*, prima d' aver vedute le *dissertazioni*, che hò dato nel *Tomo III.*, & *V I.*, era, di saper ritrovare, come da quell' equazione generale si dimostrasse, che nel caso particolare predetto, venivano le sezioni coniche: ma dopo vedute quelle mie due scritture, e spezialmente l' ultima, nella quale gli hò fatto vedere, che a questa notizia s' arriva, senza alcun calcolo, e senza tante *Girandole*, quali ha usato egli alla *faccia 30.*, e col solo uso degl' occhi; accorgendosi, che non v' era tutto il decoro d' un pubblico *Professore* di questo calcolo, incontrare tanta difficultà nel determinare una cosa per se stesso si chiara, e patente; ecco un' altro linguaggio; ecco nuove maniere di parlare; ed obbliando d' esaminare, se era così facile come io diceva; da *quella equazion generale*, venire in cognizione, che nel caso particolare accenato, risultavano le *sezioni del cono*; che allora gl' era tanto difficile; cerca solamente alla *fac. 63. vers. 10. Se la deduz-*

zione dell' EQUAZIONE ALGEBRAICA *di queste curve, sia sì facile, che non meriti d' impiegarvi il minimo tempo;* protestandosi alla *fac. 65. verſ. 27. ſeg.* Che *la ſua difficoltà conſiſte, nel dedurre dall' equazione trovata del problema inverſo,* l' EQUAZIONE ALGEBRAICA *della curva queſita:* Ma Dio Buono? Chi ha mai detto, che la deduzzione dell' *equazione Algebraica* delle ſezioni coniche da quella generale, ſia sì facile? tal che biſogni adeſſo provare, contro queſta aſſerzione, Ch' ella è tanto difficile? Egli allora cercava; come ſi poteſſe venire in cognizione, che poſta $b : xx = f$, *nell' equazione* generale del problema, cioè in $dy = dx : \overline{nxx - 1 - 2xx \int f dx}.^{1:2}$; ella ſi cambiaſſe in quella delle ſezioni coniche; ò per parlare in ſua lingua: *in qual maniera si poſſa dedurre, che le ſole ſezioni del cono poſſano ſodisfare al problema;* ò pure, *come da queſta equazione abbino a venire le ſezioni del cono;* che come abbiam veduto era tutto il ſuo grand' affare. Io riſpoſi, che ciò era *troppo facile per impiegarvi un poco di tempo;* e l' hò dimoſtrato, ò più toſto fatto vedere alla *fac. 44. verſ. 1. ſeg.*, che è ciò, che crucia adeſſo, il noſtro povero *Profeſſore*; accorgendoſi, eſſere sfuggito alla ſua perizia, forſe con iſcandalo de' *Geometri Italiani* anche più triviali, una coſa ſi facile. Per vedere, ſe le mie parole il convincono di tutto ciò, portiamogli dopo i ſuoi, in faccia anche il mio teſto, regiſtrato al *Tomo III. fac. 501. verſ. 13. ſeg.*, e poi dopo, vedremo, ſe l' hò dimoſtrato al luogo *cit.* Queſte ſono le mie parole, dopo avere, e con le mie trè *analiſi*, e colla ſpiegazione di quella del Sig. *Neutoni*, data l' equazion generale addotta quì di ſopra: *Qui non mi ſtenderò a far vedere, come nel caſo ſpeciale, delle forze in ragion reciproca dupplicata delle diſtanze del corpo dal centro ove tendono le dette forze; cioè quando* $f = b : xx$, *la noſtra equazione* (qual è quella noſtra equazione; quella che è ne' ſpazj imaginarj; ò la precedente?) *non può eſſere, che di qualche ſezione conica; perche la coſa è troppo facile per impiegarvi più longo tempo.* Biſogna dunque provare per farla da *Profeſſore*, Che fatta la mutazione di f, in $b : xx$ nell' equazione precedente, non ſia faci-

facile conoſcere, che ella è di ſezioni coniche; che è ciò, che cercavaſi di ſapere ſul principio, e non andarvi ad inviluppare adeſſo, la loro *equazione algebraica*, che per l' addietro non s'è mai nominata; e che ancor' io pochi verſi dopo avea data, per ſodisfare, a chi ſtimaſſe ciò più facile, ma l' hò ſolamente chiamata *non neceſsaria*, e non mai *sì facile, che non meriti d' impiegarvi il minimo tempo*, come adeſſo a ſuo prò mi vorrebbe egli far dire. Seguitiamo il teſto: *ſolo avvertirò, che pigliate l' abſciſſe dal centro A, ſu per l' aſſe della curva, le ordinate a queſte ad angoli retti, nominando per eſempio quelle* p, *e queſte* q; *l'equazion ritrovata, quando ſi ſtimaſſe ciò più facile, come che non ſia* NECESSARIO (perche dall' altra equazione ſi veniva più facilmente in cognizione di ciò, che ſi cercava) *ſi può cambiare nella ſeguente* $ccpp - bbqq - bbpp + 1 = 2cq$, *nella quale ſe* $c = 0$, *la curva è un cerchio il cui raggio è*; $1:b$, *ſe* $c = b$, *è una parabola; il cui parametro* è; $2:c$, e *per conſeguenza l' abſciſſa dal foco al vertice*; $1:2c$, *e così diſcorrendo*: dal qual teſto ſi vede, ch' io mi ſono trattenuto, da dare quella lunga *Girandola*, che ſerve per arrivare alla *equazion algebraica*; perche dalla *differenziale* ſi viene ſubito in cognizione del queſito, che propoſe, ò per meglio dire, che occupava alla *faccia cit.* del *Tomo* II., e V. il noſtro *Profeſſore*; che, ritrovandoſi adeſſo in ſecco, ſenza aver che riſpondere; ſe perſiſteſſe nell' opinione di prima, intorno a quella gran difficultà, d'arrivare a conoſcere, che in quel caſo particolare *vengono le ſezioni del cono*, ci vorrebbe deſtramente cambiar le carte in mano, ed introdurvi quel termine *Algebraica*; che voleva far giocare ancora a ſuo prò, nell'altra *interpetrazione* de' ſuoi detti, dove ſcriſſe: che *la ſoluzione generale non ſarebbe forſe mai poſſibile*. Gran deſtino! che queſto povero termine, abbia ad eſſere ſempre il refugio del noſtro *Profeſſore*, ridotto agli eſtremi della diſperazione, e quando non ha altri partiti, per ſalvar il ſuo decoro, e mantenerſi il credito di Maeſtro in queſta ſcienza.

Il Professore *per conciliar qualche autorità a suoi errori, cerca contro ogni convenevolezza, attribuirgli ancora ad un celebre Geometra suo Amico. Condanna una certa regola usata prima da se, nel* Tomo V. *e praticata dall'Autore solo per vincerlo colle sue stesse armi. Si scioglie una sua ridevole istanza, colla quale dovendo mostrare, Che una certa ricerca è difficile, mostra solo che in un certo caso sarebbe tale; e si fà veder vano un suo sotterfugio, non solo con ragioni, ma con un altra sua speculazione.*

SCoperto ora ch' abbiamo, questo infelice suo stratagemma, per tirare a qualche buon senso quella sua proposizione; veggiamo, se io hò dimostrato la facilità del dedurre dall' equazion generale sopradetta, quella delle coniche sezioni, ò sia di far vedere chiaramente, e senza calcolo, che posto $f = b:xx$, quella si cambierà in questa. Per far ciò, esamineremo qual sia la sussistenza delle obbiezzioni (per fregiar sue novelle, con un nome un poco onorevole,) ch' egli mi fà. Ma eccoti in primo luogo adoperata un'altr'arte, tanto più perniciosa della prima, quanto, che ella và a ferire tutte le leggi della convenevolezza. Il nostro *Professore* vedendosi a scoperto, ed in istato di non poter sostenere da per se solo, la forza delle ragioni; si vorrebbe appiattare dopo il credito del *Celebre Matematico Franzese*, ch' egli nomina: e così farsi argine, e riparo colla sua *dignissima Persona*; non solo tirandolo a parte di *quel rimprovero*, ch' io gl' hò fatto, *il qual cade su la qualità di Professore, di cui* (come scrive) *amendue sono vestiti*; ma facendolo ancora credere, in sua compagnia colpevole dell'errore, ch' egli solo a nostra notizia ha commesso; stimando difficile, ciò ch' era pur tanto manifesto. Intorno a ciò, io mi protesto, Che nessuno de' miei detti, ha mirato mai altrui, che il nostro *Professore*, che la prima volta, ch' è entrato nell'

aringo ſenza Patrino in Italia, s'è paleſato così allo ſcuro in queſte materie, il quale ſe crede di ſentirſi ſollevato da quella forma, che hò uſato, ſervendomi del *numero del più*; s'inganna indigroſſo; non eſſendo queſto, che un vezzo della noſtra lingua, che in certe enfatiche eſpreſſioni, uſa elegantemente un numero per l'altro; ſendo per altro ſicuro, che quando quel *degno Soggetto*, abbia in ciò la ſteſsa opinione, ſarà moſſo ben da altre ragioni, che da quelle leggerezze, che porta egli; il che con più ſicurezza poſſo credere, e dire, del Sig. *Bernulli*, con cui hò tante volte maneggiate queſte materie. Ora, che abbiamo a ſcoperto, e da corpo a corpo queſto *Profeſsore*, ſentiam ſua ragione, per vedere quanto vaglia: Egli in primo luogo alla *fac.64. verſ.* 28. *ſeg.* mi rimprovera di non aver ſaputo *diſtinguere un problema diretto dall' inverſo, avendo preſuppoſte cognite le curve, che vengono dall' equazion differenziale, che reſulta dalla ſoluzion del problema, che ſono incognite, ovvero devonſi conſiderare tali*. Io certamente nel *Tomo* III. le hò preſuppoſte conoſciute da tutti; e perció non ci hò voluto impiegare un pò di tempo; imperocche, chi ſapeva, quale è l' equazion *differenziale* di queſte ſezioni, riportate al *foco* nella forma ivi eſpreſſa; tanto dovea ſubito conoſcere, che quella era l'equazione loro; quanto chi vede quella del *Profeſsore*, che le riporta all' aſſe, s'accorge ſubito, ch'ella è equazione delle medeſime; non per altra ragione, ſe non perche sà, che la loro equazione è tale: Ma nel *Tomo* VI., accorgendomi che v'era chi profeſsava queſte coſe; e che ciò non oſtante, non ſapeva qual foſſe, l'equazione di quelle curve riferite al ſuo *foco* nella forma predetta; non le hò più preſuppoſte conoſciute; ma per far vedere, che curve elle ſiano, hò fatto paragonare la loro equazione, coll' equazione del Sig. *Varignoni*, ch'era, e doveva eſſer cognita a tutti; ed in queſto modo moſtrandola ſimile a quelle, anzi la ſteſſa, hò concluſo, non eſſer quell' equazion *differenziale*, che quella delle ſezioni coniche. Ma egli dice ivi a *verſ.* 35. *ſeg.* che appunto queſto *moſtrare la concidenza* di quella equazion *differenziale*, con quella dell' *eliſſi al foco*, è un *pigliar*

 la

la curva quesita come cognita, il che è poco differente dalla petizion di principio. Ma quì si dimentica ciò, che hò a bello studio indicato nel mio testo, alla *faccia* 44. *verʃ*. 9. *ʃeg*., ed è, Che questo mostrare la *concidenza* d'un equazione con l'altra, è una regola usata da lui *alla faccia* 30 *verʃ*. 19. *ʃeg*. quando volle concludere, Che quella sua equazione ivi ritrovata, era delle sezioni coniche, perche toltone le costanti, conveniva coll'altra ritrovata da se, nel *Tomo* II. *pag*. 465. dunque: od ancor egli facendo questo paragone, presuppone cognito quel che cerca; ed ecco *il suo raziocinio poco differente dalla petizion di principio*, e confuso un *problema diretto coll' inverso*, per parlar con lui; od io paragonando quella equazion *differenziale* con un altra cognitissima a tutti, hò concluso legittimamente. In fatti, non hò detto io, che purche mostri di confondermi, nè pur la perdona a se stesso? Gran forza d'un impegno mal preso, in uno, che non sappia con prudenza disimpegnarsene! Ma sentiamo un istanza, che a mio avviso, è una delle più gustevole cose, che in questo proposito, poco a proposito possa dirsi, per mostrare, che quella deduzzione è difficile, il che era il suo assunto: se il Sig. *Varignoni* (dic' egli *alla faccia* 65. *verʃ*. 32. *ʃeg*.) *non avesse dato quella sua equazion dell' elissi, cosa avrebbe fatto il Censore? egli con un calcolo ben longo, e laborioso, l'avrebbe cercata da per se, perche sapeva le leggi delle forze cëtrali nell' elissi, rispetto al foco*. Io confesso (per concedergli tutto quel, che mai posso,) che allora quella deduzzione, sarebbe stata difficile; e che sarebbe stata una vana jattãzia lo scrivere: esser *troppo facile per impiegarvi più longo tempo*, e questo è tutto ciò, che si può legittimamente dedurre, da questa sottilissima instanzia; ma a mè sembra ben qualche cosa di differente; il provare, *Che in quel caso sarebbe stata difficile*; e che, posta la cognizione, ch'abbiamo di quella equazione, ella *sia ancor difficile*: ma forse il nostro *Professore*, quì tratto fuori di se, da qualch'estro, parla *Poeticamente*, piglia un tempo per un altro; e dovendo dimostrare, *ch' ella è*; dimostra, *ch' ella allora sarebbe stata difficile*. *Auditum admissi, risum teneatis Amici*? Se il *Cartesio*, od altri dopo lui, non avesse in-

insegnato, che l'equazione delle sezioni coniche, riportate al loro asse, è quella tale, che tutti, loro mercè or sappiamo; come avrebbe fatto egli, a provare, che quella sua era di sezioni coniche? Egli senza dubbio il seppe, perche quei primi anno chiaramente spiegato quel segreto delle equazioni. Ora, se altrettanto è stato fatto, circa alla loro equazione *differenziale*, rispetto al *foco*; perche mai per la stessa ragione, non potrà dirsi, Che si sappia, che quella di cui ora parliamo, è l'equazione delle sezioni coniche; e che basta aver occhi per vederlo, senza calcolo, e senza tante *Girandole*, per ridurla a quella prima?

Ma egli, cui torna poco conto, Che la considerazione dell'equazione *differenziale* di queste curve, gia per altro tanto cognita, quanto lo sia la loro equazione *Algebraica*; sia mezzo sofficiente, anzi facile per arrivare al quesito; si dichiara alla *faccia 66. vers. 11. seg.* senza poi dirne il *perche*: *Che l'unico ripiego per rinvenire queste con sicurezza, è costruire l'equazione differenziale, ovvero (il che è lo stesso,) far passaggio da questa a tutte quelle Algebraiche, che le competono*. Ma in primo luogo, che relazione anno mai tra di loro; il *costruire l'equazione differenziale*; ed il *far passaggio da questa all' equazioni Algebraiche*; sicche abbia uno, esser chiamato lo stesso, che l'altro? Questo sarà certamente, uno di que' esimj segreti, che guarderà tra suoi tesori *letterarj*, e *Geometrici*, non potendosi in niun modo capire; cosa abbia mai che fare, il descrivere quella curva per mezzo dell'equazion *differeziale*, ed il pervenire all' *Algebraica*. Se non che; s' egli è vero, che il costruire l'equazion *differenziale*, sia l' unico mezzo per dedurre le sezioni coniche; perche mai, egli dopo intesa, e capita sì perfettamente la soluzione del Sig. *Neutoni*, come voleva darci ad intendere; hà poi trovato in ciò tanta difficultà, che non gl' è mai constato *in qual maniera, da quella si possa dedurre, che le sole sezioni del cono posano sodisfare al problema*, come confessa di sua bocca *alla fac. 460. del Tomo II?* Il detto Signore, ne dà pure la generale costruzione, dalla quale nulla è più facile, che cavarne la particolare pel nostro caso; spe-

cialmente a chi non ſolo l' intendeva, ma la poteva ridurre all' eſpreſſioni *Simboliche* del calcolo differenziale. E pure, con tutto l'eſſer queſto l' unico ripiego, gl'è convenuto tenere altra lunghiſſima ſtrada, per giungere all' equazione; la quale in effetto, ſia ò *Algebraica*, ò *differenziale*, purche ſia conoſciuta, è l' unico mezzo per far venire a notizia della natura delle curve, cui compete; quindi egli ſteſſo nel *Tomo* II. *pag*. 465. *verſ*. 17., quando non avea ancor avuta la neceſſità, di ricorrere a queſta povera induſtria; avendo data la coſtruzione della curva, ch' avea ritrovata, non ne deduce la natura, ſe non alla *faccia ſeguente*, dopo aver denominate le *coordinate* di eſſa, e cavatane l' equazione, dalla quale ſubito concluſe, ch' ella conteneva le trè ſezioni coniche. Io quanto a me, non ſò, ne credo che ad alcuno mai per l' addietro ſia venuto in mente, di cercar la natura delle curve, per mezzo della coſtruzione; e ſicuramente ſò, che queſta è la prima volta che ſalta in campo queſta pellegrina dottrina; la quale eſſendo paruta al noſtro *Profeſſore*, atta a conciliare qualch' ombra di verità a quella ſua propoſizione; di non eſſer la deduzzione della quale parliamo, *più facile dello ſcioglimento del problema in generale*, ſubito alla maniera di chi s' annega, che dà di piglio a tutto ciò, che gli ſi preſenta; v' hà applicato l' ingegno, e ſe l' è addottata prontamente, per farla giocare al ſuo eſtremo biſogno; luſingandoſi, ch' ogn' uno gli accorderebbe ſenz' altro, Che, il dovere coſtruire un' equazion *differenziale*; non ſolamente è più difficile del coſtruirne un' *Algebraica*, quale è la ſua; ma non è più facile della ſoluzione generale ſopradetta, e così verificherebbe il ſuo detto; ma ſiccome è vero, che l' equazioni *Algebraiche*, più facilmente ſi coſtruiſcono; onde rendono le ſoluzioni più facili, quando vi ſi giunga immediatamente, nè vi ſia biſogno di tutte quelle grandi *Girandole*, ch' egli hà adoperato, e che ſono nel ſuo caſo neceſſarie: così potrei dimoſtrare falſiſſimo, che (concedendogli ancora la neceſſità delle coſtruzioni, per rinvenire la natura delle curve, il che non è vero) il coſtruir le curve, non ſia più facile dello ſteſſo pro-

ble-

blema : sendosi trovati *Matematici* di non piccol grido, che in altri casi anno pienamente date simili costruzioni, e non per tanto, anno trovato difficile la soluzione di questo problema, proposto loro; ma non si vuol seguire per sì poco, l'esempio del *Professore*, che purche vi truovi il suo conto, *cuiquam non parcit amico*; restando dalle cose dette, abbondantemente provato falso; che l'avere io detto, Che le sezioni coniche, riportate nella forma detta al suo *foco*, non si possono costruire, che per le quadrature, nulla influisca alla verità del suo detto; il quale quando non venisse dimostrato vano, ed insussistente da altre ragioni, si potrebbe apertamente riprovare con una sottile speculazione del *Professore* medesimo; il quale non ricordevole più, di quant' utile gl' era, che le sezioni coniche, riferite al suo *foco*, nella forma detta, non fossero costruibili, che per mezzo delle quadrature; il che secondo lui, rende questa deduzzione egualmente difficile, che la soluzione generale del problema; alla *pag.* 67. *vers.* 22. ci dà (secondo che innocentemente crede) una costruzione *semplicissima* di quella equazione *differenziale* independentemente dalle quadrature; ond' ecco da lui stesso dimostrato falso, Che la deduzzione delle sezioni coniche, la quale dipende dalla costruzione di questa equazion *differenziale*, (se a lui crediamo) non sia più facile della soluzion generale; ottenendosi independentemente dalle quadrature, ò dalla rettificazion delle curve, tanto quanto quella, che si cava da quel suo lungo artificio. Gran avvedimento vi vuole per opprimere la verità; fate quanto sapete, e quanto volete, ella sà in questa maniera deludere le machine infelici, di chi cerca sì ingiustamente oltraggiarla.

Ca-

Capitolo IX.

Col render ragione d'un insegnamento del Sig. Jacopo Bernulli, *che il* Professore, *avea destramente tacciuta; si dimostra falso, che l'Autore abbia commesso un paralogismo. e se ne discuoprono due de' suoi.*

MA eccoci ad un passo, al quale il *Professore* trionfa senza dubbio di me, scontandosi dello scoprimento, e della manifestazione, che hò fatto *alla faccia* 47. *vers.* 17. *seg.* di quel *paralogismo* nella sua soluzione del problema delle forze centrali nel *pieno*; collo svelarne uno, ch' io hò apertamente commesso nella deduzzione delle *sezioni coniche* delle quali parliamo; sentiamolo di sua bocca *alla faccia* 65. *vers.* 3. *seg. Aggiungo, che questo argomento; una tale, ò tale equazione, racchiude le sole sezioni del cono; dunque racchiude queste sole; è un paralogismo schietto*; ed eccone la ragione; *Imperocche il Sig.* Iacopo Bernulli, *con molti esempi mostrò, che una medesima equazion differenziale, può disegnare differenti curve, e di differenti gradi: Veggansi gli Atti di Lipsia* 1697. *pag.* 414. *addunque la conclusione del Censore, che quella sua equazion particolarizzata, includendo le sezioni coniche, non possa dinotare altre curve di gradi differenti dalle sezioni coniche, è un paralogismo*; così maestosamente la discorre *alla faccia cit. vers.* 5. *seg.* Può essere più in *forma* l'argomento, e lavorato con più maestria? Ma vi manca il meglio, tralasciato artificiosamente dal buon *Professore*; perche non appaja così manifestamente la sua falsità, se non a quelli, che anno pronti gli *Atti di Lipsia*; e ne vogliono fare il riscontro; l'uno, e l'altro non così facile, sì per la rarità, e prezzo di quell'opra; come pel poco numero di quelli, che voglians con qualche scomodo interessare, a vedere a fondo il valore di queste dispute. Bisognava dunque, ch' egli v' aggiungesse la ragione del detto, del Sig. *Bernulli*, per far vedere, ch' io allontanandomi dalle regole, ch' egli dà per isfuggir questo *paralogismo*, l' abbia veramente incorso; quando per altro, se io dimostrassi, che hò

pi-

pigliate tutte le cautele necessarie per evitarlo, resterebbe chiaro, che il *Professore* anche in questa occasione, poco, al suo solito ci guadagna. Per render dunque agevole il giudicare di questo fatto a chi si sia; io spiegherò chiaramente, quello, che dice il Sig. *Bernulli al luogo citato*, tant' è la paura, che mi fa questa nuova opposizione del *Professore*. Il detto Signore addunque in quel luogo fa vedere; che si danno certi casi particolari, ne' quali le indeterminate dell' equazione, che si cava, anno una tal disposizione, che se dopo l' integrazione, vi s'aggiunge la *costante*, la curva, che per altro senza quest'aggiunta sarebbe *Algebraica*, si cambia in *Meccanica*: da che necessariamente ne siegue; che nella soluzione d' un problema di questa natura, *paralogizzarebbe*, chi senza accrescerle quella *costante*, concludesse; che la sola curva, la quale indi proviene, è quella, che sodisfà al quesito; essendovene (come abbiam detto) un altra di condizione tutta differente, la quale risulta dall' aggiungervi quella *costante*, che scioglie ancor'ella il problema; quando pel contrario, non solo non *paralogizzarebbe*; ma caminerebbe secondo le regole, che vi si danno, per isfuggire il *paralogismo*, e concludere legittimamente, Chi dopo fatta l' integrazione, ed aggiuntavi la *costante*, dicesse: esser quella, che ne proviene, la sola equazion generale, che scioglie perfettamẽte il problema; imperocche quella contiene tutte, e due le curve, che sodisfanno; mentre facendo quella *costante* uguale a zero, eccovi subito l' equazione della curva *Algebraica*, ch' ancor' essa colla *Meccanica* sodisfà al quisito. Posto ciò, di che sarebbe troppo lungo, ed alieno dal nostro istituto portarne esempli; due cose deve fare il nostro *Professore*, per provare, che *il mio raziocinio sia un paralogismo* schietto: una è, Che non essendo tutte le equazioni di tal condizione, che aggiungendovi la *costante*, si cambi la natura della curva; non facendo per lo più questa aggiunta, che variar' i *parametri*, ed allontanare la curva dal suo asse, d' una certa lunghezza, come ei doverebbe sapere; bisogna che mostri, la mia esser tale, per farla cadere sotto la regola, ed osservazione del Sig. *Bernulli*: la seconda cosa è, che mostri, che

io

io non abbia fatta questa aggiunta; ma contro la riflessione fatta dal detto Signore, io senza aggiungervi quella *costante* la quale solo varia la natura, e condizion della curva abbia concluso, Che l' equazione che m' è venuta in tal caso sia quella, che sola scioglie il quesito: ma nè uno, nè l' altro potrà egli mai fare; perche in primo luogo, la curva non è di tal natura, che la *costante* porti questo cambiamento; ed io (avvegnache per altra ragione) v' hò fatto prima di concludere, tutto ciò, che richiede il Sig. *Bernulli*, per non concluder male; dunque, ne siegue, che la regola del detto Signore, non fa nè pure a proposito, non essendo nel caso pel quale egli l' ha pubblicata, come averebbe conosciuto, e doveva conoscere un pubblico *Professore*, se l' avesse capita, e ben' intesa prima d'oppormela. E poi cosa mai più facile sarà, che convincermi di *paralogismo* se l' ho commesso? mostri, che quella mia equazione particolarizzata, includa altre curve, fuori delle sezioni coniche, ed eccomi subito confuso. Io sì, che per una ragione a questa tutta opposta, proverò, Che ha *paralogizzato* egli, non includendovi tutte le curve, che provengono da quella *Ipotesi* particolare; essendo (come appresso vedremo) il *triangolo*, da numerarsi tra quelle curve, che si determinano, con quella stessa legge di forze; e pure è stato lasciato nella penna dal nostro *Professore*: questo è il solito guadagno, che fa colle sue opposizioni questo buon Uomo. Ma v' è di vantaggio: insomma, chi sa poco, quanto meno parla, meno anche si scopre per quel ch' egl' è, e però è meglio tacere, perche meno si perde. Io m' accorgo, che egli ha commesso un' altro *paralogismo* in quella sua equazione, che ne ha data alla *faccia* 30. a *vers.* 5. per questo caso particolare: questo consiste, non nel fatto, ma nell' intenzione, che s' avea nel fare una certa operazione; la quale, avvegnache non porti seco errore di conseguenza, se però è fatta senza saperne il *perche*, rende la soluzione difettuosa: io ho fatto il medesimo, ma con la mia ragione alla mano, onde cessa l'errore, ch'egli per quanto da questa opposizione m' accorgo ha incorso, perche senza saperne il *perche*, m' ha ciecamente seguito. Non mi spiego di più, perche

che non potendo farlo, senza addurre la cagione del potersi così procedere; ed avendo dall' altra parte a far con uno, che non isdegna subito *protestar che sapeva*; s' appiglierebbe francamente all' ammaestramento, con farlo suo, e farsi credere fuori d' errore. Spieghi egli un po meglio tutti i fini, ch' ha avuti, in trasformare la *generale*, in quella equazion *particolare*; che posto che l' abbia in istato, da non potere più *millantar* ciò che non sa, gli farò toccar con mano, dove ha inciampato, se da per se stesso non se ne accorge.

Capitolo X.

S' insegna al* Professore, *il modo di sodisfare un suo* Scolare *in una difficultà, ch' egli stesso stima insolubile.

QUì la schietezza, e sincerità d' animo, che presuppongo nel *Professore*, mi necessita a farmi reputar forse troppo austero, & indiscreto, in disaminare ogni suo leggierissimo detto, senza trascurarne pur uno. In fatti se io credessi, ch'egli mi facesse l' opposizione, che si legge alla *faccia 66. vers.* 34. con solo animo di caricarmi, senza che per altro a lui facesse difficultà quel suo raziocinio; io di buona voglia, m' asterrei dal difendermi, e dal ribattere un colpo sì leggiero, e vano, per non multiplicar ciarle, ed accrescere senza necessità alcuna questa operetta; ma persuadendomi, che in tutte queste sue opposizioni, egli c'apra sinceramente il cuore, e ci scuopra, tutto ciò, che realmente gli dà impaccio, e gli muove dubbio; non posso secondare questo mio ragionevol talento; senza manifestamente esporre que' principianti, che si fidano della sua condotta, ad un evidente pericolo di restare perpetuamente avvinti in una difficultà, che loro corrompa la vera *Idea* della division delle curve in *Algebraiche*, e *Trascendenti*, ò sia *Meccaniche*. Per vederlo: figuriamoci, che un qualche *Giovincello*, cui abbia il *Professore* per l' addietro a caso, rettamente insegnato, Che di due sorti essendo le curve, altre *Algebraiche*, altre *Meccaniche*, o *Trascendenti*; quelle si di-

stin-

stinguon ordinariamente da queste, per la loro equazione, che non include *di sua natura* le differenze; necessarie a ritrovarsi in quelle delle curve *meccaniche* i quali perciò a differenza di quelle, non sono costruibili, che dependentemente dalle quadrature, ò rettificazioni di figure curvilinee, geometricamente non quadrabili, ò rettificabili: figurianci (dico,) ch' egli s'abbatta nell' equazione delle sezioni coniche, riferite al suo *foco*, data dal Sig. *Varignoni*, e veda ivi stabilito: esser quella l'equazione dell' *Iperbola*, dell' *Elissi*, ò della *Parabola*, presupposta la mutazion, che vi vuole: egli che contro la ricevuta istruzione, vede una tale equazione espressa co' caratteri di *differenze*; nè truova maniera di costruirla dependentemente da quelle, salvo, che per mezzo delle quadrature, (quì m'accorgo, che presuppongo lo *Scolare* più perito del suo *Precettore*, ma in questo caso, ella non è forse *Ipotesi* impossibile,) non potendo negare, che quella equazione puramente *differenziale*, non sia delle curve accennate; giura senza più, sospetti i dettami della sua guida, dalla quale mille volte avea udito, escluse dalla classe delle curve *meccaniche* le sezioni del cono; nè ritrovando altro rimedio per sodisfarsi, a lui s'invia, esponendogli modestamente il fondamento della mal conceputa opinione, coll'argomento che siegue, che è lo stesso, ch' egli porta contro di me al luogo citato, ed eccolo: *Ogni equazione la cui costruzione dipende dalle quadrature di figure curvilinee geometricamente non quadrabili, esprime curve meccaniche:* ma queste *curve le cui ordinate partono da un medesimo punto, sono espresse per equazioni, la cui costruzione dipende dalle quadrature di figure curvilinee, algebraicamente non quadrabili: addunque queste curve, in cui le coordinate concorrono nel medesimo punto, sono meccaniche*, il che mi sembra contro ciò, ch'ella tante volte m' hà detto; cioè, che le sezioni coniche sono curve *algebraiche*. A questo argomento, che risponderà egli il *Professor Maestro?* La *proposizion maggiore*, secondo lui è *fondata sul comune consentimento di tutti i Geometri moderni*; nè egli la stima capace di limitazione alcuna; altrimenti non l' opporreb-

rebbe con tanta risolutezza all'Apologista, cui presupponiamo ch'egli opponga cose, nelle quali sinceramente incontri difficultà: dunque bisognerà concederla, e passarla per irrepugnabile ancora al *Giovincello*, che argomenta. Alla *minore*, che è dell'Apologista, dirà egli che è falsa? e cercherà dare ad intendere allo *Scolare*, che questa equazione *differenziale*, è costruibile, senza le quadrature delle figure curvilinee, algebraicamente non quadrabili? questo in effetto è l'errore nel quale egli si truova; ma già lo *Scolare*, è in istato di fargli conoscere quanto gravemente s'inganni, e convincerlo, colle cose, che diremo anche noi, nell'*esame* del *paragrafo* seguente, facendogli vedere, Che insegnargli ciò, sarebbe un tradirlo, non un istruirlo, insegnandogli cosa, che nè è, nè sarà mai possibile: dunque concessa la *maggiore*, suo mal grado a titolo almeno di carità, sarà costretto a fare lo stesso ancora della *minore*, ed indi necessariamente anche della *conseguenza*; ed eccovi il *Professore*, e lo *scolare*, ugualmente imbrogliati, ed inviluppati, senza saper ciò che si peschino, e l'uno più bisognoso dell'altro d'un *Terzo*, che loro insegni: non essere assolutamente vera, la *proposizione maggiore*, che si spaccia così francamente dal *Professore* per *fondata sul consentimento comune de' Geometri Moderni*; ma solamente in quei casi, ne' quali le curve espresse coll' equazion *differenziale*, in qualunque altra posizion si considerino, riferendole a qualsivoglia altr' asse, ò punto; mai non sono capaci d'equazione *Algebraica*; ma sempre ne richiedono di sua natura una *differenziale*: così per cagion d'esempio; la *Cicloide* per comune consentimento di tutti i *Moderni Geometri*, è una curva *trascendente*, e non *algebraica*; non perche semplicemente una sua equazione sia *differenziale*, non *integrabile*, e costruibile solamente per le quadrature; ma perche, a qualunque asse, che voi la riportiate, mai non si può in altra maniera esprimere, che co' *differenziali*; il che non si verifica nelle *sezioni coniche*, le quali, avvegnache riferite al suo *foco*, ed espresse coll' equazion predetta, non si posSano costruire, che per le quadrature; se si riportano nondimeno al suo asse, secondo la nota maniera, pigliando le

sue

sue *abscisse*, e le *ordinate*; averanno la loro equazione *algebraica*, *algebraichissima*; il che significa, Che di loro intrinseca condizione sono tali; e solo per accidente, e considerate in una particolar posizione, soggiacciono alla legge delle curve *meccaniche*; senza parteciparne la loro natura. Quindi alla *fac*. 38. *verf*. 21., si scrisse: *Che un' equazione meccanica può adequatamente comprendere sotto di se, non meno le curve algebraiche che le meccaniche; ma non gia mai pel contrario amendue questi generi di curve, possono esser contenuti da un' espressione algebraica*: la qual dottrina non dovrebbe esser giunta nuova, e fare difficultà ad un *Professore* di queste materie; il quale avendo per insolubili simiglianti argomenti, moverà non (come egli in altro proposito disse) le *risa*; ma la compassione, ed il pianto, ai *conoscitori*.

Capitolo X I.

Il Professore *non capendo il quesito, ha data una costruzione in vece d' un' altra, che se ne cercava. Se gli fa conoscer l' errore, e se gl' insegna come devasi procedere per sodisfare alla questione:*

PAssando al *Paragrafo* seguente della *fac*. 67. *verf*. 22. *seg*. per dimostrare quel che dicevamo; essere un tradire, non un istruire il *Giovincello*, lo spacciargli per costruibile, independentemente dalle quadrature quell' equazione delle sezioni coniche, riferite al *foco*, la quale si deduce dal nostro problema generale; osservo prima una cosa, ed è; che egli nell' ingresso a *verf*. 14. dichiarasi, che per vedere quella mia equazione del detto caso particolare, cioè $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}.^{1:2}$ ridotta ad una equazion *algebraica*, io doveva leggere quella regola, ch' egli hà dato alla *faccia* 29. ed applicata al problema in questione alla *faccia seg*. Ma che bisogno aveva io mai, d' andare a mendicar da suoi scritti, il metodo di pervenire all' equazione *algebraica* predetta; s' io prima di lui l' aveva già cavata, e poi data

ta

Digitized by Google

ta, alla *fac.502.verf.14.* del *Tom. III.*, la quale come abbiam veduto di fopra; pofte le abfciffe p, pigliate dal punto A, che è il *foco*, e le ordinate ad angoli retti a quefte q, è la feguente $ccpp - bbqq - bbpp + 1 = 2cp$. Onde a che propofito volermi far paffar per bifognofo delle fue fpeculazioni, e voler pur moftrare d'aver fatto cofa, che non abbia faputo far'io? Se fi trattaffe di cofe, che non foffero pubbliche, crediamo Noi che il noftro *Profeſsore* fapeffe far valer fua perizia, anche a fpefe degli altri? Ma offerviamo ciò, ch'abbiamo promeffo, e veggiamo s'egli fa altrettanto *cavandomi affatto d'inganno con addurre una coftrazione fempliciffima di quefta mia equazion differenziale, independentemente dalle quadrature, che era*, (ed io v'aggiungo, ch'ancor'è) *una cofa fin'ora da me ftimata*, (e che anche ftimo) *impoffibile*. Egli con poco fi sbriga, dall'efeguire, ciò che in fatti farebbe cofa confiderabile, fe fi efeguiffe; fa addunque così alla *fac. cit. verf.* 22. Piglia la linea retta indeffinita VL (*fig.* 2.) è fegnandovi qualfivoglia punto C per centro delle forze; vi prende in fu, ed in giu dal punto C, due porzioni eguali $CL = Cl = \overline{bb + n.}\,1:2.$, che fa eguale a c; quindi per gli punti L, & l, tira le parallelle fra loro PP, pp, perpendicolari alla Vl; indi comanda, che nell'angolo retto CLP, s'addatti una linea retta $CK = ccx:\overline{bx - 1.}$, di cui un'eftremo fia fempre nel centro C, e l'altro K, nella retta PP, ed in quefta fa pigliare $Cl = x$: ed eccovi con minor fatica, che non fa la terra a produr'un fongo, trovato il punto I nella parte fuperiore della circonferenza della noftra curva, il che fa proporzionalmente ancora per la parte inferiore. E quì gloriofamente c'interroga all'*ultimo verfo*: *Di grazia ditemi un poco, qual quadratura, ovvero qual rettificazion di curva, fupponga quefta coftruzione fempliciffima*. In fatti la fua *femplicità* non può effer maggiore, ma non fo, fe farà altrettanto, quella di quegl'*Intelligenti*, al cui giudizio fi rimette in quefte fue *riflesfioni* alla *fac.55.v.32.* Quefti, meco ricercavano dal *Profeffore*, una coftruzione, non della curva, ma di quefta equazion *differenziale* della curva $dy = dx:\overline{nxx - 1 + 2bx.}\,1:2.$

nella quale, posta nella (*fig.* 1.) CK, le *ordinate* dal centro C, = x, li loro *elementi* HL = dx, siano gl' *archetti* KN come elementi delle *abscisse* = dy; ma dove nella sua *semplicissima* costruzione, ha egli mai riguardo, nè alle dx, nè alle dy, od ad altre da loro dependenti, che costituiscono la nostra equazione? Non si tratta, di dare una costruzione, dalla quale si possa dedurre la nostra equazione; che ciò si poteva ugualmente fare, servendosi della costruzione comune delle sezione coniche riferite al suo diametro, come ogni più semplice soggetto, senza l'ajuto d'un *Professore* poteva subito conoscere; si vuole, che si costruisca questa equazione, e si determini un punto della curva, dependentemente dagli *archetti* KN = dy, e da *differenziali* KG = dx; imperocche costruire un' equazione, altro non vuol dire che; poste quelle tali, od altre da loro dependenti, per *absciffe*, ed *ordinate*, ritrovare un punto della curva, dependentemente da loro; e questo è il nostro quesito, esposto chiarissimamente alla *fac.* 40. *verf.* 31. *seg.* con queste schiette, e limpide parole. *Ora considerando la curva in questa circostanza, cioè dal venire le sue ordinate tutte da un punto, e dal pigliarsi per elementi loro corrispondenti, quegli* ARCHETTI *di* CERCHIO, *descritto dallo stesso centro, e compresi da due ordinate infinitamente vicine, che sole con loro, e con suoi differenziali, ed altre costanti, costituiscono l' equazion della stessa curva: necessariamente, ne siegue, che essendo quegli* ARCHETTI, *tante porzioni di cerchi di diverse grandezze, e di varj raggi; non possono colla lor somma costituire una quantità continua; onde l' equazione non sarà mai sommabile, ò costruibile; anzi per poter costruirla, sarà necessario, ridurla ad un' arco continuo di cerchio, come in fatti ha eseguito quel dottissimo Autore* cioè, il Sig. *Neutoni*. Dalle quali parole, che, nè sono *Ebraiche*, ne *Arabiche*, se non m' inganno, senza alcuna di quelle *interpetrazioni*, ch' abbisogna sempre per le sue il nostro *Professore*; si vede, quanto è diverso il quesito, dà ciò, ch'egli ha eseguito, pensando d' immortalarsi, con questa nuova speculazione, resagli facile; dal non aver capito ciò, che si cercava. Ma via non si perda d' animo, rimetta un' altra volta le mani all' opra, che forse

gli

gli riuſcirà di diſtinguerſi, nella coſtruzione *algebraica* di queſta *equazion differenziale*; perche ſe ben' ora non v'è riuſcito del tutto, almeno per un *buon terzo* ha eſeguito quello, che ſi cercava; imperocche di tre condizioni, che ſi richiedevano, nell' coſtruire la curva, cioè: che le ſue *abſciſſe* veniſſero da un punto: che li loro *differenziali* dx, congli *archetti* dy, entraſſero nell' opra; ha egregiamente eſeguito la prima; onde è da ſperare, che replicando gli sforzi, arriverà ancora a compiutamente ſodisfare a tutte le condizioni. Hò detto *egregiamente*, a riguardo della prima condizione; perche, chi ſi voleſſe arreſtare, ad eſaminare tutte le minuzie, troverebbe, più che qualcoſa a ridire, ſu quella ſteſſa coſtruzione; ma perche, ò buona, ò cattiva, ch' ella ſiaſi, non ſerve al ſuo intento, ſi traſcura, per non perdere inutilmente più tempo. Intanto per chiarirlo di queſta diverſità di coſtruzioni, e far vedere a quel *Giovincello*, che poco fà ſeco, sì ſtrettamente argomentava; come queſta equazione ſi può ſolamente coſtruire per mezzo delle quadrature, e rettificazion delle curve; ſarebbe ſofficiente, inviar l'uno, e l' altro alla coſtruzione del Sig. *Neutoni*; ma perche ſi vede che ella rieſce al *Profeſſore*, un' oſſo troppo duro da roſicare; diamogliene una diverſa, della noſtra particolar' equazion ſolamente, per confondergli meno, che ſia poſſibile le ſpecie; potendoſi facilmente da chi 'l vorrà fare, applicare alla generale: dato dunque la CE (*fig.* 3.) $= \overline{2b + cn} : 2n$ (pongo $c = \overline{bb + n}.\ 1:2$ ancor'io) ſi cambi la noſtra equazione in queſta $dz = \overline{2b + cn}\, dx : 2nx, \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$ il che sì fa ponendo $dy = 2nx\,dz : \overline{2b + cn}$; quindi pigliata ſopra CE, CO $= x$, e chiamata DP $= m$, a lei perpendicolare, deſcrivaſi la curva MPN, di cui ſia l' equazione $m = \overline{2b + cn} : 2nx, \overline{nxx - 1 + 2bx}.\ 1:2.$ quindi prodotta CE ad e, ſicche ſia Ee $= 1$, facciaſi il *rettangolo*, e Q, uguale all'area POEN; e fatto centro in C, intervallo CE, deſcrivaſi la circonferenza EKR, ſopra di cui ſi pigli l' arco EF, (che ſi nomi-

ni ʒ) uguale alla retta EQ, e dal punto F, ſi tiri al centro C, la retta FgC, e fatto centro C, intervallo CO, deſcrivaſi l' altr' arco OHg, che taglierà la detta linea retta in g, che sarà un punto nella curva queſita: ed eccovi deſcritta la curva, cui compete l'equazione ſopradetta, dependentemente dall' eſſer gli archi Hg $= dy$, & HG $= dx$, il che potrà fare con tutto ſuo agio il noſtro *Profeſſore*, ſenza le quadrature, e rettificazioni, ſe vuol cavarmi dell' errore nel quale ancor ſono, ch' ella ſia per altra ſtrada impoſſibile; ſenza ſtare ad ingannare la povera gente ſemplice, con altre coſtruzioni, che non ſono la quiſita; dopo egli ſteſſo aver confeſſato, due paſſi addietro, alla *fac.* 65. *verſ.* 32. *Che l' equazione della cui coſtruzione ricercaſi, non è integrabile*, che val a dire coſtruibile, ſenza *le quadrature, ò rettificazioni d'altre curve*; tutto il contrario di ciò, che penſa, e vantaſi aver eſeguito alla *fac.* 67. *verſ.* 16. Proprietà inſeparabile da chi ò non intende la materia della quale ſcrive: o ne ſcrive ſolo per ingannar chi non intende: dite voi quel ch' è peggio.

Capitolo XII.

S' inſegna al Profeſſore, *come il triangolo ſi deſcriva da forze centrali infinitamente piccole: ſe gli levano due difficultadelle, che gl' anno impedito capirlo, dimoſtrandogli tra l' altre coſe, falſo un principio, che contro i primi elementi del calcolo, che profeſſa hà aſſunto, cioè, Che in queſto binomio* a $+$ x, *nel quale* a *è coſtante, ed* x *variabile; poſta queſta infinitamente piccola, ancora la coſtante* a *diventa tale, e tutto il binomio ſi cambia in una quantità infinitamente piccola.*

INcorona il *Profeſſore* tutte le paſſate *riflesſioni*, terminando queſta ſeconda parte, *col cavarmi d' un altro errore, non meno capitale del precedente, che conſiſte*, (com' egli ſcrive alla *faccia* 68. *verſ.* 11. *ſeg.*) *nell' imaginarmi, Ch' anche il triangolo poſſa eſſere del numero delle figure, nelle quali le*

le forze centrali sono in reciproca duplicata proporzione delle distanze: dal che, egli c'assicura, che *si vedrà*, Che io *nè meno abbia compreso la natura del problema delle forze centrali; sia il diretto; sia l'inverso come di sopra avea promesso di mostrare*. Per farlo con più sicurezza, egli ci dà una chiara spiegazione, di ciò che si cerca all'inverso problema delle forze centrali; ch'io tralascierò, potendosi ugualmente vedere sul principio della mia *dissertazione* nel *Tomo* III. *pag.* 496. *vers.* 18. ov'è scritto così: *Posto ciò, è chiaro, che la porzione* EF. (fig. 4.) *della linea HFE, è lo spazio, che scorre il mobile in vigor della forza centrale, che spingendolo verso A, lo trattiene su la curva* CF; *quando per altro lasciato a se stesso, anderebbe per la tangente* CDE: nelle quali parole voi ritrovate, e *moto misto con quello di projezione, e quello de' gravi, nella supposizione, che la gravità non ispinga i corpi verso un centro infinitamente lontano, nè sia* costante; e tutto ciò, che non v' hà trovato, e capito al suo solito il *Professore*; e che è bastevole a far vedere; ch'egli sempre simile a se stesso, principia a *cavarmi d' errore* in questo *paragrafo*, colla stessa fortuna, e facilità, che l'ha fatto ne' precedenti. Ciò presupposto, prima di far vedere quali, e quanti errori commetta ne' principj di questo calcolo, nel farmi la carità di *cavarmi d' errore*; siami permesso fargli certe brievi interrogazioni, che mirabilmente contribuiranno, ad ottenere il nostro fine, d' istruirlo, e cavarlo dall' oscurità, nella quale si ritruova, intorno a questa, per altro sì facile, ed amena speculazione. Io in primo luogo gl' addimando: s'egli pensa, che in questa equazione, che è quella di cui si tratta $dy = dx : \overline{nxx - 1 + 2bx}\ 1:2$. *le costanti*, che vi sono, possino assumersi arbitrariamente; ora d'una grandezza; ora d'un' altra? non penso che sia per negarlo; consistendo in questo il vantaggio, che l' *Algebra speciosa* riporta sopra l'*ordinaria*, e *numerica*, coll' uso delle lettere, in luogo de' numeri; cioè, nel non essere astretta a quantità alcuna, e numero determinato, mà potersi per quelle intendere, e pigliare a capriccio, qualunque grandezza, che più

a noi piaccia: dunque si potranno anche pigliare di tal grandezza, ch' una sia rispetto dell'altra; ò *infinita*; ò *infinitamente piccola*; e presupponendo questo caso, ed applicandolo alla *b*; il termine $2bx$, diventerà infinitamente piccolo, e per conseguente secondo la comunal dottrina de' *moderni Geometri*, rispetto dell'altre quantità, sarà come *nulla*, ò sia *zero*; quindi potrà cancellarsi, e l'equazione, resterà $dy = \overline{dx:nxx - 1,1:2.}$, che come egli mostra d'avere a sofficienza capito, è l'equazione al *triangolo*, riferito al suo vertice, da cui partono le ordinate $= x$: tal che dunque, egl'è vero, che posta *b infinitamente piccola*, l'equazione proposta generale per le sezioni coniche, ci dà il *triangolo*. Cerco in secondo luogo (ad un Maestro di scuola, abbisogna egli tanta flemma, e pazienza, per cavar le cose di bocca a suoi scolari?) se egli crede, che possansi dare delle quantità *infinitamente piccole*, che abbino fra loro qualsivoglia proporzione, che passi, fra quantità *assignabili, ed ordinarie*. Io mi presuppongo, che mi risponderà del sì; imperciocchè, egli tutto il giorno lo dovrebbe insegnare; anzi in queste stesse *riflessioni*, alla *faccia 61. vers. 17. seg.* lo prattica, dove ci dà quella sua soluzione del problema in questione, senza i secondi *differenziali*; mostrando che passa la stessa proporzione tra lati di triangoli *infinitamente piccoli*, ed altri *assignabili*, ò sian *ordinarj*: dunque potransi anche imaginare delle forze centrali *infinitamente piccole*, che abbino tra loro la stessa proporzione, che anno quelle, che fanno descrivere ad un projetto, l' *Elissi*, l' *Iperbola*, la *Parabola*, ed il *Cerchio*. Dicami in terzo luogo: se la forza (che tirando il corpo verso il centro A (*fig.* 4.,) lo fa scorrere la porzione EF, essendo *assignabile*, ed *ordinaria*) fosse *infinitamente piccola*, che spazio lo farebbe ella scorre per la stessa EF? certamente, egli non negherà, che gli farebbe scorrere uno spazio Ee, che rispetto del detto EF, sarebbe infinitamente piccolo; così che, l'angolo compreso dalle rette CE, Ce, cioè ECe, rispetto all' ECF, che cagiona, e determina la curvatura, sarebbe *infinitamente piccolo*, cioè *nullo*, e per con-

Digitized by Google

conseguente non vi sarebbe curvatura, ed il mobile seguitarebbe a moversi per la toccante GDE; che in questo caso si confonde colla Ce. Presupposte queste cose, ch'egli dovrebbe tutte insegnare a' suoi scolari, non essendo, che puri principj del calcolo *differenziale*, che professa; mostriamogli, come debba regolarsi ne' suoi raziocinj per chiaramente concepire, Che nella data *Ipotesi*, si deggia descrivere necessariamente un *triangolo*. Sia dunque il centro delle forze, C (*fig.* 5.) le quali secondo l'*Ipotesi*, che si richiede per descrivere le sezioni del cono, siano in reciproca dupplicata proporzione delle distanze $CI = x$, cioè siano come $b : xx$., con questo però, che siano *infinitamente piccole*, che nulla pregiudica a questa, od a qualsivoglia altra proporzione, come abbiam veduto nel secondo *postulato*; e s' ottiene col fare b *infinitamente piccola*. Ora dal punto V, sia scagliato per la direzzione VIKT un mobile, con una certa velocità, nel che io non penso, che il *Professore* possa imaginarsi alcuna implicanza: giunto in I per cagion d'esempio; s'egli non verrà sforzato a cambiar direzzione, seguirà per la IK, che nella (*fig.* 5.) corrisponde alla toccante CE della (*fig.* 4.) Qui s' intenda, che le *forze centrali*, che anno la loro direzzione al punto C, per la CI, comincino ad operare: che seguirà? essendo *infinitamente piccole* abbiam veduto al terzo *postulato*, Che non saranno bastevoli a sviarlo dalla direzzione, che ha per la IK, che corrisponde alla CE: dunque egli in quest' *Ipotesi* di forze, seguirà la sua direzzione, secondo la quale avea ricevuto l' impulso nel punto V, cioè per la linea VIKT.; ma ciò seguirà anche in tutti gli altri punti per la stessa ragione: dunque il mobile scagliato da V con una certa velocità, e tirato continvamente al centro C, da forze, che sendo *infinitamente piccole*, siano in ragion dupplicata reciproca delle distanze del mobile dal detto centro, anderà per la linea retta VIKT; che sendo riportata al centro C, con l' *ordinate* CI, è un perfettissimo *triangolo*, il quale posta la $CV = 1 : n . 1 : 2$. la $CI, = x$, e $IN = dy$, averà l'equazione, veduta di sopra; $dy = dx : \overline{nxx - 1}.\ 1 : 2$. nella

 qua-

quale si cambia quella delle *sezioni coniche*, facendo *b infinitamente piccola*, come abbiamo osservato nel primo *postulato*: dunque anche il *triangolo*, può essere del numero delle figure, nelle quali le forze centrali sono in reciproca dupplicata proporzione delle distanze; Che è ciò, che non sapeva capire il *Professore*, e che ha spacciato per un mio *errore capitale*, quando in fatti non era, che un puro effetto della sua poca perizia, in contemplare queste facili speculazioni, ed in riuscire in queste amene ricerche.

Ora ch'abbiamo veduto l' elegante, e scambievole corrispondenza, del cambiarsi in quella del *triangolo*, l'equazion generale delle sezioni coniche, posta *b* infinitamente piccola; e del prodursi questa stessa linea; se il mobile scagliato con una data velocità dal punto V, sia tirato al centro C, da forze, che abbino la stessa proporzione fra loro, che anno quelle, che gli fanno descrivere le altre sezioni coniche; purche siano *infinitamente piccole*; il che s' ottiene parimenti con presupporre *b* tale: veggiamo quali siano stati i motivi, che anno indotto il *Professore* a credermi caduto *capitalmente in errore*, in una speculazione del pari facile, e dilettevole. Egli in primo luogo, presupposta la sottilissima dottrina del *nostro gran Galileo*, intorno alla linea perpendicolare, ch'egli nomina, *sublimità*, che determina la velocità, la quale ricercasi al mobile, sul principio del moto, per descrivere la linea di projezzione, alla *faccia 69. vers. 1. seg.* scrive queste parole: *così eziandio nel problema nostro, conviene, che la velocità di projezzione, sia sempre uguale a quella, che acquisterebbe il grave in V, cascando per lo spazio A V* (fig. 1.) *con un moto accelerato, risultante dall'* Ipotesi, *che le gravità siano come le ordinate della curva* BRF, *di modo che, la velocità in V, stia come il lato quadrato dello spazio curvilineo* AVRB, Quindi da questa falsa dottrina, la quale presuppone, che quella velocità debba essere necessariamente quella, che si produrebbe nell' *Ipotesi* della quale parliamo, gli è facile concludere, Che essendo la forza nel *triangolo* infinitamente piccola, sul principio; non potrà mai darsi il caso, che produca nel grave cadente quella velocità, che si ri-

ſi ricerca, per farlo uſcire da V, e continvare il moto per la direzzione VIKT (*fig.* 5.,) onde in queſto caſo, non ſi potrà deſcrivere queſta linea. Per iſcoprire queſto ſuo primo sbaglio, ed iſpiegare come vada inteſo tutto queſto elegante negozio; ritroviamo quale debba eſſere la velocità del mobile in qualſivoglia punto di queſte curve, per poi determinarla non ſolo al punto V, conſiderato generalmente in qualſivoglia conica ſezione; ma anche ſpezialmente nel *triangolo*, cioè nel caſo, nel quale le forze ſono *infinitamente piccole*: queſta eſſendo; come lo ſpazio, che ſcorre, diviſo pel tempo, nel quale lo ſcorre, ſarà ſempre, $\overline{n - 2\int fdx}.1:2.$, il che ci fà ſubito chiaramente vedere, Che in qualunque ſia punto della curva, che deſcrive il mobile, cioè in I, ha ſẽpre la velocità uguale alla quantità predetta; ò pure per parlar più propriamẽte, che ſta come quella quantità; e perche nel punto V, nel caſo delle ſezioni coniche, x ſi cambia in $\overline{2b + cn}: 2n;$ la predetta quantità, che denota la velocità, ſi mutarà in queſta $n.\ 1:2.$ Ma queſta, che velocità è mai ella? Ella, certamente, altra non è, che quella, che averebbe un grave, che ſpinto da qual ſi ſia forza *coſtante*, cadeſſe per uno ſpazio uguale ad n, la quale puote eſſere ugualmente quella, che lo ſpinge al centro C, ò qualunque altra, pur che ſia *coſtante*, ſenza neceſſariamente appigliarſi a quella: intanto che ſarà vero ſolamente, Che nelle altre ſezioni coniche, il mobile nel punto V, deve avere quella velocità, ch' averebbe, ſe cadeſſe dallo ſpazio predetto, ſpinto con quella ſua forza, che lo porta in quel punto medeſimo al centro C, ò da altra *coſtante*; ma nel *triangolo* nel quale queſta forza eſſendo *infinitamente piccola*, non può produrre quella velocità; ſi richiederà quella, che potrebbe eſſer prodotta da qualunque altra forza *coſtante*, che lo faceſſe cadere per lo ſpazio n, di ſopra indicato; che in effetto poi ſarà quella, che gli imprime la forza, che lo ſcaglia orizzontalmente. Il che è tanto vero, che ſe nel *canone* generale della velocità, che e $u = \overline{n - 2\int fdx}.1:2.$ faremo

ſin-

f, *infinitamente piccola* , troveremo la velocità, in qualunque luogo del *triangolo* uguale a *n*. 1:2. cioè ad una *costante*; talmēte che, averà sempre la stessa velocità per la linea VSRT; come abbiamo veduto dovere accadere, nella spiegazione data di sopra; tanto si corrispondono egregiamente queste verità, che il *Professore* chiama un' *error capitale*, per non aver mai potuto mettersi in capo, il modo col quale si spiegano, e come vanno intese.

Passiamo ora a vedere il secondo motivo; e dimostrisi, s' egli poteva dir cosa: la più contraria: la più opposta: la più repugnante ai principj del calcolo *differenziale*; e se si poteva palesare al Pubblico, per immerso in un' errore più masciccio, e puerile, di quello che commette, nel voler cavarmi dal preteso *error capitale*. Sentiamolo parlar di sua bocca, per meglio poterlo convincere. Alla *fac*. 69. *vers*. 27. *seg*. così scrive; *Se f, ovvero b, sono infinitamente piccole, nell' equazione alle sezioni coniche, sparirà il* 2bx, *e resterà l' equazione alla linea retta* $dy = dx : \overline{nxx - 1}.\ 1:2.$ *posta* n *finita*; *nel qual caso le predette aree, non sarebbono affatto zero; ma infinitamente piccole, e così pare che un mobile projetto con un moto infinitamente piccolo, possa descrivere una linea retta* (non può mai parer ciò, se non a chi intende le cose a roverscio; perche un moto infinitamente piccolo in questo linguaggio equivale alla quiete, nè fa scorrere spazio alcuno, nè retto, nè curvo): *ma ciò dato non conceduto* (così siegue, a *vers. ultim. &c.*) *l'* Apologista *non asseguirebbe nè anche il suo intento, perche in questo caso le aree* ADFB, AdfB, AEGB, (*fig*. 1.) *essendo disuguali, così ancora le velocità in* I, K, *sarebbono diverse, e per conseguenza il moto su la linea retta* VIK, *posta la linea* VI *esser retta, per non multiplicar le figure, sarebbe accelerato, ò ritardato, e non uniforme, ed equabile, come vorrebbe l'*Apologista. Povero, ed infelice *Apologista*, condannato a perdere il suo tempo, perla così preziosa, in rispondere a sì fatte difficultadi! Onde mai può avere appreso questo pubblico *Professore* del *calcolo differenziale*, Che avendo io, una quantità composta d' un *binomio*, di cui un membro sia

co-

costante, e l' altro sia *variabile;* per cagion d' esempio questa $a + x$; se si presuppone diventare *infinitamente piccola* la x. si cambi anche in tale la *a costante?* questo in fatti è quel principio, sul quale ha fondato questo suo secondo motivo, col quale pretende cavarmi da un' *error capitale;* e che gl' ha fatto mettere in dubbio una verità sì chiara, e sì palpabile, come abbiamo dimostrato di sopra: del potersi intendere descritto un *triangolo*, da un mobile scagliato orizzontalmente con una data velocità, e tirato ad un centro, da forze, che abbino fra loro la stessa proporzione, che anno quelle, che si richiedono per descrivere le sezioni coniche; pur che siano *infinitamente piccole*. V' è mai stato nessun principiante, si mal' informato di queste materie, che si sia lasciato scappare una cosa simigliante a questa, colla quale un *Professore*, si dichiara di voler *cavare* altrui, da un *error capitale?* Ma veggiamo, se è vero quanto hò detto; La radice quadrata dell' area ADFB (*fig.* 1.), che indica la velocità, che il mobile ha in tutti i punti della curva VIK; consta (come abbiamo mille volte veduto) di due porzioni; cioè di AVRB, *costante*, & legittimamente espressa per la lettera n, ò qualunque altra indicante una quantità data, siccome è data la *Velocità in* V, *che sta come il lato quadrato dello spazio* predetto *curvilineo* AVRB, e che in ogni curva generalmente nel vertice, è uguale alla n. 1:2. come è facile vedersi, dall' equazion generale: l' altra parte è, VDFR, la quale è $\int 2fdx$; quindi abbiamo $u = \overline{n - 2\int fdx}$. 1:2. ò secondo lui stesso, alla

fac. 34. *verf.* 20. $u = \overline{ab - 2\int fdx}$. 1:2. = ADFB, = AVRB + VDFR. Ora come abbiam veduto, egli dice, che posta f, *infinitamente piccola*, le aree ADFB, AdfB, AEGB, diventano *infinitamente piccole*: dunque in quel *binomio*, ch' abbiamo sotto al *segno radicale*, composto della *costante* n, ò sia ab, e dell' altre parti indeterminate, il quale è uguale all' aree predette; presupposto *infinitamente piccolo* il membro indeterminato, il che succede posto, f, ò sia nel nostro caso

spe-

speziale *b* tale; si cambia anche la *u*, ò sia *ab*, in una quantità *elementare*; che è quel principio erroneo, che assume in questo secondo motivo cioè; *Che se in questo binomio* a + x *si presuppone* x, *che è variabile*, infinitamente piccola, *tale ancora diventa la lettera costante* a, *del che giudichi chi sa, se si può dir cosa, la più opposta a principj del calcolo differenziale*. Ma Dio Buono! ci voleva mai tanto a capire, Che nella presuppozione, che *f*, o *b*, diventi *infinitamente piccola*; cioè che le ordinate DF si cambiano in *elementari* quantità, la sola area VDFR, diventa tale; non essendovi di là dalla VR più *ordinate*, che dinotino forze in quel pezzo di area AVRB; e che per conseguente, ella resta nello stato di prima; cioè d'una quantità *costante*, & *ordinaria*, il lato quadrato della quale anche secondo il suo detto alla *fac. 69. vers. 6.* sta come la velocità in V? In somma un error ne fa cento: questo è un pernicioso effetto di quel suo sbaglio, pigliato nella spiegazione che diede, quattr'anni sono della *proposizione* 41. del Sig. *Neutoni*, e che pretendeva dover servir di *saggio*, per farci vedere, che egli l'avea perfettamente capita; egli allora pensò, che generalmente la velocità andasse spiegata colla quantità $\overline{2\int fdx}$. 1 : 2. nella quale posta *f* infinitamente piccola, tutta la quantità diventa tale; ed eccò, che ripetendo lo stesso errore, ne fa uno più grande, nel pretendere di *cavarmi d'errore*; senza poter approfittare della correzzione fatta alla *faccia* 34. *vers.* 20. nella quale egregiamente fece $u = \overline{ab - 2\int fdx}$. 1 : 2. perche nol fece, che a simiglianza della mia, senza poi saperne il *perche*. Se insegna queste belle dottrine a'suoi Scolari, ogn'un ben vede a che termine sono i nostri affari. Per proseguire a dilucidargli questo dubbiolo. Poste le cose dette di sopra, che ne siegue? ne siegue, che per disuguali, che siano, queste aree *infinitamente piccole* (nel caso di *f*, & *b* tale) VDFR, VdfR, VEGR; perche rispetto della AVRB, sono un *nulla*, e si possono pigliare per *zero*; aggiunte a lei, *niente variano la sua grandezza*; onde quella

ve-

velocità, che era data, ed espressa per la *n*. 1:2. o sia *a b*. 1:2. che è la radice quadrata dell'area AVRB, niun cambiamento può mai ricevere, dal concepirle aggiunte quelle aree *infinitamente piccole*; e così in questa *Ipotesi*, sarà sempre la stessa, per tutta la base del *triangolo*, come appunto seguendo il raziocinio *fisico* abbiamo fatto veder di sopra; Tutti questi sono pure primi elementi del calcolo *differenziale*: e chi pecca in questi si vuol poi far guida per *cavar* altrui *d' errore*? E quì vorrei, ch' egli mi dimostrasse un poco, quale è mai quel metodo, col quale hà trovato, che *n* in luogo d' essere una *costante finita*, e *positiva*, sia *infinitamente piccola*, e *negativa*, tal che sia $n = -2b$, come aggiunse *alla fac*. 70. *vers*. 13. per timore di non avermi conceduto troppo nelle cose antecedenti. Che connessione anno mai fra di loro queste due lettere *n*, & *b*, asunta ogn' una ad arbitrio, e senza alcuna dependenza fra loro? E queste sono quelle speculazioni, ch' ogn' uno potrà vedere, se io giuridicamente avea nominate *minuzie*: e se contengono dottrine vere, dal non capir le quali, si possa cavare *cattivo concetto della franchezza*, *e superiorità*, che si richiede in un *Professore*, che deve essere altrui guida nelle più ardue ricerche. Se un *Giovinetto* suo *Scolare* avesse incontrato queste puerili difficultà, in una verità, che si palesa così costantemente, non solo al lume della pura *analisi*, col cambiarsi sì puntualmente la nostra equazione in quella del *triangolo*, presupponendo le forze, in quella stessa ragione, *infinitamente piccole*; ma ancora col raziocinio *meccanico*, che convince, prodursi il *triangolo* in quella *Ipotesi*; non sarebbe egli tenuto a disingannarlo? Ma come mai può sperarsi, ch' egli sia per eseguire il suo uficio, s' egli stesso pecca sì gravemente nell' intendere i principj, da' quali si deducano chiaramente queste facili speculazioni? E qual mai è quella dottrina a' dì nostri più trita, e comune, del trasformarsi questa general equazione delle sezioni coniche $dy = dx : \overline{nxx. - 1 + 2bx.}\ 1:2.$ in quella della *Parabola*; se si presuppone *n* infinitamente piccola? sarebbe un esporsi a farsi *burlare*

lare a sua posta, a voler *negare questa notizia, che tutti anno* a qual si sia più misero principiante; non che ad un pubblico *Professore*: ma come mai, una cosa sì vera, ed incontrastabile, potrà accordarsi, con quella reciproca dependenza, ch'egli alla *faccia cit. seg.*, dice d'avere scoperta tra quelle due costanti *n* & *b*, la quale fa, che posta una di loro *infinitamente piccola*, tale irreparabilmente diventi ancor l' altra? Quando ciò sia, e questa sua finezza di calcolo, lo porti veramente ad una scoperta sì nuova; eccovi impossibilitata la trasmutazione dell'altre sezioni coniche, nella *Parabola*; perche posta *n* infinitamente piccola, svanendo col termine *nxx*, anche il *2bx*, che rispetto dell' 1, rimane come *zero*, a cagione del diventare la *b*, ancor ella una quantità, che chiamano *inassignabile*; non averemo che $dy = dx : - 1.1 : 2.$ che è un equazione *imaginaria*; se pure il suo misterioso calcolo, non ci dimostrasse esser questa efficacia, e possanza solamente propria della lettera *b*, la quale nel caso di cui si tratta, si presuppone *infinitamente piccola*; ne potersi attribuire vicendevolmente alla lettera *n*, avvegnache si presupponga tale ancor essa: il che volentieri impareremo da lui.

Arti-

Capitolo XIII.

Il Professore *convinto della perfezzione della soluzione del Problema delle forze centrali nel pieno data dall' Autore, ch' avea condannata; per non disdirsi, gl' imputa falsamente di non averla egli riconosciuta per sua, ed ispiegando le condizioni di quella, ch' egli pretende d' aver riprovata; ci fa vedere, Che ella èla propia; invilupandosi in varie contradizzioni; intorno a quella sua riprovazione.*

IN varj luoghi di queste sue *riflessioni*, abbiam veduto il *Professore* far giucar l'arte d' *interpetrare*; ma se mai l'ha fatta giucare del pari con necessità, e con certezza d'*esporsi alle risa* (non dirò con lui) *de' conoscitori*, ma de' principianti in queste materie, adesso certamente è quel caso; nel passaggio, che fà dalla considerazione del problema *inverso* delle forze centrali nel *voto*, à quella del *diretto* delle stesse nel *pieno*. Egli alla *faccia* 35. *vers.* 21. 25. dopo esser giunto per una strada *fallace, ed erronea*, a quella sua equazione delle forze centrali, che quì niente rilieva addurre; non conoscendo la di lei natura, e vedendola diversa nell' espressioni dalle mie; non contento del favore della buona fortuna, che g'i avea dato campo di segnalarsi, avvegnache per mezzo d'un grosso *paralogismo*, nella soluzione del problema; poggiò più innanzi; e volle anche far spiccar più chiaramente il suo sapere, col condannar per impossibili le *formule*, che ne avea dato io, nel *Tom.* III. *pag.* 503. *seg.* con quel suo risoluto decreto, che veggiamo registrato alla *linea* 27. della detta *fac.* con queste tremende parole; *Addunque in nessun caso può venire* $f = c.\ \int pdx : a.\ \overline{1-m} : a \int c.\ \overline{m-1}\ \int pdx : a;\ qdx.\ 1 : 1-m;$ Ma da que' lumi, ch'io gl' hò dati alla *fac.* 48. *vers. ult.* per ajutarlo ad entrar con decoro a parte della soluzione; costretto a confessare, Che la sua *fortuita, ed accidentale espressione*, potendosi destramen-

mente cambiar nella mia, questa andava *ammessa per buona*, come fece alla *fac.* 55. *verf.* 10., e riconosciuta per legittima, e perfetta; nè parendogli convenevole lasciarsi uscir della penna, un sincero, *m'era ingannato*, o un'altra simile laudevole, e schietta confessione della sua inconsideratezza, nello stender quel suo ingiusto decreto; s'appiglia al consueto partito d'*interpetrar* sue parole; se tale si può chiamare, lo stirarle ad un senso direttamente opposto a quello, che di sua natura significano: anzi lo condannare le sue stesse speculazioni; tanta è la confusione, e lo stordimento, che gl' ha cagionato, questo gagliardo colpo. Sentiamo il tutto di sua bocca; perche per qualunque altra si parlasse, non s'incontrerebbe di leggieri (di leggieri? anzi in nessun modo, trattandosi d'un *Professore*) fede, appresso chi legge. Dopo aver io scoperto alla *faccia* 47. *verf.* 17. Che quel raziocinio, col quale è giunto alla sua *formula* delle forze centrali nel *pieno*, del quale ci verrà in acconcio di parlar più abbasso, era uno *schietto paralogismo*; Aggiunsi, alla *faccia seg. verf.* 21. Ch'ancora era *più maravigliosa cosa, a vedere come, essendo stato condotto da quel suo conseguente, in se vero, avvegnache da lui da un principio illegittimamēte dedotto, per caso su una strada, che battuta con un pò di destrezza, lo poteva alla fine portare alle mie formule; egli s'è lasciato trasportare altrove, e calcando un sentiero affatto diverso, è andato a precipitare in quella risoluta conclusione, che in nessun conto potean venire le mie formule.* Egli avvertito, come ho detto dall'avviso, che gli diedi, ne potendo più sostenere quel glorioso *impegno*, d'aver dimostrato falsa la mia soluzione, ecco come risponde alla *facca* 71. *verf.* 16. *seg. Vicendevolmente cosa maravigliosa mi pare, di vederlo scrivere ch' io sia andato a precipitare, in una accusazione falsa delle sue formule; se quelle, che ho dimostrato false non sono le sue, come subito dopo ce ne avvertisce.* Veggiamo quante cose false contiene questo *paragrafo*, scritto senza dubbio fraudolentemente per imbrogliare chi legge, con cose, che non anno niente di connessione. E prima, dove sono quelle *formule*, ch'egli ha dimostrate false? a qual *faccia*, a qual

ver-

verso in qual *Tomo* de' *Giornali*, si ritrova questa dimostrazione? io non ritruovo altro, che alla *fac.* 35. *verf.* 27. un semplice detto, senza alcuna pruova; di non potere in nessun caso venire la sopradetta mia *formula*; sol perche agli occhi, gli sembrava diversa dalla sua: questa è tutta la dimostrazione, che se ne adduce, ch' altro finalmente non è, che un'argomento evidente, che ci porge, di non *aver'intesa, nè la sua, nè la mia*. Per formarne una chiarissima dimostrazione, bisognava far vedere, Che presupponendo la *sua*, legittima; la *mia* fosse sustanzialmente diversa da quella; potendo, come in fatti è avvenuto, darsi il caso, che tutta la differenza consista nella pura apparenza, la quale siccome non rende diverse le *formule*, così non può far conchiudere, dall' essere una legittima, che l' altra non lo sia altresì; or vedasi se egli ha camminato con questa avvedutezza: egli semplicemente dall' essere la mia diversa nell'espressioni, dalla sua, ha subito conclus, *Ch'ella è falsa*; ò che in *nissun modo può venire*, e questo poi si chiama in suo Idioma *aver dimostrato*. Poveri noi, se tutte le dimostrazioni *Geometriche* fosser cotali; Ed in fatti la sua diduzzione, è una dimostrazione rigorosa, ma solo (come dicevamo,) di non aver' egli capito, *nè la sua*, *nè la mia formula*, che è la stessa, che la sua, *paralogistica* però, e *difettuosa*; per la falsa strada ch' hà tenuto per arrivarvi, come appresso vedremo. In secondo luogo, dove è mai il mio testo, nel quale confessi, Che quelle *formule* da lui pretese dimostrate false, non sono le mie? Porti di grazia le mie parole; siccome porto io sì scrupolosamente le sue. Io ho detto, che quella *formula*, sopra di cui cade quel suo spaventevol decreto: *Addunque in nessun caso può venire*, nel quale consiste tutta la dimostrazione, non è la mia? Io dunque non riconosco per mie, le *formule*, che ne hò dato nel *Tomo III. pag.* 503. *seg.*? ed in qual luogo: e dove, e quando hò scritto mai ciò? ò si portino i testi colle mie parole; ò si lasci di perdere così animosamente il rispetto al Pubblico, con falsità tanto apertamente a lui, ed a mè ingiuriosa: Tutto ciò che hò detto in questo proposito, è alla *fac.* 49. *verf.* 31. *seg.* ove riprovando quella sua precipitata conclusione, del non

potere in nessun conto venir le mie *formule*, fondata sù la sola falsa credenza, ch'egli mostrava avere, che il suo p, ed il suo q fossero gl' istessi, che li miei, così scrissi: *E poi qual certezza poteva egli mai avere, che il suo* p, *ed il suo* q, *fossero gli stessi, che li miei, tal che potesse sì francamente concludere dall' esser le mie formule diverse dalle sue, che per niun modo potevan sussistere?* Questo chiamasi egli non riconoscer per mia quella *formula*, caduta infelicemente sotto la censura sfortunata del *Professore?* Io l' hò sempre *riconosciuta per mia*, la *riconosco*, e la *riconoscerò* ancora per l' avvenire, senza punto temere, che sì fatte opposizioni le levino il credito, ò la dimostrino manchevole, e difettuosa.

Ma crederebbesi, se non si vedesse da lui medesimo scritto; esser' egli restato sì fattamente sbalordito dal colpo, che gli ha dato quella mia *dissertazione*; Che mentre vuol giustificarsi, di non aver' accusata come falsa quella mia soluzione, fà cadere tutta la riprovazione, e *falsità* sopra la propria? Udiamo anche questo di sua bocca: Alla *fac.* 71. *vers.* 19. *seg.* proseguendo la scusa, ch' egli ha portato di sopra, di non aver accusate come false le mie *formule*, così scrive: *Nella formula la cui falsità hò dimostrato, supponesi* $p = ds : rdy$, *&* $qdx = zds$, *e solo vi si dice impossibile in nessun caso d' ascendimento, ò di discesa, rispetto al centro delle forze*. Ora io dico, che queste sue parole protestano, non solo di non aver condannate le mie *formule*; nelle quali certamente non si fa mai quella presuppposizione, ma d' aver riprovate le sue: vediamo prima questo, e poi vedremo ancor l' altro. Vadasi alla *fac.* 35. *vers.* 5. *seg.*, dove pretende di didurre dalla soluzione, che ne avea data con *paralogismo*, lo scioglimento del mio Problema, proposto al *Tomi III. pag.* 503. Ivi dopo aver fatte varie sustituzioni, finalmente conchiude così: *Ora sustituendo* $uuds : rdy$ *in vece di* f *nella formula* (M), *e dividendo per* uu, *averemo* $du : u + pdx + uu.n - 2.qdx = 0$ (O) OVE $p = ds : rdy$, & $qdx = zds$. Altro io non credo, che possa abbisognare, per far vedere, che secondo il suo detto, si è da lui dimostrata falsa l' equazione (O) ove $p = ds : rdy$, & $qdx = zds$. Imperocche dicendo egli al luogo citato di sopra,

pra, che *Nella formula la cui falsità ha dimostrata*, *supponesi* $p = ds: rdy$, & $qdx = zds$, ed in questa sua *formula* (O) facendosi di suo insegnamento, questa presupposizione; questa senza dubbio è quella, che in effetto egli ha dimostrata falsa: Or da questa equazione (O) fatte tutte quelle sustituzioni ch' empiono intiera la *faccia citata*, ne cava quelle finale equazione *esponenziale* per le forze, la quale ci dà le sue formule, che ne abbiamo alla *fac.* 35. *vers.* 21., *e* 25. dunque queste sono quelle *formule*, che da lui, secondo il suo detto, sono state dimostrate false; e sono le *sue*, e non le *mie*. A tanto l' ha portato l' impegno miserabile, nel quale s' è messo, di voler come dicono per *fas*, & *nefas* difendersi almeno apparentemente, appresso, chi non intende, dalle opposizioni che gli hò fatto; e dalle dimostrazioni ch' hò dato; di non aver capita quella mia *formula*, che s' era fatto a condannare. Che poi, come dicevamo, nelle mie *formule* non si faccia una simile presupposizione, ma un' altra tutta diversa da quella, il che non avendo egli capito, è stato cagione, che è andato a precipitare in quel suo: *Addunque in nessun caso può venire &c.* si vede non solamente dalle cose da me scritte alla *faccia* 48. *vers. ultim.* dove gli hò dato la maniera di poter giugnere alla mia *formula*, sostituendo in luogo del suo

$pdx; 2pdx + dp: p$, ed in vece di $qdx; 2qdx: p. \overline{n - 2:2}$, che come si vede sono quantità affatto differenti dalle sue; ma ancora consta, e da ciò, che egli ha fatto alla *fac.* 72. *vers.* 14. *seg.* servendosi del mio avviso per cambiare la sua *formula* nella mia, di che poco appresso ne avremo a discorrere più a disteso; e molto più chiaramente dal testo seguente, che si vede registrato alla *fac.* 71. *vers.* 22. *seg.* in cui si legge: *Vi sarebbe bene stato della precipitanza, se positivamente avessi scritto, che le sue* p, e q, *erano da pigliarsi nel medesimo significato; ma ciò non hò scritto, nè anche con una mezza parola*: *In conclusione, non ho preteso di convincer di falso quella sua formula, che nel caso accennato di* p = ds: rdy &c. *Ma come esse* NON SI RITROVANO NEL CASO, *il che non mi sono all' ora presa la* PENA, (cambia un tantin frase, ma in effetto

 poi,

poi, vuol dire, di non aver'avuto quella sua CURIOSITA') *d' indagare, così erano intatte dalla mia* VERISSIMA, *e non* PRECIPITATA *censura*: Nel qual testo, voi vedete chiaramente due cose: una è la consueta franchezza del *Professore*, che pretende di velare con sue novelle gl' occhi di chi legge, per dargli ad intendere, ch egli non abbia creduto, che le mie p, e q non fossero da pigliarsi nel medesimo significato, nel quale vengon pigliate da lui; solamente perche non l' hà *positivamente scritto*: come se, il condannar la mia *formula* alla *fac*.35.*vers*. 27. con quel suo *Addunque in nessun caso potrà venire*, *&c*. senz' altra ragione, che per non essere appunto espressa come la sua; non fosse un' apertamente, e chiaramente dire, Che quelle mie lettere, erano da lui credute le stesse, che le sue: l' altra cosa, che voi trovate in questo testo, si è Che le mie *formule sono fuori del caso di* $p = ds : rdy$, e $qdx = zds$, cioè, che in quelle, (conforme io vi dicea,) non fò quella sua *presupposizione*, e che per conseguente, tutta la riprovazione, e la sua *verissima*, *e non precipitata censura* colla quale alla *fac*. 71. *vers*. 19. (come abbiam veduto addietro) si protesta d ' aver dimostrato falsa quella formula, nella *quale supponesi* $p = ds : rdy$, & $qdx = zds$, và a piombar solamente sopra le sue povere speculazioni; cioè sopra a quell' equazione registrata alla *faccia* 35. *vers*. 10. marcata colla lettera O, nella quale secondo il suo avviso a *vers*. 7. $p = ds : rdy$, & $qdx = zds$, e dalla quale ne diduce quelle altre due equazioni *esponenziali*, che per soluzione perfetta del Problema proposto, ce ne dà, alla *fac. cit. vers*. 21., *e* 25. Gran destino di questo infelice *Oltramontano*; che in tanta scarsità di lume per ben raziocinare, ed in tanta oscurità di principj di quella materia, che professa; non abbia fortunatamente trovato un buon' Amico, ò a sufficienza istruito in questa scienza; ò tanto geloso del di lui credito, Che l' abbia saputo, e voluto sconsigliare, a pubblicare questa sua miserabil difesa! Se le mie *formule* non sono NEL CASO della sua *Critica* infelice; come dunque può mai chiamarla, una *verissima*, *e non precipitata censura*? qual è mai quella prerogativa, che la rende si *vera*, anzi

ve-

verissima, e ben maturata, e *non precipitata*; se ella non và a ferir quelle *formule*, ch' ei pretendeva di riprovare, come quelle, che per sua stessa confessione NON SI RITROVANO NEL CASO accennato di $p = dr: rdy$, & $qdx = zdr$, nel quale egli ha preteso di convincerle di false? Se non che; può ella esser più *precipitata* quella *censura*, fatta senza *pigliarsi la pena d' indagare*; se le speculazioni, che con quella si pretendono di condannare, sono NEL CASO, nel quale si vuol condannarle? Cerchi chi vuole, e chi sà, un termine più mite che sia possibile, per nominare baldanza sì franca, e risoluta, ch' io son sicuro, che non potrà mai chiamarla, che una schietta, e pura arditezza; tanto più detestabile, perche confessata da lui medesimo, e portata come un' ostinato sostenimento d' una *Critica* falsa, ed ingiusta.

Ma per ritornare al nostro buon *Professore*; come mai salvare, questa sì strana maniera di difesa, che impugna in luogo di quelle dell' avversario, le proprie speculazioni? E molto più; come accordare, quello, che immediatamente soggiunge, e ciò ch' avea scritto alla *pag.* 53. *vers.* 24. con ciò che ha detto di sopra alla *fac.* 71. *vers.* 18? Quivi come abbiam veduto disse: *Che le formule, ch' egli avea dimostrate false non sono le MIE*: E poi poco dopo, alla *linea* 26. scrive così. *In conclusione non hò preteso di convincer di falso quella sua* (MIA) *formola, che nel caso accennato di* $p = ds: rdy$ &c. ed avea già scritto nel *luogo citato*; Ed ho *soggiunto, che in certi dati le formole del Tomo III. non potevan venire*. In quel secondo luogo, le *formule* da lui dimostrate false, non eran le *mie*; adesso negli altri due diventan le *mie*, quali senza dubbio, sono quelle del *Tomo III.* Che felicità di cambiar natura alle cose; e che possesso sopra la mente di quegli *Intelligenti*, al cui giudizio si rimise sul ingresso delle *Riflessioni*; presumendo di cavarne sentenza favorevole, col presentar loro riprovate, e dimostrate false, le proprie *formule*, in luogo di quelle, delle quali avea pronunziato; *Che in nessun caso potevan venire*, e di tiragli dal suo partito, con tante contradizzioni. Vi vuole una gran riverenza, alla Carica, che possiede, ed alla Cattedra, che occupa, per rispondere con tan-

ta moderazione a difese sì disgraziate, ed improprie; e per ribattere partiti così infelici, accompagnati da una simigliante baldanza; per non chiamarla con nome più addattato, e confacevole. Ma qui non termina l' arte povera del *Professore*, per iscansare, e sottrarsi per quanto può, alla confusione, la quale egli stesso vede avere inevitabilmente incorso, con quel suo precipitoso decreto; *Che in nessun caso potevan venir* le mie formule: Osservinsi li due testi antecedenti delle *pag.* 53., & 71. *vers.* 24., & 27., e vedrassi gentilmente cambiato quel in *nessun caso*, nell' *in certi dati*, e nel *caso accennato di* $p = ds: rdy$, & $qdx = zds$; tal che quella mia *formula*, che non poteva *mai venire*, che appunto è il senso in questo caso di quel suo in *nessun caso*; diventa solamente impossibile, in qualche *circostanza*, cioè in alcuni *dati* particolari, ed in quel *solo caso accennato* da lui: che in sostanza altro poi non è, che trasmutare il *nunquam* de' latini, nel loro *quandoque*; sustituendo furtivamente (ma non in modo però, che ogn' uno, non se n' accorga) in cambio d' una *proposizion generale* negativa, un' altra solamente *particolare*; la quale di più altro non suona secondo lui, Che *facendo come fa egli*, e *servendosi de' suoi presupposti* non hà luogo, e non s' arriva alla mia *formula*; che è quanto hò scritto chiaramente ancor' io, alla *fac.* 48. *vers. ultim.* insegnandogli, che per giunger alla mia equazione; e sincerarsi, che possa anch'essa venire; bisogna, che sustituisca in luogo del suo pdx, $2pdx + dp: p$ ed in cambio di qdx; $2qdx: p . \overline{n - 2}: 2$. Ma sù per vincerlo di cortesia, e menargli liberalmente buono ogni sua interpretazione più stravolta; diamogli, che quel in *nessun caso*, vaglia altrettanto, che in *certi dati*, e strilino i gramatici a suo talento; sarà sempre vero, che in *certi dati* non puol venire la mia formula, e che per conseguente la mia soluzione in *certi dati* non sarà buona; ma se ciò è; come mai *ammettermela* sì generalmente *per buona* alla *fac.* 55. *vers.* 10; questa è una liberalità troppo ingiuriosa alla verità, cui và così palesemente ad offendere, se *in certi dati* ella non è buona. Non è nè liberalità, nè altro; è necessità nella quale gli pare d' esser posto dal-

dalla *dignità Professoria*, che l'obblighi a dir più tosto cose trà se contrarie, ed opposte, che ò a disdirsi apertamente, ò a tacere. Or poste queste bagattelle considerisi, se io *avea motivo, d'affannarmi*, come egli scrive alla *fac. 71. vers. 31. di questa sua verissima, e non precipitata censura*: Tutto l'*affanno* nel quale io mi son messo, è stato di cavarlo *caritevolmente* d'errore; perche ancor' egli potesse aver parte in questa elegante ricerca, e benignamente insegnarli, qui di presupposizioni doveva fare, per giungere alle mie *formule*: Non che queste deggiano essere il *bersaglio comune in cui abbino da ferir tutti quelli, che pretendono d' avere sciolto il problema*; *bastando* sicuramente, *che le formule di diversi, diversamente trovate, non siano fra di loro contrarie*; come egli per la prima, ed unica volta scrive vero in queste *riflessioni* alla *fac. 72. vers. 7. seg.*, ma per la necessità, che ci è, Che, chi le condanna *come in nessun caso possibili a venire*, non lo faccia alla cieca, e senza conoscerne la natura, e resti illuminato, ed avvertito per correggere il proprio errore; col mostrargli come bisogna procedere per farne il debito esame, prima di riprovarle, ed esporsi al pericolo di farsi conoscere per *critico troppo infelice, e censore sfortunato* delle speculazioni altrui, che non s' intendono: *Nel resto essendo egli pervenuto, ad un' equazione esponenziale, che determina accuratissimamente quello, che si cercava*; ma per caso, per una *strada falsa, ed erronea*, e con un *principio illigittimo, e paralogistico*, come appresso vedremo: *così bisogna, ch' egli stesso confessi, Che non solamente, non v' è andato per entro, con tutta la franchezza*, e *superiorità*, la quale si può giustamente esigere da un *Pubblico Professore*; ma che in nessun *modo si può arrogare d' avere sciolto il problema*; (come tenta d' impetrare, gli venghi accordato alla *fac. 71. vers. 36. seg.*) se non al più con una maniera *casuale*, e *Paralogistica*, che è peggio, che se in nessun modo l' avesse mai sciolto; essendo sempre in qualsivoglia caso, meglio non riuscire, che farlo imperfettamente, e con biasimo.

Capitolo XIV.

Il Professore *servendosi d'una dottrina somministratagli dall' Autore per ajutarlo a correggersi; lo fa senza confessarlo, e come se fosse una propria speculazione.*

IO mi persuado, che il *Professore*, averà questa volta imparato a suo gran costo d'essere un poco più *Curioso* per l'avvenire nelle sue ricerche; Se lo fosse stato per l'addietro; non si sarebbe veduto astretto, a tranguggiare certi amarissimi bocconi, ch'egli vi dica quanti sudori gli han tratto dalla fronte; ed a che spasimi l'anno infelicemente ridotto. Per mancanza di *curiosità, d'esaminare all'ora; come quella deduzzione, ò sia costruzione del Sig. Neutoni era da farsi*, egli s'è ritrovato miseramente necessitato a disdirsi, ed apertamente protestarsi alla *fac. 52. vers. 17.* di riconoscere per *bellissima, e degna dell'alta mente* del suo Autore, quella elegantissima soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto del detto Signore, che prima alla *fac. 460. del Tom. II.* come si vede alla *fac. 56. vers. 9.* avea chiamata una *certa tal qual' erudita soluzione*. Simigliantemente, come si legge alla *fac. 72. vers. 10. seg.* per *non aver avuto la curiosità di giungere precisamente alle mie formule; avvegnache ciò non gli potesse riuscire più difficile della sua soluzione*, egli si vede ridotto adesso a termine di *ammetterle* sforzatamente per *buone* alla *fac. 55. vers. 10.* dopo averle autorevolmente condannate, per impossibili a *venire in nessun caso* alla *fac. 35. vers. 27.* Passi gli più angusti, e tormentosi, a quali possa ritrovarsi un' infelice letterato, quando anche vi sia volontariamente portato, da una laudevole sincerità, di confessare con franchezza gli sbagli innavvedutamente presi; or che sarà, quando vi sia a forza strascinato, e violentemente tirato, dall' evidenza degli argomenti, di chi, egli s'è fatto per ignoranza, imprudentemente avversario? Ma io quì voglio esercitar seco un' atto della più fina cortesia, ch'egli possa mai aspettare da qualsisia suo più affettuoso parziale; vestendo viscere di *semplicità* sì tenera, che gli ammetta: essersi veramente ridotto

ad uno ſtato sì deplorabile; per non aver avuta la *curioſità* d' eſaminare quelle ſpeculazioni, che s' è meſſo sì riſolutamente a condannare: Ma ritroverà egli tanta facilità, e condiſcendenza negli altri, ed in quelli ſteſſi *Intelligenti* a i quali s' appella in queſta controverſia? A me ſembra, ch' à riguardar la coſa con occhio ſpaſſionato, e libero da quell'affetto, che m' induce quella *ſimplicità*, che mi hà condotto, a ſi facilmente compiacerlo, colla fede, che gli hò ciecamente preſtato; ſia neceſſario fare una gran violenza al proprio intelletto, per perſuaderſi, ch' egli non abbia curioſamente, e diligentemente ricercato in tutti i modi di pervenire, a quella cognizione, che tanto bramava ritrarre dalla ſpeculazione del Sig. *Neutoni*; e ſcrupoloſamente eſaminato quella mia *formula*, che hà con tanta ſicurezza impoſſibile riputata. Tal che, egl' è molto pericoloſo, che queſta ſua propoſizione; di non avere avuta la *curioſità* di cercare, e di giungere a quelle notizie, ſia dagl' altri interpretata per un conſueto effetto di quel ſuo ſpirito millantatore, che tentò di farci credere; che prima d' aver veduto la mia ſoluzione del problema in verſo dalle forze centrali nel voto, e dopo aver pronunciato; *Ch' egli forſe generalmente non ſi potrebbe mai ſciogliere:* Già poteva *trovare con tutta la facilità poſſibile una ſoluzione generale*. In fatti, chi oſſerva la cenſura fatta alla mia *formula* alla *fac. cit.* quindi, dopo aver letto, ciò ch' io ſteſſo hò ſcritto alla *fac.* 48. *verſ. ultim.* per inſegnargli; Che per giungere a quanto egli condannava per impoſſibile, biſognava in luogo del ſuo pdx porre $2pdx + dp : p$. ed in iſcambio di qdx, mettere $2qdx\ p.\ \overline{n. - 2} : 2$. legge ancora la maniera, ch' egli uſa alla *fac.* 72. *verſ.* 14. per ridurre quella ſua equazione, ch' avea dato alla *pag.* 35. *verſ.* 6. ad un' altra, dalla quale ne può alla fine ricavar la mia *formula* condannata; e vede, che in quell'operazione ſi ſerve dell'avviſo caritevolmente ſumminiſtratogli, per ajutarlo a rientrare ſul buon camino, ed aver parte in queſta elegante ricerca; e lo fà d' un aria ſi franca, e magiſtrale, come ſe faceſſe pompa d' una propria ſpeculazione: Chi (dico) oſſerva, e vede tutto

ciò;

ciò; come non potrà riconoscere in questo *Professore* una vana fiducia, di comparire appresso chi legge, d'esser già stato per l'addietro, capace d'arrivare a quelle cognizioni, ch'egli avea: ò sinistramente interpretate: ò manifestamente riprovate; solamente perche, dopo aver pigliato da me apertamente il remedio per correggersi, lo spaccia con tanta franchezza, come parto della sua mente, divenuta dopo vedutolo nella mia *Dissertazione*: non più istruita per capir quelle speculazioni; ma solo *più curiosa* di rintracciarle. Ma questa come vedremo al *Capitolo XXII.*, non è la sola occasione, che il *Professore* hà pigliato, dalle cose, ch'io gli hò dimostrato, e spiegato, e nelle quali egli patentemente inciampava, di ascendere sù la *Cattedra*: millantarsene tacitamente Autore; e farsene apertamente Precettore.

Capitolo XV.

L'Autore non insegna al Professore *la maniera di pervenire alle determinazioni del Sig.* Neutoni *in certi casi particolari, a cagione del suo improprio istituto; di arrogarsi sempre la cognizione di quanto se gli insegna, appreso, che l'abbia; con protestar non essergli mancato che la CURIOSITA' di cercarlo: Si condanna la maniera, ch' egli mostra tenere nello sciogliere problemi soluti già da altrui.*

A Questo passo io pruovo un fortissimo stimolo, di dimostrare al *Professore* come dalla mia *formula*; facilmente si cava, ciò che dice il Sig. *Neutoni* alla *propos. XVI.* del *Libro III.*, cioè, *che dato qualunque numero* n *e posta la forza centrale in reciproca ragione di qual si sia dignità della distanza del mobile dal centro, il cui esponente sia* n+1. *per descrivere la spiral logaritmica, si ricerca una densità, che stia reciprocamente, come quella dignità della detta distanza, che hà* n *per esponente, e la resistenza sia come*

Digitized by Google

me n: 2 OS: OP x SP. n + 1. per pigliarmi un'onesto divertimento in sentirlo, incontanente asserire: Ch'egli ancora sapeva tutto, ma che non avea avuto la *curiosità di cercarlo*. Ma queste sue inusitate, e puerili maniere, d'*arrogarsi di saper tutto*, dappoiche ne hà avute apertamente le notizie, e gli è stato minutamente spiegato; avvegnache non pregiudichino, che a lui solo, e meritino più tosto compassione, che risentimento; *esponendolo alle risa* di tutti quelli, che si vedono reputati da lui tanto sciocchi, e di sì corto intendimento, che non siino per conoscer questi suoi infelici artificiuoli; meritano non dimeno Ch'egli sia lasciato giacere nelle sue tenebre, nè gli si somministrino quei lumi, che lo potrebbono far penetrare nella natura di questo problema, e conoscerne chiaramente le proprietà. Io certamente non fò, nè farò mai mistero alcuno; nè di questa, nè di qualunque altra cosa, che mi si possa fortunatamente presentare alla mente in queste materie; dico bensì: Che s' egli credesse con l'arte, ch' usa, obbligarmi, e tirarmi, ad isvelargli le mie speculazioni, per poi potere approfittarsene; tentando di far credere, d'averne prima dell'avviso avuta la cognizione, nè essergli mancato, che la *curiosità di cercarle*: egli s' inganna indigrosso; perche quanto presto, sarò sempre, a communicare con Uomini dotti, sinceri, e leali, dilettanti di queste materie, le mie riflessioni, per vicendevolmente cavarne, e lumi, e profitto; promovendo unitamente con loro, per quanto mi permette la mia debolezza, cognizioni sì ardue, ed una scienza sì utile, e necessaria; altrettanto sarò ritenuto, con chi, con istorte intenzioni procurasse, d'indurmi a palesargli quel poco, che vado osservando, per farsene materia di millanteria a mio svantaggio: Quindi se il *Professore* si fosse contentato, di addimandare modestamente, Ch' io gli mostrassi la maniera, che tengo, per concordare perfettamente col Sig. *Neutoni* ne' casi particolari, che si diducono dalla mia *formula* generale, io non solamente sarei condisceso ad una richiesta sì ragionevole, con minutamente communicargli quanto hò pensato sopra ciò, e quello che ancora mi

ra mi manca per perfettamente quietarmi; ma gli avrei fatto osservare certe difficultadi, che di leggieri s' incontrano nell' esame scrupoloso di questo problema; che quanto sono più astruse, e sottili, tanto più, sono degne della ponderazione d'ogni gran Professore di questo calcolo, non che della sua. Per altro, se il suo calcolo non l'avesse portato (avvegnache *casualmente, e per una strada falsa, e paralogistica* come vedremo al Cap. XX.) ad una *formula* legittima, e buona, non farei caso alcuno, del concordare colla sola *propos.* 15. *del Sig. Neutoni*; potendo io facilmente mostragli un' altro metodo, di sciogliere questo problema, che fù il primo, che mi si presentò alla mente nel proporlo, che feci al Sig. *Bernulli*, ed innanzi, che, nè egli, nè io l'avessimo perfettamente soluto; il quale è *paralogistico*, avvegnache non sia, nè da tale, nè da quale l'accorgersene; e che ciò non ostante perfettamente concorda con quella *propos.* del Sig. *Neutoni*. Il che serva d'avviso a certi, trà quali sembra, che senza dubbio, debba annoverarsi anche il nostro *Professore*, che nello scioglimento de' problemi, che sono stati da altrui già prima soluti, ad altro non mirano, che a raccappezzare una qualche *formula*, che convenga colla già ritrovata, ò con qualche suo caso particolare; senza mettersi poi, più che tanto in pena, d'esaminare esattamente i principj de' quali si servono, e di ponderare il valore delle conseguenze, che tirano; e così appoggiati sù fondamenti, infidi, e mal sicuri; ò non giungono ad una perfetta soluzione; ò se pur vi pervengono, ciò non siegue, che a caso, per istrade fallaci, e con *raziocini paralogistici*; come appunto è intravenuto al nostro *Professore*: Ma quì notisi un suo detto, che sà, più, che un non só che, del solito suo spirito millantatore, a questo proposito registrato alla *fac.* 72. *vers.* 35. nè si rida, se si può a meno: dopo aver confessato ingenuamente (tanto è divenuto schietto a questo passo,) di non avere potuto accordare quelle del Sig. *Neutoni* con le sue *formule*; aggiunge: Non *toccherò quì la causa della discordanza*. Eh che! temeva egli forse, di non pugnersi le mani, se la *toccava* un poco? Questo è, ciò, che andava *toccato*,
inse-

insegnandoci, donde provenga la differenza di queste soluzioni; che è una parte del problema, forse ugualmente ardua, che la sua soluzione. Ma un *Professore* giustamente trascura queste bagattelle, e passa francamente sopra a sì fatte minuzie.

Capitolo XVI.

Si dimostra, Che il Professore *prima de' lumi ricevuti dall' Autore, non seppe far quel confronto, che falsamente millanta d' aver fatto, delle sue formule, con quelle del Sig.* Neutoni: *E ciò che è più detestabile; Ch'egli biasima i documenti ricevuti, senza de' quali, non hà saputo servirsi delle proprie speculazioni, casualmente ritrovate.*

Quindi si fà vedere la sua poca perizia nel puro mestiero di calcolare.

NEl disaminare, che fò, più maturamente le cose, che sieguono in questo stesso suo *Capitolo*; io m' accorgo, d' avere errato; almeno a riguardo della soluzione del problema di cui si tratta, quando hò detto, Che il nostro *Professore*, và messo nel numero di quelli, che non per altra maniera, s' assicurano degli scioglimenti de' problemati, che col paragonare le *formule*, che ne cavano, con quelle degl' altri, ò con qualche loro noto caso particolare: Imperocche farò evidentemente vedere, che prima delle notizie, che io gli hò dato; del modo, nel qual debbesi contenere, per giungere alle mie *formule*, non seppe per nissuna maniera far questo *saggio*, e didurre da quelle sue, portate nel *Tom. V.* del *Giornale*, quelle delle quali si parla, e che contengono trà gli altri il caso quando $n = 2$. Per dimostrarlo, osservisi, che trè sono solamente le *formule*, che sembrano, lo potessero portare a quelle particolari. Una è quella *esponen-*

nenziale, che si vede quì alla *fac.* 35. *vers.* 21. espressa colla equazione seguente:

$$f = pc. - 2\int pdx;\ \overline{n-2}\int \overline{c.\ \overline{2-n}\int pdx,\ qdx}.\ 1:\overline{1-m};$$

e l' altre due sono le registrate *fac.cit.vers.*2., e 6. una contrasegnata colla lettera majuscula (M); e l' altra colla lettera (O), e sono, quella $u.\ n.\ zds = -\ udu - fdx.$, e questa $du : u + pdx + u.\ n - 2.\ qdx. = 0$, nella quale secondo il suo avviso al *vers.* 7. $p = ds : rdy$, & $qdx = zds$, essendo formata dalla prima sustituendo in vece di f, il suo valore $uuds : rdy$. Ora egli è certo, che la *prima formula*, ó sia equazion *esponenziale*, non lo poteva portare a quelle particolari; perche, ella cessa nel caso, che $n = 2$, il che, mi constrinse nel *Tomo III.* ad addurre, oltre le due *esponenziali*, che servono a tutti gli altri casi, ne' quali m sia maggiore dell' unità, anche le altre trè, espresse con una quantità *logaritmica*, le quali servono nel solo caso di $n = 2$. Quanto alla *terza* cioè a quella, che è caratterizzata colla lettera (O); ella, siccome non include la lettera f, il cui valore si cerca; così non gli poteva prestare alcun commodo per arrivarvi. Resterebbe solo, che egli si fosse servito della *seconda*; cioè di quella, marcata colla lettera (M); ma egli non hà certamente conosciuto, di doversi servire di questa equazione, per ritrovare un valore di f, quantunque questa fosse una cosa la più naturale del mondo: Imperocche, se avesse conosciuto ciò; che necessità avea egli mai d' andare a multiplicarsi la fatica, con trasmutarla in quell' altra (O), che include la sola velocità, per poter poi, trovata questa, con quella strada, che batte alla *fac.* 35. finalmente pigliarne il suo quadrato, e sustituirlo in questa equazione; $f = uuds : rdy$ in luogo di uu, per averne l' equazione *esponenziale*, che abbiam veduto? Egli poteva, senza andare a pescare quell' altra equazione caratterizzata colla lettera (O,) sustituire in quella contrasegnata colla lettera (M), la radice quadrata di $frdy : ds$, in iscambio d' u; ed ecco, che si sarebbe risparmiato, non solo la fatica di calcolare u, per mezzo dell' altra equazione superflua; ma quello, che im-

importa più, la confusione, che gl' hà apportato, la riprovazione della mia *formula*, reputata per impossibile *in nessun caso a venire*; imperocche per quella propriissima, e naturalissima strada, anche nol sapendo, v'andava fortunatamente a cader dentro. E poi, che vogliam di più, per dimostrare, che colle sole cognizioni ch' egli avea, quando trovò le formule del *Tomo V.*, non seppe far quel paragone, coi *Problemi particolari sciolti dall'Incomparabil Neutoni*, che millanta aver fatto alla *fac.72.vers.* 27. Se gli vogliamo accordare, ch' egl' abbia saputo dall' equazione (M), (facendo $n = 2$) tirare un valore di f, necessario per far questo confronto; sustituendo in luogo di n le quantità a lei uguali, espresse colla sola f, col raggio dell'evoluta, ed altri differenziali, cioè la radice quadrata di $frdy: ds$, che è l' unico modo, di servirsi di quella equazione a questo effetto: come poi sarà mai vero, ciò, che scrive alla *fac.73. vers. 36. d' aver trovato tutto ciò, senza quelle lunghe formule, che il censore ci propone*; se queste sustituzioni, come è facile provare; non ci possono dare altre *formule*, che le mie? Facciasi il calcolo, ch' io tralascio per non andare di soperchio in lungo, e vedrassi, che variato solo il mio dx, in dy; perche, ciò, che a lui è x, a me era y; ne veranno le mie *formule* schiette, e pure: Ma di queste alla *fac. 74. vers. 2 seg*; egli *dubbita molto, che nessuno possa mai avere una tentazione assai forte, per seguitarle, e provarle; oltre che constano di cinque membri, sono troppo inviluppate in seconde, e terze differenze (perche dr generalmente presuppone queste terze differenze,) per allettare chi che sia a farne uso*. Come dunque vogliamo credere, che avendo saputo (come se gli concede, a solo titolo di cortesia,) far uso di quell' equazione, per tirarne i casi particolari, che egli dice d' aver molto bene esaminato, abbia potuto? Egli à quel, che si sente, è d'un gusto troppo svogliato, per aver la pazienza di seguitare, cose tanto inviluppate, in seconde, e terze differenze, e lasciarsi allettare, a far uso di sì longhe *formule*, composte di cinque membri; dunque nè hà saputo, come abbiamo dimostrato, nè hà voluto (come se gli crede per compiacerlo) far quest'uso di quelle sue

for-

formule; per cavarne questi casi particolari, in alcuno de' quali, così francamente asserisce, d'averle trovate molto ben concordanti, con quelle del Sig. *Neutoni*.

Ma se non seppe servirsi di quelle sue *formule* del *Tom. V.* per fare il *saggio* di cui parliamo; come poi hà così facilmente dimostrato in questo *Capitolo*, la conformità loro, con quelle del Sig. *Neutoni*? Vogliam noi credere, che l'abbia asserito, senza saperlo per pruova, che ne avesse; ò che dal noto caso particolare del detto Signore, sendo artificiosamente asceso a quella espression generale, e delle *forze*, e delle *densità*; fingendo negligenza, e trascuraggine *magistrale*, quel lasciare il calcolo, che non sapeva, c'abbia voluto far credere d'esser pervenuto con metodo, dove è giunto con fraude, ed a tentoni? Tanto si dovrebbe fondatamente sospettare, anzi sicuramente credere; se io alla *fac.* 48. *verf. ultim.* non gli avessi dato i lumi necessarj, per poter riuscir con metodo in questo paragone. Egli, al suo solito, dopo aver appreso da me alla *fac. cit.* Che per giugnere alla mia equazione *esponenziale*, dovevasi in luogo del suo pdx, porre

$$2pdx + dp : p$$, ed in vece di qdx, sustituire $2qdx : p . \overline{n - 2} : z$.

facilmente s'è accorto, d'aver traviato; e che la strada più breve, e più naturale per arrivare all'equazione, che si cerca, era quella, di fare la predetta sustituzione subito in quella, che egli contrasegna colla lettera (M), cioè in questa $u . n . zds = - ndu - fdx$. senza andarsi superfluamente ad inviluppare, nell'altra, didotta da questa; cioè in $du : u + pdx + n . \overline{n - 2} . qdx = 0$, che non contenendo il valore di f, non poteva dirittamente portarlo al fine bramato; quindi usando dell'avviso; hà scoperto la maniera, che prima gli era, (come abbiamo veduto,) stata incognita, di fare la sperienza; se in questi due casi particolari, la sua *formula paralogistica* conveniva colle determinazioni del Sig. *Neutoni*. Ed essendo, (come in fatti non può essere altramente) così; dia chi vuole, il debito nome al miserabile artificiuolo, che adopra il nostro *Professore*, per far spiccar la sua gloria, e deprimere il pregio delle mie *formule*: Imperocche ben vede ogn'uno,

quali

quali titoli meritisi una sì povera industria; che non sapendo la strada di servirsi delle proprie speculazioni, trovate a caso, e per accidente, non solamente, mette in uso gl' insegnamenti ricevuti, senza mostrarsene grato, e rendersene degno con protestarlo; ma si fà biasimevolmente a screditare, quella stessa maniera, che gl' è stata insegnata esser l' unica, e vera, per giugnere al suo fine; millantandone il possesso d'un'altra più semplice, e più facile, che però nè pubblica, nè potrà mai pubblicare, quando i lumi somministratigli, non gl'abbino ajutato a ritrovarla dopo; perche in effetto questa non è, che una pura, e vana jattanza, colla quale cerca di farsi largo, ed apparir quello, che non è, appresso le povere genti semplici, a costo di quel candore sì necessario a gl' Uomini letterati; che con tratti sì disdicevoli, resta sommamente appannato, ed enormemente oltraggiato. E qui osservisi, se v' è tutto il decoro d' un *Pubblico Professore* di queste materie; l' essersi andato ad impegnare in quel a lui sì vergognoso decreto: del *non poter venire in nessun modo* le mie *formule*; sol per non aver conosciuto, che poteva sì facilmente arrivare ad ottenere il valore di f, che si cercava, per mezzo dell' equazione $u.n.zds = -udu - fdx$, senza andarsi ad impegnare nell' altra $du : n + pdx + u. n - 2. qdx = 0$, che è stato l'unica cagione, che al *paralogismo*, ch' hà fatto nella soluzione del problema, hà ancora aggiunto la predetta riprovazione ingiusta delle mie *formule*, ch' è poi stato sforzato a farmi grazia, d' *ammettermi per buona* alla *fac.* 55. *vers.* 10. Se si brama un' equazione, che includa f, quale è mai la strada più naturale di quella? Ella già lo contiene, e sol tanto, che liberisi dalla lettera u, il che facilmente s' ottiene, per mezzo dell' equazione $uu = frdy : ds$; eccovene una, dalla quale si potrà subito cavare il valor cercato, che altro più non includerà, che l'incognita z, da statuirsi ad arbitrio, & i *differenziali* della curva, che già sono noti, e dati per mezzo della sua equazione; e pure per mancanza di quella superiorità, ch'abbiam più d'una volta, predicata tanto necessaria, a chi vuole con lode riuscire in queste ricerche; eccolo intrigato senza alcuna necessità, a cacciar da quella *prima*

ma equazione la lettera f, che pur è quella, che cercava, formandone la *seconda*, per mezzo della $uu = frdy: ds$; per poter poi, cavando da quella il valore di u, tornare a risustituirlo in questa; e così con tante *Girandole*, andare a ripescare quella stessa lettera f, che avea già nella prima equazione; e che subito coll' uso della sola $uu = frdy: ds$, poteva ottenere per mezzo di quella stessa regola, che pratica, per ritrovare il valore di u. Se questo non è andare a tentoni nel bel fitto meriggio, quale lo sarà poi? E questi sono poi quei Soggetti, che trattano di *Girandole* le altrui speculazioni, tanto più brievi, e senza delle quali, eglino stessi non anno saputo far uso di ciò, che avevano casualmente ritrovato? Ma qual maraviglia poi, che in tanta miseria di regole di puro calcolo, sia andato ciecamente ad urtare, in quel sì risoluto: *Addunque in nessun modo può venire*; ciò, ch' egli non avea capito, che dovesse venire; per non sapere servirsi delle naturalissime strade di calcolare?

Capitolo XVII.

S' abbraccia volentieri l' occasione di servire il Professore; *mostrandogli, secondo l' istanze, che hà fatto; non solo qual sia quell'* ambiguità, ed incertezza d' espressioni, *delle quali l' Autore hà tacciato sua analisi, del problema delle forze centrali nel pieno: ma ancora scoprendogli un' argomento, che fà conoscere, ch' egli non hà Idea giusta di quel problema.*

QUI per non lasciarmi scappar di mano un'occasione, sì grata, e favorevole, quale è quella, di captivarmi la grazia del *Professore*: farò forza al mio genio, per condiscendere alle generose sue istanze, colle quali alla *fac.* 74. *v.* 15. *seg.* si protesta, di volermi restar *assai obbligato*, se mi degnerò di mostrargli, ed avvisarlo; dove consista quell'

am-

ambiguità, *ed incertezza d' espressioni*, delle quali hò taccia-to sua *analisi*. Resta solamente, che egli pentendosi, di a-vere avuto un' animo sì grande, ed assai generoso, per pro-vocarmi a titolo di gentilezza, a metter in luce anche que-sto suo difetto; non corrisponda alla prontezza, ch' io hò, (mal mio grado) in servirlo; con un tratto simile a que' suoi particolari artificj, che per l' addietro hà usato; di mil-lantare con menzogna le cognizioni, che senza me non ave-va, ed avvilire ingratamente quei lumi, de' quali io l' hò sì caritevolmente provveduto, per ajutarlo ad entrare a parte di quella elegante soluzione, nella quale, altra per se non ne avea, salvo, che quella, d' averla con un *manifestissimo paralogismo* contaminata: Per compiacerlo addunque; no-tisi, che, come osservava alla *fac.* 47. *vers.* 16., egli nel con-siderare la velocità colla quale il mobile scorre la curva, e specialmente il suo elemento AB, ò sia Bg. (*fig. III. Tom. V.*), la piglia per successivamente variata in ogni punto di quell' archetto, come egli stesso confessa alla *fac.* 75. *vers.* 27. con queste parole: *Io veramente hò assunto, che la velocità del mobile A, vada continuamente scemando, in tutto il tempo del passaggio, tanto per l' archetto AB, quanto per l' archetto Bg, descritto nel medesimo tempo del primo*: Ora leggasi il pe-riodo, che trovasi alla *pag.* 33. *vers.* 1. *seg.*, ove scrive; *Ora perchè gli scemamenti di spazio, e di velocità succedono in tem-pi uguali a quello, che il mobile impiega a percorrere, colla ve-locità* INTERA, *intero, lo spazio AB &c.* e dicamisi, se sia pos-sibile accordarlo, senza una di quelle sue stravolte *inter-pretazioni*, coll' idea, che ne hà dato della *velocità*, *che và sempre variandosi per tutto l' archetto AB*. Se quì si vuole, che la *velocità vadasi sempre variando*; così che, in ogni punto dell' archetto AB sia diversa, e secondo lui *sminuita*; come poi là si dice, che *percorra colla velocità* INTERA, *intero lo spazio* AB? Cosa mai può significare una *velocità intera*; altro, che quella, che hà in qualche luogo il mobile, come nel nostro caso nel punto A, ò B, la quale, senza, ò sminuirsi, ò crescere, serva a farlo passare l' archetto *in-tero* AB? Altrimenti, come avrebbe il mobile scorso l' arco

 col-

colla *velocità intera*, se per ogni parte di quello non ne avea, che una porzione di quella, che avea, ò sul principio, od hà sul fine dell'archetto? E questo non è egli un pigliare per *costante la velocità* per tutto lo spazietto? Cioè, non è farne un' Idea, tutta contraria a quella, che di sua bocca hà confessato, d'aver voluto dare, in tutta l'altra parte del periodo accennato? E per conseguente, non è egli procedere, con quella *certa ambiguità, ed incertezza d'espressioni*, ch'egli brama gli venga mostrata, e che mi diede un giustissimo motivo di scrivere alla *fac. 47. vers. 36. seg.* esser *il vero, che da quelle parole; a percorrere colla velocità* INTERA, *intero lo spazio AB, appariva essergli trapelato alla mente, qualche piccol barlume, di questa industria necessaria*, di *pigliar per costante la velocità per tutto l'archetto*. Se questo non è un parlare ambiguo, ed incerto; ed uno spiegarsi in maniera, che possa interpetrarsi anche in senso contrario; quale lo sarà poi? E con tanto spero d'averlo compiutamente, (e più di quello, ch'ei forse adesso vorrebbe,) sodisfatto in questo particolare. Ma la brama insaziabile, ch'io nutro di servirlo, anche più di quello, ch'egli desidera, mi fà prendere un' nuova occasione, che mi si presenta, di notare un'altra sua difettuosa espressione, usata nella stessa soluzione. Egli parlando del variarsi della velocità, per l'archetto della curva; si spiega sempre in maniera, come, se, quel variarsi, fosse uno *sminuirsi*; quindi leggiamo alla *fac. 33. vers. 31. seg. Ora essendo gF parte dello* SCEMAMENTO *di spazio* gE, *cagionata dalla resistenza del mezzo in* B; ed abbiamo veduto più addietro alla *fac. 32. vers. 36.* scritto: *e per conseguenza, il mobile sarà eziandio* SCEMATO *di velocità nel passaggio di* AB, *in* Bg; con tutto il resto di quel *paragrafo*, nel quale d'altro mai non si parla, che di *diminuimento di velocità*, e *di spazio*. Ma *Domine*, come può ciò mai accordarsi, con una giusta, ed esquisita Idea della natura di questo problema? Io concedo, che v'intervenga una resistenza, che faccia ostacolo al mobile, che da un'archetto, passa ad un'altro, in un mezzo *fluido*, e *pieno*; e che per conseguente, in qualche caso gli levi della velocità con cui corre: Ma se ben si considera,

ra, vi s' impiega sempre ancora una *forza centrale*, la quale, siccome colla sua direzzione, alle volte seconda la forza della resistenza, ed aggiugne un nuovo ostacolo al corso del mobile; quindi contribuisce, a sminuirgli d' avantaggio la *velocità* propria; così bene spesso, potendo tirare a seconda della direzzione dello stesso, e superare la forza della resistenza, che cali, mentr' ella và continuamente crescendo: la velocità si farà sempre maggiore, ed il suo, non *diminuimento*, ma *aumento* vero, e reale sarà; il qual caso, non viene certamente compreso, se in luogo del suo *sminuimento*, non si surroga la *differenza* della *velocità*; che comprende, come espressione comune, al primo, ed al secondo caso, tutto il possibile ad avvenire; cioè tanto lo *scemarsi*, quanto l' *aumentarsi* della velocità del mobile. Quindi alla *fac.* 48. *vers.* 5. osservammo; che in luogo di *scemamento, a dir giusto, si dovea dir differenza*: e questi co' gl'altri accennati sono i motivi ragionevoli, che ivi avemmo di dire, Che oltre all' aver fatto in questa soluzione un *grosso paralogismo*, del quale frà poco parleremo; v'era proceduto, con una certa *ambiguità, ed incertezza d' espressioni*, accompagnata da sì fatta *difficultà, in maneggiare, e condurre quei principj*, che ben mostravano, ch' egli non v'era andato per entro con tutta la franchezza, e non avea avuto tutta quella superiorità, che si ricerca, per ben riuscire in queste materie; quali ragioni, potrà ora ciascun giudicare, se siano fondate sù la verità del fatto, ò se pure siano un puro effetto di qualche particolar riguardo, che mi faccia parlare da *Uomo appassionato*, come asserisce il nostro *Professore* alla *fac.* 74. *vers.* 18., al quale però io stesso, non sò, sì risolutamente contradire in questo proposito, che gli neghi, di non esser in simil affare toccato da una vemente *passione*; quando per tale, altro però non s' intenda, Che quel giusto, e vivo sentimento, che deve avere ogni galantuomo per le cose, che sì sensibilmente lo toccano; quale, trà l' altre è il Zelo della buona, e fedele educazione, di tutta, e specialmente della Gioventù di sua Nazione.

Digitized by Google

Capitolo XVIII.

Il Professore, *credendo d'aver fatto* un gran che, *col render più universale il Problema delle forze centrali nel pieno; altro non hà fatto, che mostrare; Che non nè hà intesa ancor bene la sua natura. Si dimostra, che una simile soluzione è disutile, e generalmente Ideale.*

ECcoci giunti a quei passi, che ci portano alla fine di questa Operetta, e mal grado tutta l' industria, ch' io vi hò posto, per metterlo in possesso; privano affatto il *Professore* della desiata gloria, d'aver soluto il problema da me proposto nel *To.III.*, di cui abbiamo fin ora parlato in questi ultimi *Capitoli*. Io son bene stato d' un' umore assai condiscendente, e liberale, per somministrargli i lumi, ed insegnargli la strada, che gli conveniva tenere, per correggere quel suo *grossissimo paralogismo*, che gli hò mostrato, aver commesso, nella soluzione di questo problema: Ma vedendo la maniera con cui giugne ad abusare, non meno i riguardi, ch' hò avuto pel suo decoro; che la simplicità, di chi non intende troppo queste materie; e la bontà, di chi a fondo intendendole, potrebbe compatirlo, ne'suoi diffetti; col volerlo diffendere, senza dir nulla, che faccia a proposito per sua difesa; e dirlo con tanta arroganza: non posso, senza pregiudicare alla carità; donar più nulla all' affetto, ch' hò per quelli, che in qualsisia modo professano queste materie, ò dissimulando la vanità, ed improprietà delle sue repliche; ò protestandomi, (con una frase, fin' ora incognita a *Censori Geometri*, e primieramente praticata da lui meco, dopo aver sentita mia ragione, contro la critica infelice, fatta alle mie *formule*,) almeno per compiacerlo, e dargli pace; d' *ammetter per buona* la sua soluzione. Perchè, dopo qualche riflessione necessaria a farsi alle cose, ch'egli dice a questo proposito; m' impegno a far vedere ne'Capitoli seguenti, dimostrativamente, e *non con vane ciarle*; Che la *soluzione, ch' egli hà dato, del* pro-

problema, per ritrovare la forza centrale, che si richiede, per descrivere una certa curva nel pieno, data la legge della resistenza, e la densità del mezzo, è PARALOGISTICA, *ed erronea, e solamente per accidente pervenuta ad una formula legittima; e che per conseguente il problema non si hà d' avere per isciolto da lui*. E perche questo *paralogismo*, è comune a tutte, e due le soluzioni; cioè a quella sua generale, ed all' altra particolare; vedrassi, se senza una ragion massima, non hò fatto nessun caso, nè dell' una, nè dell' altra, e s' egli hà giusto motivo d' incolparmi alla *fac.* 74. *vers.* 34. d'aver *dissimulato la generalità del problema del Sig.* Bernulli *da lui soluto*. Se pure non si vuole chiamar soluto un problema, alla cui soluzione siasi giunto con un *Paralogismo*, che per accidente v' abbia portato, ad una *formula* simigliante alla legittima, e vera; il che non credo ch' alcuno gli sia mai per concedere: onde non occorre, ch' egli s' affatichi a compensare con quella sua pretesa generalità, l' errore, che v' hà fatto col *paralogismo*, che distrugge qualunque altro pregio possa mai avere una soluzione: In fatti io feci, sì poco conto di questa sua soluzion generale, dalla quale dipende quella particolare, ch'ei pretende averne didotto; Che letto, che ebbi quel manifesto *paralogismo*, che si vede alla *fac.* 33. *vers.* 4. *seg.* sul quale l' una, e l' altra è fondata, e che salta sì facilmente a prima giunta negl' occhi: ivi mi fermai, gettando per dispetto da un canto il *Giornale*, senza aver la curiosità, di proseguire più innanzi, quella tanto intrigata dimostrazione; la quale essendomi venuto in capriccio di scorrere superficialmente nello stender, che fò questo *esame*, v'hò fatto due *osservazioni*, una delle quali sempre più mi fà toccar con mano; Che il nostro *Professore*, non hà ancor capito la natura di questo elegante problema; e l' altra il poco conto, che si deve fare della generalità della sua soluzione. Ed in verità crediam noi; che s' egli fosse penetrato a conoscere, qual sia l' indole della proposta questione, avesse date per necessarie alla *fac.* 34. *vers.* 9. *a pienamente sciogliere il problema*, le due equazioni, che due versi sopra, avea portate; cioè $uu = frdu + grd\beta : dr$ (G) & $Rds = -udu - fdx + gdy$

 Se

Se la prima è affatto superflua; rimanendo pienissimamente sciolto il problema, (prescindendo però sempre dal *paralogismo*, ch' abbiam detto,) colla seconda equazione, caratterizzata colla lettera (H); e la ragione è chiarissima, perche......., Ma nò: la peschi, che forse fatto avvertito da questo mio detto la ritroverà, non essendo convenevole, dimostrare una cosa, a chi siam sicuri, che subito *la sapea*, nè el più, altro gl' era mancato per saperla, che la *curiosità di cercarla*.

Di quanto poco conto sia poi questa general soluzione, conosceraffi da ciò, Che essendo dato il punto N (fig. VII.) s. pure non sel figurasse ne' spazj immaginarj, egli sarebbe onninamente necessario, introdurre nell' equazione, le lettere costanti, che fissino la sua situazione, senza di che, il più delle volte, niente si cava di determinato, e concludente; non essendo necessariamente quel punto un de' *fuochi* della curva: Per restarne convinti; figuriamoci, che la curva ABCF, sia una *logaritmica spirale*, il cui centro d' onde partono le ordinate, MB, MC, e dove tende la forza f, sia M; ed H sia l' altro punto, ove sono indirizzate le forze g, che tirano, secondo la direzzione BN, CN: e che vengaci proposto, od in pensiero, di ritrovare: *data la densità del mezzo in reciproca ragione delle distanze MB, e la forza g, in reciproca duplicata della distanza NB; qual sarà la forza f, necessaria, perche il mobile nel pieno, posto* $n = 2$, *descriva questa curva*. A questo effetto ridotta l' equazione (H), avremo quest altra $f = gdy : dx - ndu : dx - nuzdx : dx$; che nelle date *Ipotesi*, ci determina la forza f, nel valore della quale, veggiamo, che non ritrovandosi la distanza MN, con l' altre costanti, che determinino il sito, e la posizione del punto N, rispetto, od al centro M, od a qualunque altro punto fisso, dato, e stabile; in tutti i punti immaginabili potrem figurarcelo, ed in qualunque luogo cel figuriamo, il valore di f ritrovato, sempre conterrà la forza g; non essendovi ragione alcuna, perche questa in rigore del calcolo da farsi, debba svanirsi, e diventar *zero*: Tal che, quando anche il punto N; si presupponesse cadere in M; cioè, nel centro dove tendono le

forze *f*: il valore di questa, sarebbe lo stesso, che quello, ritrovato per qualunque altro punto; ed includerebbe anche una forza, che tirando il mobile verso il detto centro M, sarebbe in reciproca dupplicata ragione delle distanze MB, nella quale, in questa *Ipotesi* si cambiano le NB: ma non abbiam noi veduto molte volte addietro, anche per testimonianza del nostro *Professore*, Che per descrivere la *logaritmica spirale* nel pieno, *presupposta la densità, in reciproca ragione delle distanze* MB, non vi vuole altra forza, che quella, che si cerca, e che viene determinata da' soli due termini *udu*: *dx* — *uudz*: *dx* dell' equazione proposta; senza, che vi se ne deggia mescolare altra *g*, che concorra colla *f*, a trattenere il mobile, sù la circonferenza ABC della proposta spirale? Deriva l'errore da quello, che abbiam detto poch' anzi: dal non avere, ò saputo, ò potuto il nostro *Professore*, maneggiar questo calcolo colle dovute cautele, e colle debite avvertenze; introducendovi le costanti necessarie, per determinare la distanza del punto N, ò dal centro M, ò da qualunque altro fosse; il che facendo, avrebbe veduto, che ritrovando il valore di *f* generalmente, presupponendo il punto N in qual si sia luogo dato, gli sarebbe venuta tale equazione, nella quale alterando per maniera quelle costanti, che diciamo, che il punto N, caschi in M; quì la forza *f* diverebbe *zero*, e così resterebbe sola la forza *g*, che si cerca; determinata, (come abbiam veduto,) dall' *Ipotesi*, ch' abbiam fatto, ad esser quella, che sola si richiede, per descrivere la *logaritmica spirale*, con la data legge di densità. Egli potrebbe forse dire; che in questo caso, sarebbe la forza *g* uguale a *zero*: e così svanendo il termine, che l' include; non vi resterebbono, che i necessarj per la soluzione del problema, pel caso, nel quale N, casca in M. Ma oltre, che, fatto prima il calcolo generale, e sustituito il valore di *g*, & *z* nell' equazion proposta, non è poi, ò facile, ò possibile per la multiplicità de' termini, che ne risultano, e trà loro, ò s' annullano, ò s' uniscono più in un solo: conoscere qual sia quello, che proviene dalla lettera *g*, per cancellarlo: questo non si chiamerebbe un proceder con metodo, ma a

caso;

caso; e solamente, perche per altra strada si sà, che così si deve procedere: Imperocche; in tutti questi, e somiglianti calcoli generali; mai non dobbiamo presupporre di saper altro, che la distanza, ed il sito de' punti M, & N; e veder poi ne' casi particolari, alterando le disposizioni, e situazioni loro, ciò, che ne proviene; senza andare a ripescare per altra strada le notizie, che nel tale, ò tal caso, la forza *g* diventa *zero*, e *svanisce*. Che se poi vogliasi, senza far la sustituzione de' valori delle lettere *g*, & *z* nella sopradetta equazione cancellare il termine, ove si ritrova quella; e lascirvi tutti gl' altri; ogn' un ben vede, che il problema escirebbe delle circostanze, e condizioni proposte; del dovere essere spinto il mobile al punto N da una forza, che sia in reciproca duplicata ragione delle distanze NB; e così saremmo fuori del quesito: Onde concludasi, che la sola strada naturale, e sicura, sarebbe quella, d' introdurre nell' equazione la distanza MN, ed altre costanti, che determinino la *posizione*, e *situazione* del punto N; e fatto il calcolo per qualunque suo sito; presupporre le lettere, che lo determinano, *nulla*, ò sia *zero*; e così trovare, quale è il valore della forza *f*, che si cerca; il che non si può in nessun modo ottenere, procedendo nella maniera, che hà tenuto il nostro *Professore*, che quando col *paralogismo*, che vedremo; non avesse renduta falsa, ed erronea questa sua soluzione; con questa imperfezzione di calcolo; l' hà fatta inutile, e di niun conto. Ma v' è di più; imperocche, nelle cose ora dette, abbiamo sempre presupposto per possibile il calcolo; cioè abbiam conceduto, che per mezzo dell' equazione della nostra spirale, possasi ridurre l'equazione a stato di cavarne il valore di *f*, libero da *differenziali*: Ma se ben si considera, ciò è impossibile: onde per questo altro capo, rimane inutile questa soluzione. Veggiamolo: Trè sono le indeterminate, che constituiscono l' essenza delle nostre curve, e che colle altre costanti necessarie, compongono la loro equazione: cioè (fig. VI) AB $= x$ SC $= dx$, BS, secondo il *Professore* $= dx$: (nomino *x*, come che ella non entri nell'equazione, perche ci da *dx*.) Ora nell' equazione proposta, oltre a queste *differentiali*, abbiamo

anco-

ancora $dy = CT$, che è il differenziale della linea BN $= y$, che determina la direzzione della forza g; e questo dy colla g, costituisce un termine, che necessariamente si trova nell'equazione: cioè gdy; il quale sarà sempre diviso per dx, come consta dall'equazione sopraddotta $f = gdy : dx - udu : dx - uuzds : dx$: Quanto a gl'altri termini, ne' quali u, & z si presuppongono dati in x, e costanti; & ds, è parimenti dato a cagione della natura della curva per dx; facilmente si vede, Che possonsi liberare da' *differenziali*; provenendosempre multiplicati, e divisi per lo stesso dx; ma nel termine gdy, come si potrà mai effettuare altrettanto; se il suo dy non hà nulla dipendenza dal dx; onde come potrà mai questo termine esprimersi, senza i *differenziali*: sicche per questo altro capo la soluzione resta inutile, e di nissun uso; toltone quel solo caso, ch' abbiam accennato di sopra. Tal che io penso, che a procedere giustamente, il nostro *Professore* doveva ringraziarmi, non dolersi, come sembra fare alla *fac.* 74. *vers.* 34. ; ch' avessi *dissimulato* questa sua general soluzione, piena di tante imperfezzioni. Ed avvertasi, che io non niego, che non si possa non solo in alcuni casi particolari, fare questa introduzzione delle costanti predette, ma ancora trovar modo di supplire in certe curve generalmente il diffetto accennato, coll'ajuto di certe linee date almeno di posizione, per mezzo delle quali si può ancora far svanire tutti i differenziali anche di diversa natura: dico solo, che quanto al primo partito, non salva quella pretesa generalità: quanto al secondo, che non è da far gran conto sù quelle soluzioni, che dependendo da certe linee, date solo di posizione, e che per altro non si possono esprimere in tutti i punti della curva generalmente colle *ordinate*, od *absciße* indeterminate; ci provedono più tosto di *formule Ideali*, che *Algebraiche*, e soggette talmente al calcolo, che se ne possa fare alla consueta maniera l'uso desiderato.

Ca-

Capitolo XIX.

Si dimostra, che non era difficile da' lumi somministrati dall' Autore, cavare la soluzione del problema delle forze centrali nel pieno. Si spiega quai fossero quei deboli, *per gli quali furono pubblicati; e si scuopre un' artificio, del quale si serve il* Professore, *per non parere d' aver usato dell' avviso.*

ALla protesta, ch' io feci alla *fac. 46. verſ. 11. ſeg.*, d'aver indicato a ſol riguardo de' *più deboli*; Che il *Sig. Neutoni alla propoſ. 15. del Lib. III.*, avea ſciolto un caſo particolare del propoſto problema, con intenzione, ch'eſſi, appoggiandoſi ſopra i fondamenti gettati da detto Signore, con qualche facilità perveniſſero, ove forſe co' proprj piedi non ſarebbono mai giunti; il *Profeſſore*, che ſi vede colto ſul fatto, d'aver profittato dell' avviſo; fà due, ò trè diverſe *riſleſſioni*: In prima, moſtra di non poter ſoffterire, Ch'io abbia con queſte parole, tacitamente accennato; eſſere ſtato facile dalla detta propoſizione *Neutoniana*, rinvenire la ſoluzione del problema, ch' egli nomina *Bernulliano*; proteſtandoſi alla *fac. 75. verſ. 3. ſeg. Non eſſere in tutto quell' incomparabil trattato di quell' Illuſtre Ingleſe, un problema ſimile al propoſto*: tanto gli preme, che la fatica ſpeſa in queſta ricerca, gl' accreſca il pregio dell' opra, e gl' aumenti la gloria d' eſſergli riuſcito. Ma concedendogli, anche più, di ciò, ch' ei ſappia chiedere, intorno all' eleganza, e rarità di queſta ſua *analiſi paralogiſtica*; negherà egli, Che dalla propoſizione accennata, non s' accenda un gran lume, per regolarſi in queſta ſoluzione? Imperocche, ivi facilmente ſi vede; come debbaſi conſiderare la *reſiſtenza*; miſurare il ſuo effetto, ed a propoſito meſcolarla colla *forza centrale*, che ſi cerca, per poter giugnere alla bramata equazione: Ora preſuppoſti queſti lumi, rimane mai tanto difficile, quanto egli ci vorrebbe far credere, univerſalizare la propoſizione, e metterla in un' aria più maeſtoſa, e generale? Certa-

mente per la poca sperienza, ch' io hò in queste materie, io non credo, che siacene alcun' altra, nella quale si verifichi più, quel: *da ubi pedem figam, & terram movebo*. E incredibile, e forse egli stesso, se vorrà ingenuamente confessarlo, l' avrà più d' una volta sperimentato; quanto ogni piccol barlume, che ci si manifesti, è bastevole ad illustrarci la strada, per farci giugnere a cognizioni sublimi, che senza quello, sembravano prima inaccessibili al nostro intelletto. Quanto a me, che siccome mi protesto ora inettissimo a maneggiar queste materie colla debita destrezza; così molto più l' era cinque, ò sei anni sono; pure sù quei principj de' miei studj, posso asserire con verità: d'avere sciolto li più eleganti problemati, che siano esposti, ò negl' *Atti di Lipsia*, od in altr' opere; ajutato per lo più, da certi così piccolissimi barlumi, che contemplando, mi si erano presentati alla mente, che appena sembravano avere relazione alcuna, col proposto problema: Or che sarà poi in que' casi della natura del nostro, nel quale chiarissimamente si veggono spiegati, i fondamenti di simile soluzione, ed indicata la strada, che dee tenersi per arrivarvi? Sembrerà egli un gran che; ed un' opra eccedente la capacità de' *più deboli*: se seguendo quelle vestigie, s' universaliza più, e si rende più generale la soluzione? Io certamente, accorto, che mi fui, Che il Sig. *Neutoni*, avea ancor esso trattato simile questione; aggiunsi subito (come hò detto altrove) all' altra, che ne avea ritrovato, una nuova soluzione; e la sperienza, che mi fè veder facile l' arrivarvi, col ajuto di quella *proposizione*, mi fece anche risolvere, a manifestar a' *più deboli*, il fonte, d' onde potevan trar materia, per riuscire in questa elegante ricerca. Và in secondo luogo conghietturando il *Professore:* quali mai possano essere quei *più deboli*, in grazia de' quali io mi protesto, d' avere indicata la proposizione accennata del Sig. *Neutoni*: ed asserisce alla *fac. 75. vers. 5. seg. Che molti non sapendo ove trovar se li possano, li prendono per una Chimera dell' Apologista, se pur per questi, non intende gli Professori, che provano tanta difficultà nelle minime bagattelle*. Gran motivo di consolazione, mi porge con questo suo detto il *Professore*:

Non

Non mi sarei mai fatto a credere, d'essere io solo nel numero de'dilettanti *deboli* di queste rare speculazioni: Io certamente, sempre mi son persuaso, Che non tutti quelli, che si sono applicati a queste materie, v'abbino fatto un tal riuscimento, che sian giunti ad un grado sì eminente, che possino gareggiare co' più esperti *Professori*: Godo d' essermi ingannato, e d'essere io solo, e capo, e parte, di quell' infelice masnada, della quale, al più mi credeva un membro principale. Resta solo, che non mi venga scemata, questa a me sì cara (avvegnache miserabil) gloria, collo scoprirsi qualch' altro, che mi contenda, se non il primato, almeno la singularità della dignitade; dubito assai, che se quei *molti*, *che non sapendo ove trovar si possano quei* deboli, *li prendono per una Chimera dell' Apologista*; si faranno a replicar le loro diligenze nel cercarli, dopo lette le *riflessioni Geometriche dell' Articolo VII. del Tom. VII. del Giornale de' Letterati d' Italia*, e l' *Esame*, ch' io ne faccio; non m' abbino finalmente a ritrovare, od un Compagno, od un Superiore. Comunque però ciò siasi per riuscire: siccome io posso per verità affermare, Che quando trovandomi in quella falsa opinione, d'aver altri compagni *deboli*, amatori di questo calcolo; mi protestai di voler loro sovvenire, coll'avviso, ch'hò pubblicato, per facilitar la soluzion del problema; non ebbi una intenzione così temeraria, di porre nel catalogo di quelli, alcuno di quei *Professori*, che colle loro gloriose fatiche, si sono guadagnata la stima di tutti i Letterati; così pel contrario mi dichiaro, di non aver avuta la mira sì bassa, Ch' io abbia voluto, parlare per gente, tanto allo scuro di queste materie, e sì digiuni de' loro principj; che non sappia: *ò ridurre all' espressioni simboliche una qualche analisi*, condotta pienamente, e chiaramente a fine, coll' uso delle linee, e loro elementi dal suo Autore: ò che non distingua una costruzzione, d' un' *equazion differenziale* d' una curva *Algebraica*, dalla descrizzione ordinaria, e comune della medesima: ò pure, che non sia ancor giunto a capire; Che se nella somma di queste due quantità $a+x$. si presuppone l indeterminata x *infinitamente piccola*, la *costante* a niente si cambia; ma ri-

rimane nel suo esser primiero di quantità *assignabile*, ed *ordinaria*; Imperocche, io ben prevedea, che soggetti d'un ordine, così basso, e meschino; quando avessero conosciute le proprie forze: ò non si sarebbono avventurati, a por mano ad una ricerca tanto superiore alla loro abilità: ò se avessero avuto l'ardire maggior di questa; con tutta la notizia ricevuta, non vi sarebbono, che infelicemente riusciti, e sarebbono restati oppressi dalla sublimità del quesito: ò se ne fossero venuti fortunatamente a fine; ciò non sarebbe stato, che per accidente, e per mezzo di qualche *paralogismo*, che gli avrebbe alla cieca portati ad una legittima soluzione: e che per ciò, per loro sarebbe superfluo, e vano, quell'avviso opportuno, che tanto poteva giovare a più esperti, e periti almeno ne' principj più triviali di questa scienza.

Dissi *avviso opportuno*; perche il *Professore*, non potendo negare d'esserseне servito, ed averne fatto uso, avvegnache con poca fortuna, per non aver capito la maestria dell'insigne condotta, tenuta dal suo Autore; tenta di farlo passare, per *un' avviso, che non era, che in Idea, ed una allusione, a questa intenzione non più spiegata, contenuta in una Scrittura non istampata, nè mai venuta a sua notizia*; come scrive alla *fac. cit. vers.* 13. *seg.*; sul fondamento, d'aver' io scritto *pag.* 46. *vers.* 19.; Che, non solamente nel *Tom. III. fac.* 506. avvertii, Che il Sig. *Neutoni* alla *sezione* 4. *propos.* 15. *Lib.* 2. del *suo eccellente trattato*, avea sciolto un caso particolare del predetto problema; ma, che a ciò io avea *ancor voluto alludere in una seconda Dissertazione non impressa nel Giornale*: pretendendo di far credere, Che tutta la forza dell' avviso dato, consistesse nel periodo portato in quella seconda dissertazione, non impressa, (che stimai necessario per un' altro mio ragionevol motivo indicare,) e, che per nulla, e per *Ideale* dovesse reputarsi, quell' aver asserito apertamente nel *Tom. III. cit.* Che il Sig. *Neutoni* avea dato quella soluzione nella *proposizione* predetta: In fatti bisogna lodare la sottigliezza di questo buon galantuomo, che sà così francamente, e con partiti così ingegnosi, disimpegnarsi da' suoi im-

imbroglj, ed uscire sì gloriosamente delle contese letterarie; trascurando, e dissimulando ciò, che è chiaramente impresso, e chiudendo gl' occhi per non vederlo: E lui ancor più glorioso; se gli potesse venir fatto, d' appannar gl' occhi, ed offuscare a suo talento la vista, a chi legge; sicche giunto a quei luoghi, che lo tormentano, e lo stringono; ò gli passasse senza osservargli; ò gli vedesse sotto tutt' altro sembiante, che quello, che gli reca tanto affanno. Per altro egl' è verissimo, Che non era impossibile, che senza questo mio avviso, egli si fosse servito della *proposizione* accennata del Signor *Neutoni*: Ma, dovevasi credere ogn' uno così pratico, e perito nelle speculazioni di questo Signore, come s' è mostrato egli, con quelle si pulite, ed esatte *spiegazioni*, che ne hà dato nello *squarcio di lettera*, ch' abbiamo sul principio di quest' operetta disaminato? L' opera per se stessa è rarissima, nè così facilmente và per le mani di tutti; e chi non è *Professore* come lui; non può così speditamente penetrare i misterj, de' quali è tutta ripiena; ond' è facile, che una gran parte di quelli, sfughino dalla memoria di chi non gl' hà più che tanto sminuzzati: Anzi io posso dire, Che il Sig. *Bernulli*, ed io, avevamo già soluto il *problema inverso* delle forze centrali nel *voto*, ed il *diretto nel pieno*, senza sovvenirci, che il *Celebre* Sig. *Neutoni*, ne avesse date le sue soluzioni; che ritrovammo successivamente, solo qualche giorno appresso; mossi dal sospetto, che avemmo; Che detto Signore, il quale avea sì sottilmente trattata la materia delle forze centrali, non avesse lasciato, di fare ancor questa ricerca; parlando specialmente dell' *analisi* della *propos.* 15. *del Lib.* 11. rispetto al problema delle forze nel pieno: Tanto è vero; Che non basta aver letto quell' *Eccellente Libro*, per rammemorarsi subito, che vi si ritrova per entro, dimostrata qualche insigne speculazione; Perche non è da reputarsi soperchio, e di niun utile, l' avviso, che io ne volli dare a *più deboli*, acciocche potessero ancor essi, venire in cognizione della strada, che dovevan battere, per giugnere ad aver parte nella soluzione di questo elegante quesito. Ma lasciate le ciarle; passiamo a toccare un poco più sul vivo il nostro *Pro-*

fes-

fessore, con palesare più apertamente il *grosso paralogismo*, che hà commesso, nello scioglimento del nostro problema; e con esaminare, quali siano i nuovi artificj, ch' egli impiega in questo proposito, per uscire destramente d' affare; senza impegnarsi a difendere il principio, del quale s'è servito, per giugnere all' *analisi*, che appresso di me, *è in odor di paralogismo*; e far sembianti di difenderlo, e così farsi onore, appresso il vulgo sciocco, ed ignorante.

Capitolo XX.

Si dimostra chiaramente il grosso PARALOGISMO, *commesso dal* Professore *nella soluzione del Problema proposto dall' Autore*: di ritrovare le forze centrali nel pieno; *e si fà vedere, esser proceduto, dal non aver capito la notissima dottrina del* gran Galileo, *intorno alla discesa, ed ascesa de' gravi: Mostrandosi di più, lo sforzo vano, ch' egli hà fatto per isfuggire la difficultà, e rivolgere altrove il discorso.*

IO certamente, riflettendo alla gentilezza dal nostro *Professore* usata alla *fac.* 55. *vers.* 10. *seg.* con piegarsi ad AMMETTERMI PER BUONA *la soluzione del Problema da me proposto*; dopo averla condannata alla *fac.* 35. *vers.* 27., come in *nessun caso possibile à venire*; sento una non sò qual ripugnanza, a perseverare nel mio primiero rigore, d' accusare la sua, d'un *manifestissimo paralogismo*: dubitando, Ch' una sì risoluta costanza, nel mantener il mio detto, non possa parere un' argomento d' animo poco grato, verso *generosità sì nuova*, ed *insitata trá Geometri*, e non consueta, ove si tratti di *censure matematiche*, e *dimostrative*: Ma l'amore, che porto alla verità, costringendo-

 mi

mi di trascurare ogni mio privato vantaggio non, che certi doveri troppo scrupolosi; violentemente mi trasporta, non solo ad espormi ad una taccia tale; ma ancora a far poco conto del pericolo, che mi potrebbe sovrastare in qualche altra occasione; se il nostro *Professore* irritato dalla poca corrispondenza, che questa prima volta hà incontrato meco; chiudesse i fonti della sua benignità; e ritirando quei doni, che sì largamente mi hà dispensati, si facesse più rigorosamente a criticare le mie povere speculazioni; per farmi pagar la debita pena, di tanta bontà ingiustamente abusata, col non corrispondergli: *ammettendogli* vicendevolmente *per buona* la sua *soluzione*. Il perche, senza mettermi in apprensione de' futuri discapiti; con tutta la libertà, mi farò a dimostrare, quell' errore, che volentieri lascieri di metter più in chiaro; s'egli avesse saputo, almen col silentio, prudentemente meritar cotanto. Come osservammo dunque alla *fac.* 47., egli volendo determinare il *diminuimento* dello spazio, cagionato dalla resistenza, che soffre il mobile; sopra del quale tutta si fonda, e s'aggira l'*analisi*, che egli dà, del problema da me proposto: dopo aver fatto vedere alla *fac.* 32. *v.* 34. *seg.*, che lo spazietto gE, è *la diminuzione dello spazio, del quale* Bg *è mancante, rispetto al primo spazio* AB, così alla *fac.* 33. *vers.* 1. *seg.* acutamente argomenta: *Ora perche gli scemamenti di spazio, e di velocità, succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera, intero lo spazio AB*; (notisi la conseguenza) *starà lo sminuimento di spazio gE, all' intero spazio BE, ovvero AB; come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera*. Quindi à *vers.* 28. esprimendo co' *simboli* lo spazio BE $= ds$, e la velocità $= u$, col suo diminuimento $= -du$ (malamente, come abbiamo veduto di sopra, fatto negativo) attenendosi a' gettati fondamenti, ne cava questa analogia; gE, BE : : $- du$, u; dalle quali nasce questa equazione gE $= -duds : u$, che è l'anima di tutto quel suo raziocinio, che lo conduce all' altra (H) $Rds = -udu - fdx + gdy$, per tralasciare quella, che è marcata colla (G), che come abbiamo osservato è superflua. E quì è da osserva-

vare, Che (come consta dalle parole di sopra citate, ed egli confessa alla *fac.* 75. *verſ.* 27. *ſeg.*) egli assume, *Che la velocità del mobile* A, *vada continuamente ſcemando in tutto il tempo del paſſaggio; tanto per l' archetto* AB, *quanto per l' altro* Bg, *deſcritto nel medeſimo tempo del primo*: Ed in questa *Ipoteſi*, e presupposizione della velocità *variabile*, per tutto lo spazio, ò sia archetto AB, (per mettere il suo argomento in *forma*,) la discorre così: *Ove ſuccedono ſcemamenti di ſpazj, e di velocità in tempi uguali; stà lo ſminuimento dello ſpazio, allo ſpazio intero; come lo ſcemamento della velocità, alla velocità intera*: *Ma così è, che nel caſo noſtro, gli ſcemamenti gE di ſpazio, e* — du *di velocità, ſuccedono in tempi uguali a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera, intero lo ſpazio AB; dunque starà lo ſminuimento di ſpazio gE, all' intero ſpazio* BE, *cioè AB* (*ds*); *come lo ſminuimento di velocità* (— du) *alla velocità intera* (*u*): ed eccovi, come nell' *Ipoteſi* della velocità sempre *variabile*; sia vero, Che gE, BE (*ds*) : : — *du*, *u*; cioè, Che *stà lo ſminuimento dello ſpazio, allo ſpazio intero; come lo diminuimento della velocità, alla velocità intera*.

A mostrare *paralogiſtico* tutto questo raziocinio, basterebbe far vedere; come nominando gE = *dds*, da questa equazione *fds*. 2. = *uddds* (nella quale come abbiamo osservato, si presuppone la velocità sempre *la steſſa* per l' archetto *ds*, che è un *Ipoteſi* tutta contraria alla sua, che la vuole *variabile* in ogni punto del detto spazio), si diduce la stessa analogia *dds*, *ds* : : + *du*, *u* : Imperocche all' ora sarebbe manifesto, ed incontrastabile, Che non essendo possibile cavare da queste due presupposizioni contrarie, non che diverse, con argomento legittimo, e discorso sicuro, lo stesso conseguente: uno di questi raziocinj bisogna di necessità, che sia falso, ed erroneo: E perche la diduzzione di quella *analogia*, dalla predetta equazione, è fondata sopra principj stabili, certi, ed usati da tutti i *Geometri*, come è facile provare: ne siegue, Che manchevole, e difettuosa sarà l'altra strada battuta dal *Profeſſore*: Ma per non inviluppar'o in argomenti troppo sottili, e non poco lontani dalle cogni-

M 2 zio-

zioni comuni; proseguirò l' opposizione, che gli hò succintamente fatta, e leggiermente toccata, alla *pag.* 47. *vers.* 22., la quale essendo fondata sù la notissima, e triviale dottrina del *moto de' gravi, liberamente cadenti*, od *ascendenti*; considerati dal *nostro gran Galileo*; siccome è facile, che cada in pensiero a qualsisia principiante in coteste materie; così non è da lungi, che naturalmente presentandosi alla mente di quel suo *ingegnoso Scolare*, che al *Cap.* X. gli argomentò così esquisitamente in altro proposito contro; possa un giorno metterlo seco in gravissime angustie, per la necessità di sodisfarlo, dove non è possibile. Figurandoci dunque, ciò che non è impossibile; anzi è facilissimo ad avvenire: presupponiamo, Che il *Giovinetto*, ansioso di ben capire le *Riflessioni Geometriche* del suo Precettore, si faccia a diligentemente scorrerle, e per quanto gli permette la sua abilità, a maturamente esaminarle: ed essendo restato (se così vi piace) miseramente tradito, dalla sublimità di tutte l' altre precedenti dottrine, con tanta franchezza da un' uomo, cui crede cotanto divulgate; giunga finalmente a questo ultimo passo; e ritrovandovi stabilito, e confermato, ciò, che avea assunto alla *pag.* 33. *vers.* 1. *seg.*; cioè; *Che gli scemamenti di spazio, e velocità succedono in tempi uguali, a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera, intero lo spazio* AB; *starà lo sminuimento di spazio* gE, *all' intero spazio* BE; *come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera*; secondo il costume de' principianti, si faccia, a cercare la verità di questo argomento, in qualche caso particolare; e sia quello, che non gli può esser occulto, de' *gravi*, *ò cadenti*, *od ascendenti*; nel quale intervenendo, e *forza*, che spigne, e *tempo*, *e spazio*, *e velocità*, che sempre si variano; non può essere nè più facile, nè più acconcio, per certificarsi della verità, e sodezza del raziocinio del suo Sig. *Precettore*. Ora con quel noto principio in mano, che in quest' *Ipotesi*, le *velocità* sono come i *tempi*, e questi, e quelle in *ragion sudduplicata* degli *spazj*; paragoni: ò sia nella caduta gli aumenti: ò nell' ascesa gli diminuimenti, che succedono in tempi uguali, tanto di quelle, quanto di questi; nè truovi, Che con

tutta

tutta l' uguaglianza de' *tempi*; l' *aumento*, ò *sminuimento*, che si fà, della *velocità* nel secondo minuto d'un grave cadente, stia a tutta la *velocità*, ch' avea in fine del primo minuto; come l' *aumento*, ò *sminuimento* dello *spazio*, fatto in quello stesso secondo minuto, a tutto lo *spazio* percorso parimenti nel primo minuto: Tutto agitato ne' suoi pensieri, per questa contrarietà scoperta, trà la dottrina del suo *Precettore*, e quella da tutti i *Geometri* ammessa per buona, e legittima; a che altro può mai prudentemente risolversi, che a sentire l' oracolo, dalla cui riverita bocca, hà mille volte udito; non solo spiegare, ma meritamente lodare, e commendare la scoperta del *gran Galileo*, circa la bella legge, che osservano i gravi cadenti? Ed ecco come modestamente, ed umilmente argomentando, gli espone il suo dubbio, ed insieme mostra la di lui poca abilità, d' essere guida altrui in queste materie.

Se mal non intendo, ciò, che desidero sommamente d'intendere, (dice egli) V. S. *Eccellentissima* nella sua elegante soluzione del problema proposto alla *fac*. 503. *del Tom. III. de' Giornali de' Letterati d' Italia*, hà didotto; essere lo *scemamento*, (e forse per riverenza si guarda, di non mostrar d' accorgersi, che dovevasi ancor aggiugner l' *aumento*) dello *spazio* gE, all' intero *spazio* BE; come lo *sminuimento* della *velocità*, alla *velocità* intera; dal succedere questi *diminuimenti* di *spazio*, e *velocità* in *tempo uguale*; Ma così è, che io ritrovo *scemamenti* di *spazio*, e di *velocità*, fatti nello stesso *tempo*; senza che, alcuna di quelle stia all'intero *spazio*; come questi, all' intera *velocità*; addunque (*con sua buona grazia*) *il negozio non cammina così*: nè si può dal farsi que' *scemamenti*, nello stesso *tempo*, argomentare, che stiano nella proporzione assegnata. Pruovò la *minore*, con una dottrina, ammessa non solamente da lei, (che gl' anni addietro con tanta lode del suo primo Inventore me la spiegò:) mà approvata ancora da' più *Celebri Geometri* del nostro secolo; perche si convince vera, colla più rigorosa dimostrazione, che possa esigersi in materia di matematica: Questa è quella, della *caduta*, ò *ascesa de' gravi*, nella quale osservò

M 3 già

già il primo, il *Galileo*; che gli *spazj* corsi dal mobile, sono in ragione dupplicata delle *velocità*: tal che pigliando due misure diverse di tempo uguale, per cagion d' esempio, due *minuti* d' ora: se nel primo *minuto*, il grave cadendo (parlerò per più chiarezza prima della discesa, essendo facilissimo poi, da questa far passaggio all'ascendimento), e passando un *palmo* di *spazio*, acquistò un *grado* di *velocità*; passerà nel secondo *minuto*, trè intieri *palmi* di *spazio*, al fine de' quali averà due *gradi di velocità*; e così con questi quattro *palmi* di *spazio*, passati in questi due *minuti*, averà acquistati due soli *gradi di velocità*; ed ecco gli *spazi* scorsi in dupplicata proporzione della *velocità*. Ora in questo caso, a considerare gli *aumenti*, sì dello *spazio*, come della *velocità*, fatti nello stesso secondo *minuto*; ritrovandosi, che sopra quel primo *palmo* di *spazio*, passato nel primo *minuto*, due altri se ne sono aggiunti, con un solo *grado* di *velocità*, sopra a quel primo, ed unico *grado*, ch' avea in fine del primo *minuto*; chi dirà mai, (se non voglia *esporsi alle risa de' conoscitori*), che questo *aumento* di *spazio* di due *palmi*, fatto nel secondo *minuto*, stia a quel solo *palmo*, che hà passato nel primo; come l' *aumento* di quell' unico *grado* di *velocità*, fatto nello stesso *tempo*, all' altro *grado* di *velocità*, che avea acquistato nel primo *minuto*? L' *aumento* di due *palmi*, a quel solo *palmo* di prima; hà *proporzione doppia*; quando un solo *grado* di *velocità* aumentato; hà a quell' altro unico *grado* di prima, *proporzione* d' *uguaglianza*; ma una *doppia proporzione* a me sembra ben qualche cosa diversa, dalla *proporzione* d' *ugualità*: dunque in questo caso, si danno aumenti di *spazio*, e di *velocità*, fatti nello stesso *tempo*, senza che, l' *aumento* dello *spazio* a tutto lo *spazio* stia; come l' *aumento* della *velocità*, a tutta la *velocità*: dunque mal s' argomenta nel nostro caso, dal farsi questi *aumenti* nello stesso tempo; che abbi l' *aumento* di *spazio* allo *spazio intero*, la stessa proporzione, che hà l' *aumento* della *velocità*, alla *velocità intera*: E perche lo stesso raziocinio, rigorosamente anche vale, nell' *ascesa* d' *un grave*, che principiasse ascendere, con quei due gradi di *velocità*, ch' avea acquistati in fine del secondo *minuto*;

come

come accaderebbe, se il grave fosse un *pendolo*; nel qual caso, tanto l'*aumento* di *spazio*, quanto quello della *velocità*, si cambierebbe in *diminuimento* dell'uno, e dell'altra, fatto nello stesso *tempo*: dunque si dãno *diminuimenti* di *spazio*, e di *velocità*, fatti nello stesso *tempo*; senza che, lo *scemamento* dello *spazio* stia allo *spazio intero*; come quello della *velocità*, alla *velocità intera*: dunque in questo caso ancora, dal farsi questo *scemamento* in *tempo* uguale; mal si diduce, che abbi lo *scemamento* dello *spazio*, allo *spazio intero*, la stessa proporzione dello *scemamento* della *velocità*, alla *velocità intera*. Dunque V. S. *Eccellentissima* (e perdoni di grazia l'ardire, figliuolo d'un estrema brama d'apprendere) alla *fac.* 33. *vers.* 1. *seg.* mal concluse; che: *perche gli scemamenti di spazio, e di velocità succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega à percorrere colla velocità intera, intero lo spazio* AB; *stia lo sminuimento di spazio* gE *all'intero spazio* BE, *ovvero* AB; *come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera*. Di più, a me sembra, (dico sembra, perche a confronto dell'autorità di V. S. *Eccellentissima*, passo per meri sospetti, le dimostrazioni più concludenti, e rigorose), che se questo suo raziocinio sussistesse; nella discesa, ò sia ascesa de' gravi, gli spazj non sarrebbero più, in dupplicata proporzione delle velocità: ò pur queste, in suddupplicata di quelli, che è lo stesso. Mi permetta di grazia provarlo, ò per meglio dire spiegarmi così. Sia lo spazio scorso nel primo minuto di tempo, S; quello passato nel secondo, $S + ds$ (ds, e du, solamente denotano le differenze del primo spazio, e della prima velocità, dalla seconda; prescindendo dall'essere, od infinitamente piccole, ò nò); e le corrispondenti velocità siano u, ed $u + du$: ora facendosi questi aumenti (sminuimenti) di spazio, e di velocità nello stesso tempo, che il mobile hà impiegato a scorrere il primo spazio S; *starà* (questa è la di lei conseguenza), l'*aumento* (*sminuimento*) di *spazio* $+ ds$, *all'intero spazio* S; *come l'aumento* (*sminuimento*) *di velocità* $+ du$, *alla velocità intera* u; dunque $+ ds, S :: + du, u$, ò sia $S, + ds :: u + du$; dunque $S, S + ds :: u, u + du$, ed ecco lo spazio scorso nel

 primo

primo minuto, stare allo scorso nel secondo; come la velocità acquistata nel fine del primo, a quella, che hà nel fine del secondo: ed ecco in buon' ora distrutta l' accennata proporzione de' spazj, e delle velocità trà loro: ammessa fin' ora da tutti i *Geometri*, dal *Galileo* in quà, per dimostrata, e conclusa.

Tanto può opporre al nostro *Professore*, qualunque suo più debole *scolare*, e tanto io stesso gl' opposi alla *pag.* 47. *vers.* 17. *seg.*, succintamente in queste parole: *Ed ecco falso il conseguente, Che starà lo sminuimento di spazio gE, all' intero spazio BE, ovvero AB; come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera: Imperocche questo non si può in nessun modo didurre, dal farsi gli scemamenti predetti, in tempi uguali; altrimenti, ciò, dovrebbesi ancor concedere nella discesa, od ascesa de' gravi liberamente cadenti; il che pertanto è falsissimo.* Ora, che dirà egli, il nostro *Professore*, a questo fastidioso, ed evidente argomento? Qual sotterfugio troverà egli, per imbrogliare, e confondere il *Giovinello scolare*, giacche non è possibile sodisfarlo? mostrandosi egli assai perito, con questa notizia, della *legge della caduta de' gravi* alla mano, a nostri giorni sì comune, e vulgare; per non lasciarsi ingannare, dalle sue più gloriose speculazioni? Quì v' è *scemamento* di *spazio*, e di *velocità*, fatti nello stesso *tempo*; nè v' è quella proporzione, ed *analogia*, ch' egli ne avea sì francamente didotta: come dunque, da quel principio, trarre una conseguenza, che ad occhi veggenti, è falsa, ed illegittima? Vorrà egli ridevolmente sodisfarlo, col replicare, che fà alla *fac.* 76. *vers.* 7., & 8.: Che infatti questo è un' argomento, di cui non può mai darsene uno *più brieve, e più stringente*: la cui forza contro quella sua conseguenza è, Che è *falsa, perche è falsissima*? O pure, penserà egli di quietarlo, con richiederlo, a concedergli tanto spazio, per vedere *un poco*; *se quel piccol barlume, che l' Apologista cortesemente gli suppone trappelato alla mente, non sia più, che sufficiente a convincerlo, che non hà ben inteso; nè la dottrina del Sig. Neutoni; nè la natura delle forze, costantemente applicate*, come scrive à *vers.* 9.? Ma a queste ciance, ve-

vedendosi il *Giovinetto*, deluso dalla speranza, ch'avea, di sentirsi levare quella difficultà; quando anche la riverenza da portarsi al solo nome di *Precettore*, lo trattenga, dal prorompere in espressioni dovute ad una sì baldanzosa fiducia, d'ingannarlo, con non dir nulla, e parer di dir tutto: potrà egli mai contenersi, dal voltargli dispettosamente le spalle; e trà sè detestando una petulanza sì patente, e la disgrazia della sua passata istruzzione, andar con ragione brontolando, e dicendo: Che *falsa*! Che *falsissima*! Che *barlume*! Che *Apologista*! Che *Neutoni*! Che *forze costantemente applicate*! *Per sodisfare all' argomento proposto, e dimostrare, che in quella diduzzione, s'è proceduto da pubblico Professore*: e *non casualmente, e senza saperne, ed intenderne* il perche: *bisogna far vedere* (*secondo l'ampollosa promessa, fatta sul principio di queste Riflessioni alla fac.* 55. *vers.* 12. *seg., per ingannar, chi non intende*;) non con vane ciarle, e mal fondate conghietture; ma con argomenti dimostrativi, Che *non ostante, che nella caduta, ò ascesa de' gravi; gl' aumenti, ò sminuimenti di spazio, ò di velocità fatti nello stesso tempo, non abbino trà di loro, la stessa proporzione, che anno gli spazj, e le velocità intere: è nondimeno generalmente vero, Che; perche, nel caso nostro, gli scemamenti di spazio, e di velocità succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega a percorre colla velocità intera, intero lo spazio* AB: *starà lo sminuimento di spazio* gE, *all' intero spazio* BE, *ovvero* AB: *come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera*: *Il che in fatti sarà un dimostrare, ciò, che non è possibile a dimostrarsi; cioè, Che una proposizione generale affirmativa, possa sempre sussistere, a fronte d' una particolar negativa* dello stesso subietto, ò predicato; *come parlano* i Summulisti. E se a tanto giugne lo sdegno ragionevole del *Giovinetto*, che desideroso, di chi gl' accenda i lumi necessarj, per sicuramente camminare in queste scabrose materie; tocca con mano, essersi miseramente abbattuto, in chi solamente attento, a ferrar gl' occhi, ed a lui, e molto più, a chi gli potrebbe aver con suo svan-

tag-

taggio troppo aperti, per conoscere la sua debolezza; altro finalmente non cerca, che con una vana, ed artificiosa apparenza di lunghe dicerie, che nulla fanno a proposito, di addormentare i poco cauti lettori; senza alcun riguardo, al rispetto dovuto agl' *intelligenti* di queste materie, chiamati *Giudici*, e costituti *diffinitori* di sì miserabili artificj, usati per iscappar di mano a quelle difficultà, che non può in nessun modo disciorre; Se (dico) a tanto giugne la giusta ira del *Giovine*, a chi vuol imputarsi; fuorche alla poca perizia, (secondo al consueto ad avvenire,) unita a una somma arditezza in questo *Pubblico Professore*; che non avendo tanto capitale, che basti, per conoscere a lumi sì chiari, e noti fino a' principianti, la falsità de' suoi raziocinj; hà poi tanta animosità, per voler far sembianti di sostenergli, senza dir nulla, e di difendergli, con rivolgere altrove il discorso?

Capitolo XXI.

Il Professore *in vece di sciogliere l' opposizione fattagli nel capitolo precedente; che convince la sua soluzione del sopradetto problema, d' un puro* paralogismo: *tenta scansarne la forza con divertire il discorso; facendo all' Autore due delle sue solite difficultà, la seconda delle quali con un' esempio pellegrino, ed affatto nuovo, scioglie immediatamente la prima; ed include una dottrina, dirittamente opposta ad un' altra, da lui stabilita, sul' ingresso delle sue* Riflessioni.

MA veggiamo un poco; se dove questa infelice industria, non gli serve per isciorre l' opposizione, che con-

convince sua *analisi*, d' *un puro e manifesto paralogismo*, vagliali almeno, a fare una dolce vendetta delle sue atterrate, e sconfitte speculazioni, con mostrare giusta il terzo capo propostosi alla *fac.* 55. *vers.* 22. *Che innocentemente egli* (l' Apologista,) *s' è allacciato in una grave difficultà, la dove pretendeva d' averlo convinto d' un paralogismo nella soluzione del problema, intorno alle forze centrali nel pieno*; la qual grave difficultà conforme la spiegazione, che ne dà alla *fac.* 76. *vers.* 11. in luogo di rispondere a proposito all'argomento oppostogli; consiste, in *non aver ben intesa; nè la dottrina del Sig. Neutoni; nè la natura delle forze costantemente applicate*. Per ben capir la forza di questa nuova *osservazione*, e per gustar la gagliardia dello sforzo, che fà, per vendicarsi d' un colpo, che tanto gli duole, e l' affligge; privandolo di quella gloria, per acquistar la quale, egli s' è venuto a mettere imprudentemente in tante angustie: è da sapersi, come egli ancora avea notato alla *fac.* 75. *vers.* 35., ed io alla *pag.* 47. *vers.* 24. *seg.*; Che, dopo aver io dimostrato, che quella sua diduzzione impugnata poc' anzi dal *Giovinetto suo studiante*, non poteva farsi dal detto principio, Che *gli scemamenti di spazio, e di velocità si fanno nello stesso tempo* presupposte queste variabili; aggiunsi: *Ciò unicamente procedere, dallo scorrere quegl' archetti della curva con velocità sempre uguali, supposte variate ne' soli punti* A, *&* B, *ove principiano gl' archi; che è uno de' più artificiosi ripieghi del calcolo differenziale, praticato dall'* Incomparabil Neutoni *al luogo citato; con presupporre elegantemente, che le velocità sieno come gli spazi scorsi*: Ora il nostro gentil *Professore*, vestendo certe viscere di cortesia inusitata, per mitigarmi forse la confusione, che credea apportarmi collo scoprire, e mettere in chiaro sì grosso sbaglio, pigliato contro i principj più triviali del calcolo *differenziale*; si fà benignamente *con mia buona grazia* a dimostrare, (secondo l' impegno pigliato) alla *fac.* 76. *vers.* 2. Che *il negozio non cammina così; ma che quella supposizione; ch' io spaccio per uno de' più artificiosi ripieghi del calcolo differenziale, come scrive alla fac. cit. vers.* 11. *seg.*; non è, che un'incontrastabile argomento, *ch' io non hò ben*

in-

intesa la dottrina del Sig. Neutoni; che è la prima parte della risposta, ch' abbiam veduto, ch' ei dà in *forma* a quella opposizione, colla quale hò dimostrativamente fatto vedere, Che la soluzione, ch'egli hà preteso dare del problema mio, non è, che un *puro, e schietto paralogismo*. La dimostrazione dell' assunto suo impegno, che si trova stesa alla *fac. cit.*, per tutto il *paragrafo* 4. consiste in questo: Che movendosi il mobile per lo spazio infinitamente piccolo DE (fig. I.), secondo la *propos.* 39. *del Lib. I. del Sig. Neutoni*, la sua *velocità* in ogni punto del detto spazio DE, è come il lato quadrato della corrispondente area della curva BRF: Ora non *è egli chiaro come il Sole*, che queste aree, che sono ADFB, AdfB, AEGB, sono trà di loro disuguali; essendo la prima, minor della seconda, e questa minor ancor della terza, e che perciò sono variabili? Dunque tale ancora sarà la *velocità* in ogni punto di quello spazietto, e per conseguente questo sarà passato dal mobile con una *velocità*, in qualunque sia suo punto *diversa*; ed eccola non più *costante*, e sempre la stessa; ma *variabile*, contro quella dottrina *spacciata per uno de' più artificiosi ripieghi del calcolo differenziale*: e scoperta a lume sì chiaro, e bello, quanto lo è quello del *Sole*, un manifestissimo indizio, ed un irrepugnabile argomento della mia (ò sua?) ignoranza, che non m' hà lasciato conoscere, una cosa, che vedesi essere un *Teorema*, e non un' *Ipotesi*; e *compete a tutti i moti, che nascono da forze costantetemente applicate*, come conclude alla fine del paragrafo.

Guarda felicità, e chiarezza di discorso! Ma guarda altresì perizia d' un' *Uom Professore*; e mia buona fortuna, di non avere a perder il tempo, ò lambicarmi il cerabro, in istendere la risposta dovuta a un raziocinio sì vero! Se l' argomento della confusione, che credea apportarmi questo buon *Professore*, non avesse avute due teste; e consistesse solo in questa prima parte, che è; di *non aver intesa la dottrina del Sig. Neutoni*: io mi troverei irreparabilmente impegnato, ad insegnargli: come; avvegnache sia verissimo, che nel caso accennato le *velocità*, che sono sempre *variabili* per tutta la circonferenza della curva, lo siano necessariamente

in

in ogni punto ancora di qualunque sia suo minimo spazio; non per tanto nulla conclude contro di me quel suo bel'argomento; ma perche nella seconda parte di questo suo sforzo vindicativo, nel quale pretende far vedere, Ch' *io non hò ben intesa la natura delle forze costantemente applicate*; colla solita sua particolare, ed inarrivabil industria, e finezza nel procedere in queste materie sempre simili a se stesso; ben lungi di comprovare la mia ignoranza; non conoscendo la forza di quel, che dice; mi provvede incontanente della risposta: abbraccierò l' occasione favorevole, così opportunamente portami dalla sua perizia; sodisfacendo con un miracolo non consueto a vedersi, alla prima opposizione, colla seconda, ch' egli crede di farmi: Ecco dunque come colle stesse sue parole registrate alla *fac. cit. vers.* 35. *seg.* sciolgo francamente, e dirittamente l'argomento; *Imperciocche, con tutto, che i moti sù gl' archi AB, Bg, non siano equabili; posson non dimeno considerarsi come tali; perche la velocità in* A, *superando quella in* B, *d' una quantità infinitamente piccola rispetto a se stessa; ambedue in* A, *& in* B, *sono reputate come uguali; e così quelle ancora in tutti i punti dell' arco* AB; *addunque il moto in questo archetto, può considerarsi come equabile, e così il moto sul'altro* Bg. Ora potrammisi mai rimproverare improprietà di stilo troppo lussureggiante, se assomiglio i suoi argomenti, alla favolosa del pari, e famosa *Asta d'Achille*, che nel ferire risanava? Chi avrebbe mai potuto aspettare da me, una risposta più adequata, e calzante, per dimostrargli; Che l' essere realmente *variabile* la *velocità* in ogni punto, non solo della circonferenza della curva; ma ancora di qual si sia suo minimo archetto; niente pregiudica al potersi *considerare*, e *presupporre*, come sempre la stessa per tutto quello spazio infinitamente piccolo? E ciò, non è egli un'evidentemente provare, Che quel suo primo argomento, nulla conclude, contro, chi hà detto, non, Che la *velocità sia sempre costante*; ma che si deve *presupporre*, e *considerare come tale*? Leggasi il testo mio allegato alla *fac.* 47. *vers.* 25. *seg.*, e vedrassi, che io non dico, Che sia la *velocità realmente costante*, per l' archetto della curva, che si

con-

confidera fcorfo dal mobile; ma *che queste sono* **SUPPOSTE** *variate ne' soli punti* A, *&* B, *ove principian gl' archi, che è uno de' più artificiosi ripieghi del calcolo differenziale, praticato dall'* Incomparabil Neutoni *al luogo citato, col* PRESUPPORRE *elegantemente, che le velocità sono come gli spazj scorsi; il che, come è noto, non è vero, se non s'* INFINGANO *sempre le stesse per tutto l' archetto:* Da che evidentemente ne fiegue, che il noftro *Professore* medefimo, mentre pretende far vedere, Ch' *io non avea ben intesa la natura delle forze costantemente applicate;* non folamente mi provvede d' una rifpofta irrepugnabile, per fodisfare a quella fua prima oppofizione, colla quale s' era impegnato convincermi, *di non aver intesa la dottrina del Sig. Neutoni;* ma ci porge un' argomento chiariffimo, d' aver egli fcritto alla cieca, fenza faper quel, che fcriva; con un' efempio il più raro, e ridevole, che fiafi mai trovato appreffo alcun' altro difgraziato Apologifta; difendendomi dalle fteffe fue obbiezzioni, nel tempo fteffo, che fi crede impiegar fuo valore, nell' atterrarmi, e fconfiggermi; e quel che è ancora più curiofo, difendendomi con una mia fteffa dottrina, sì chiaramente efpofta; che fe foffe da lui ftata, od offervata, od intefa; gli moftrava evidentemente, Che non poteva aver luogo, nè la prima, nè la fua feconda obbiezzione; e che per confeguente, io non folo avea ben *intesa la dottrina del Sig. Neutoni*, e la *natura delle forze costantemente applicate;* ma che molto prima, glie l'avea infegnate; nel correggere quel fuo *paralogismo*, ed indicarne i fonti, e l' origine.

Ma via; per ufar feco tutta quella piacevolezza, che fi deve ad un debole, ed inefperto avverfario; diamogli ancora; Ch' io non abbia faputo; che avvegnache *i moti sù gl' archi* AB, Bg *non sono equabili, possono nondimeno considerarsi come tali;* fopra di che tutto fi fonda quefto fuo fecondo argomento: ne fiegue egli contutto ciò, quella feconda parte, che egli hà affunto a provare; cioè, *non aver io intesa la natura delle forze costantemente applicate?* Ditemi per carità, Che hà mai, che fare, la cognizione della natura delle *forze costantemente applicate;* col fapere, che una *veloci-*

tà

tà per se stessa *variabile*, si può presupporre *costante*, se il mobile con quella percorre uno *spazio* infinitamente piccolo? E' ella una necessaria conseguenza di quella, questa illazione; tal, che dall' esere applicata una forza costantemente ad un mobile; ne siegua, che la sua *velocità* possa pigliarsi per la stessa, quantunque sia di sua natura *variabile*? Io ritruovo ben sì, necessariamente ciò seguire, dall'infinita picciolezza degli *spazj* da percorrersi; ma non giammai dalla *natura delle forze costantemente applicate*: dov' è forza tale, nè v' è *spazio* infinitamente piccolo da percorrersi; non vale certamente il conseguente, *dunque la velocità per se stessa variabile può pigliarsi per costante*: quando pel contrario, posta questa condizione dell' essere lo *spazio infinitamente piccolo*: subito ne siegue la conseguenza predetta: E se non v' è questa necessaria connessione, trà la natura delle *forze costantemente applicate*, ed il potersi presupporre come *costante quella velocità*, *che per altro è sempre variabile*: come può mai presumersi, che dal non aver io conosciuto la possibilità di questa presupposizione, ne siegua: il *non aver intesa la natura delle forze costantemente applicate*? La sola conseguenza, che indi necessariamente deriva è: *il non aver saputo uno de' più pregievoli artificj del calcolo differenziale*, che è, *Che per ispazi infinitamente piccoli, una velocità, anche di sua natura variabile, può pigliarsi per costante*: ò vedasi se questa, è la stessa illazione, che secondo il suo solito ne volea tirare il nostro *Professore*; diducendo dal falsamente presuppormi ignorante di questo artificio, insegnato già tanto tempo prima, a lui stesso alla *fac.* 47. *verſ.* 25. *seg.*, Che io non *abbia intesa bene la natura delle forze costantemente applicate*. Se alcuno di que' moderni Filosofetti, che senza alcuna tintura di Geometria, avendo acquistato, ò dal *Gassendi*, ò dal *Cartesio*, qualche piccola cognizione, di particole *uncinate*, *cubiche*, *Piramidali*, e che sò io; ed una leggiera notizia, di *moto turbinativo*, *fermentativo*, ò *vertiginoso*: se le fanno tanto strepitosamente valere; od in certe loro mal condotte, ed efimere opericciuole; ò ne' loro cotidiani ragionamenti, e letterarie funzioni, che gli sentite, non solo render (commun-

munque poi ſel faccino) ragion di tutti i più famoſi, e rari effetti della natura, sù due piedi; ma farſi giuoco della ſemplicità d' *Ariſtotele*, *di Platone*, e d' altri Maeſtri antichi. Se (dico) alcun di coſtoro, tiraſſe d' antecedenti sì lontani; conſeguenze tanto mal' a propoſito; ſarebbe loro in certo modo condonabile; come a quelli, che ſendo privi, di quegl' artificj più fini, neceſſarj a perfettamente raziocinare, che ci derivano ſolo da quella *Geometria più ſottile*, che eſſi con la diſgrazia di non poſſedere, anno l' ardire di condannar, come inutile; non ponno, non dar più cadute, che paſſi, ne' ſuoi miſerabili diſcorſi. Ma, che un *Geometra di Profeſſione*, ed un puro *Matematico*; conduca sì infelicemente i ſuoi raziocinj; ed eſca sì apertamente di ſtrada in quelle ſpeculazioni, ch' egli intitola *Riſleſſioni Geometriche*, queſto al certo, non ſi può, nè ſi dee comportare.

Ma quì non finiſce la perizia del noſtro *Profeſſore*: Era poco, darci con gl'altri tutti, anche queſti due argomenti, sì evidenti della ſua inabilità in queſte materie, col porgermi innocentemente le mie proprie armi da difeſa in mano, credendo d' abbattermi, e d' atterrarmi; e diducendo una conſeguenza tanto diſcoſta, e lontana da principj, sù cui la fonda; ſe non ci manifeſtava anche più chiaramente il ſuo poco ſapere, con una delle più *palpabili contradizzioni*, che poſſano aſpettarſi, da chi ſprovveduto di ſofficiente memoria, non sà le coſe, che *Iſtoricamente*, e n' è ſolo ſuperficialmente imbevuto. Una certa ſtabilità, e coſtanza nelle propoſizioni, è quella, che ſuol far conoſcere; chi perfettamente poſſiede l' abito di qualche ſcienza, profondamente appreſa da' ſuoi principj, ben inteſi, ed eſquiſitamente capiti: faccianſi queſti, in cento milla diverſe circoſtanze, di luoghi, e di tempi, a diſcorrere della poſſeduta materia: ſempre ne didurranno le ſteſſe conſeguenze dagli ſteſſi principj, nè ſi ſcoſterranno mai un pelo, da quelle verità, che dieci anni addietro aveano ſtabilite. Tutto il contrario: chi sbalordito più toſto, che iſtruito dalla ſublimità delle altrui ſpeculazioni, non ne hà, che quella leggiera tintura, che gli derriva, dall' averne a forza di ſtento, fomentato, ò dal genio, ò dall' intereſſe,

iſto-

istoricamente, ed a memoria, imparati i fondamenti; a pochi passi, che vi dia per entro, vacilla; ed impegnato a proseguire un poco a lungo il discorso, s' inviluppa in mille proposizioni contrarie, e và finalmente a cadere in apertissime contradizzioni. Tanto è avvenuto al nostro *Professore* in questa occasione; nella quale trasportato dalla brama vemente, di far spiccar suo valore, e di vedermi confuso; si serve d' una dottrina per altro verissima, ma da lui risolutamente condannata sul principio di queste sue *Riflessioni Geometriche*. Leggasi la *f.60.* a *v.* 28. *f.*; e troveransi riprovato il mio metodo d' investigare il canone delle *forze centrali nel voto*, dato alla *pag.* 496. *del Tom.III.* come *fondato sù la falsa Ipotesi, Che lo spazio infinitamente piccolo* EF (fig. IV.,) *venga scorso con una velocità costante; in cambio che, il moto per questo, è sempre accellerato, e in queste circostanze* NON PUO MAI CONSIDERARSI EQUABILE. E pure eccolo tutto diverso da se stesso, non più ricordevole della stabilita proposizione, dimostrare, Ch' io non *hò intesa la natura delle forze costantemente applicate*: *Imperocche*, come si spiega alla *fac.* 76. *verf.* 35. *seg.*, *con tutto, che i moti sù gl' archi* AB, Bg *non siano equabili*, (Che vuol dire, siano sempre accellerati, ò sminuiti) POSSONO NONDIMENO CONSIDERARSI COME TALI, cioè, POSSONO CONSIDERARSI COME EQUABILI; ed ecco due delle più chiare *proposizioni contradittorie*, che si diano in buona *loica*; cioè, che il moto accellerato per uno spazio infinitamente piccolo, SI PUO, E NON SI PUO CONSIDERARE COME EQUABILE: ma forsi non saranno (come parlano le scuole) de *eodem subiecto*, e nelle stesse circostanze; perche ivi il mio spazio è EF, e quì è AB; quivi è un' arco *infinitamente piccolo*, ed ivi è un' *elemento* di retta linea. Io scherzo, ed egli, se non s' applica, a questa difesa, s' appiglierà facilmente a qualche *interpretazione* niente differente da questo giocoso sotterfugio, per sostenere tutti, e due questi suoi detti. Ora vogliam noi credere, che se questo publico *Professore* possedesse a fondo i principj del calcolo differenziale, per insegnare il quale, ascende giornalmente la

cattedra; e scientificamente sapesse i fondamenti di quell' arte, nella quale deve farsi guida alla gioventù; si fosse fatto a comprovare una proposizione, che avea poche carte addietro sì palesemente condannata? Svanitagli la memoria, di ciò, che avea poco innanzi detto, perche l'avea veduto dire, in occasione di caso differente, con verità da qualch' altro; tutta la sua scienza, è ita in fumo; e per difetto di rimembranza, ci hà fatto conoscere la poca sodezza del suo sapere. Gran disgrazia, che sì di rado, s' uniscano insieme, e perfezion di memoria, e sublimità d' intelletto!

Capitolo XXII.

Il Professore *fà vista astutamente di credere, Che il suo* Paralogismo *non richiegga al più, che una leggiera spiegazione de' suoi detti: e per darla, si serve d' una dottrina sumministratagli dall' Autore, come fosse propria, nè quello, ne avesse mai scritto nulla.*

MA forse che, in tanta penuria di lumi, per impugnarmi concludentemente, ò per didurre almeno legittimamente le conseguenze connesse a' principj, senz' alcun proposito adoperati; gli è mancata la consueta industria artificiosa, d' approfittare delle cognizioni, che gli hò sumministrato, senza confessare d'essermene tenuto? Pensate: Egl' è il vero, che la dottrina della quale si serve, come che a proposito, per correggere il *paralogismo* commesso, nella soluzion del problema proposto; essendo non dimeno lontanissima per ispiegare i suoi detti, e tirarli a qualche buon senso, come egli astutamente affetta di fare; facilmente si palesa per pellegrina, e forastiera in sua bocca, e si fà conoscere per lavoro, di mente diversa dalla sua: tuttavia, perche quell' unico fine, che s' è prefisso di gettar polvere negli occhi a chi legge, glie ne fà fare un' uso sì franco, e risoluto, che sembra aver posto in lei tutto il fondamento di sua appa-

ren-

rente difesa; è necessario levargli ancora il profitto d' una fraude, che potrebbe ingannar qualche semplice. A questo oggetto osservisi, che io, dopo aver dimostrato alla *fac.* 47. *verf.* 20. *seg.* quanto egli illegittimamente da quel suo principio; *di farsi gli scemamenti di velocità, e di spazio nello stesso tempo*, ne diduceva per conseguente; *lo stare quella a questo; come il suo sminuimento allo scemamento di questo*; soggiunsi alla *fac.* 48. *verf.* 8. *seg.*, essere questo *solamente legittimo, dove si faccia come fece quel gran Maestro in quest' arte, il Sig.* Neutoni, *che attenendosi alla prima Ipotesi* (che era, di pigliar per *costante* la *velocità* per tutto l' archetto, ed in ragione de' *spazj*, in tempi uguali) *c' insegnò senza ambiguità, come andavan maneggiate queste materie, felicemente, e legittimamente cavando questa analogia*; $ds, ds \mp dds :: u, u \mp du$: dimostrandogli in questo modo la strada, che dovea tenere per correggere il *paralogismo*, che avea sì grossolanamente commesso. Ora egli, facendo sembianti di rispondere all' opposizione, ch' io gli feci, con quella sua dottrina, che abbiam veduta *contraddittoria* all' altra, stabilita sù l' ingresso di queste *riflessioni*: da quella, come se nulla sopra ciò si ritrovasse da me insegnatogli; ascendendo secondo il suo costume in cattedra, ne cava questa conseguenza alla *fac.* 77. *verf.* 5. *seg.* Ora, *essendo questi due archi, descritti in tempi uguali; starà lo spazio* AB (*ds*) *allo spazio* Bg (*ds* $\mp$ *dds*) *come la velocità intera in* A (*u*) *alla velocità in* B (*u* $\mp$ *du*); *e convertendo, starà il diminuimento dello spazio* gE, *allo spazio intero* AB, *ovvero* BE; *come lo scemamento di velocità, cioè l' eccesso, con cui la velocità in* A *supera quella in* B, *alla velocità in* A; che in effetto (come appare da i simboli, che a bello studio hò aggiunti alla prima parte di questo suo testo) altro non è, che l' *analogia*, ch' io gli hò somministrato; cavata dallo stesso principio del presupporsi la *velocità*, colla quale nello stesso *tempo* si percorrano dal mobile, i due archi AB (*ds*), Bg (*ds* $\mp$ *dds*) (per correggere il suo errore) sempre *la stessa*, e non *variabile*, come egli confessa alla *fac.* 75. *verf.* 27. *seg.*: d' avere nella sua soluzione presupposto: quindi, come se con questa *riflessione*, pigliata in pre-

ſtanza da me, (ſe piglia in preſtanza, chi cela furtivamente il nome dell' Autore, e volge il beneficio in onta del ſuo credito) levaſſe ogni equivoco, e dileguaſse una ſemplice difficultà, cagionata da qualche ſua oſcura maniera di ſpiegarſi; colla ſolita franchezza conclude alla ſteſſa *fac.* 77. *verſ.* 10. *ſeg.* Che in *queſta maniera deve pigliarſi la coſa; come tanto chiaramente appariſce dalla più volte già rammentata prop.* 39. *e dall' anneſſa dimoſtrazione del Sig. Newtoni*. Ma quale è mai quella COSA, che và ſpiegata così? Dov' è quel teſto, del quale or ſi parla, di cui ſe ne tolga l' ambiguità, coll' accennata mia dottrina? Io chiaramente, (come hò già fatto vedere) hò ſpiegato che; avvegnache la *velocità*, ſia ſempre *variabile* in ogni punto degl' archetti predetti; ſi può, anzi ſi deve preſupporre *coſtante*, per poter legittimamente trarne quella conſeguenza: talche dunque ciò, non richiede alcuna ſpiegazione; nè queſta può eſſer quella COSA, ch' abbiſogni d' eſſer così chiaramente dilucidata. S' intende l' artificiuolo, ed è paleſe l' induſtria infelice del povero *Profeſſore*: Ei non avea, che riſpondere all' argomento, che convince di *paralogiſmo* la ſoluzione, ch' hà dato del problema delle *forze centrali nel pieno*; hà tentato di far credere almeno a' più ſemplici, d' aver replicato, e riſpoſto a propoſito, colla ſpiegazione di quanto gli hò participato perche ſi corregga; e così fingendo, che quel ſuo errore, al più non richiegga, che qualche amorevole *interpretazione*, per eſſer tirato a buon ſenſo, hà animoſamente concluſo; *Che la coſa andava inteſa così*. E che! Sig. *Profeſſor* mio: Quel voſtro fallace argomento, col quale perche *gli ſcemamenti di ſpazio, e di velocità ſuccedono in tempo uguale*, concludete, che lo *ſminuimento di ſpazio, ſtarà all' intero ſpazio; come lo ſminuimento di velocità, alla velocità intera*; non richiede altro, che eſſere ſpiegato, colla dottrina, ch' io v' hò ſumminiſtrato del Sig. *Newtoni? Hi meccere:* queſto non è il Clima da far credere certe bagattelle; perche: *Et pueri naſum rinocerotis habent*. Biſognerebbe bene; che chi legge: non ſolo foſſe ſemplice, ma ſciocco affatto: ſe dopo tanti chiari avvertimenti, che gli hò dato; intorno a queſto *paralogiſ-*

mo,

sto, si lasciasse tirare a passarvi per vero; Che un'errore fondato sù un falso raziocinio, che presuppone *la velocità sempre variabile*; non *corretta*, e *riformato* del tutto; ma vada solamente *spiegato* con una dottrina dirittamente à quella opposta; la quale assume la *velocità invariabile*, e *sempre costante*, e con un discorso legittimo, ed isquisito, parteciparovi, per ajutarvi a rientrare con decoro sù la vera strada della perfetta soluzione: E questo non è egli, non solamente un' abusarsi della simplicità di chi non pesca a fondo in queste materie, e (diciam così) solo le gusta a fior d'acqua, e superficialmente; mà un' approfittare ingratamente, de i lumi, ch' io gli hò con tanto candore communicati; per renderlo abile, ad entrare a parte della gloria di questa soluzione, della quale s' è mostrato, e con ragione, sì ardentemente invaghito?

Capitolo XXIII.

Si danno quattro formule differenti, del Problema proposto dal* Professore *in fine della sua dissertazione.

STracco finalmente il mio *Professore* per quella nojosa *dissertazione*; e stanco d'una serie sì lunga di sottilissime speculazioni, e soprafine *Riflessioni* tutte *Geometriche*; ristora il tedio sofferto, e rifocilla il cerabro languente, terminando la sua gloriosa fatica, con una più gloriosa ricerca. Questa consiste, in quell' elegante *problema*, che propone da sciorre a tutti i *Geometri*, al *num.* 4. *fac.* 77. intorno alle *forze centrali*; e che da lui vien giudicato, che non sia per esser stimato indegno della *curiosità loro*: Ed eccolo esposto colle sue proprie parole: „ Egli è già certissimo, che avvegna-„ che il problema inverso delle forze centrali nel voto, di „ cui tanto fin' ora s' è favellato, generalmente considera-„ to, è meccanico, (ovvero come oggi s' è solito di parla-„ re) trascendente; niente di meno, infiniti sono i casi par-„ ticolari, che rendono il Problema Algebraico, e summi-

 nistra-

„ niſtrano delle curve coſtruibili, ſenza le quadrature del-
„ le figure curuilinee. Si dimanda dunque *Una formula generale di quelle forze, che racchiuda tutti i caſi poſſibili, che ſumminiſtrano curve Geometriche, coſtruibili independentemente dalle quadrature*: E perche non vi ſia, chi ſtimandone lo ſcioglimento impoſſibile, non abbia il corraggio di tentarlo, e lo ſpirito di provarviſi; egli mettendoſi generoſamente alla teſta, ne fà vedere in effetto la ſtrada aperta, ed abbattuto felicemente ogn' oſtacolo, colla *formula deſiderata*, che ne dà nella ſeguente equazione, riformata, ſecondo la correzzion, che ſi vede alla fine del *Tom. VIII.* de' *Giornali*: Egli dunque, ci aſſicura, ed impegna ſua fede; Che la regola, che hà dato a *c.* 322. del *V. Tomo* di queſto *Giornale*, (e che quì troverete alla *fac.* 29. *verſ.* 24. *ſeg.*) *adoperata con deſtrezza, vi condurrà felicemente* ad $f = nn\,(xABB - 2AAB - xAAC + 4cAB - cxBB + 2cxAC + 2ccB + ccxC) : x.5.B.3. + 1 : x.3$; nella quale (come egli ſpiega,) le x ſono le *ordinate* della *curva in queſtione*, che *partono tutte dal centro, ove s'indirizzano le forze*; e f *queſte forze centrali*: A *denota qualſivoglia quantità, data in* x, e *quantità coſtanti*; $B = dA : dx$, $C = dB : dx$, le c, ed e, *quantità date, ovvero coſtanti*, e n *qualſivoglia numero razionale, intero, ò pur rotto*: *tutta la quantità nella parenteſi, s' intende multiplicata con* nn, *e il prodotto diviſo per* x.5.B.3; ed *alla frazzione indi naſcente, aggiunta l' altra frazzione* 1 : x.3; Queſto è il queſito, eſpoſto con chiarezza, ed iſpiegato con diligenza, non gli ſi può contraſtare: Io però non sò; ſe ſiaſi per ritrovare alcuno, (non dirò *molti*) di quei *Geometri*, a' quali è indirizzato il problema, che ne reputi la ſoluzione impoſſibile, come ſi perſuade il noſtro *Profeſſore*. E chi può mai eſſere nel numero di quelli, così diſgraziatamente iſtruito, cui non ſia nota la maniera di ridurre l' equazione *differenziale* delle ſezioni coniche, riferite al ſuo *foco*, all'*Algebraica*, e comune, colla quale ſi riportano all' aſſe? Sù queſta notizia finalmente s' aggira tutto l' artificio, che deve adoperarſi per giugnere felicemente allo ſcioglimento predetto; onde a chi non arriva nuova, (come certamente non arriverà

rà

rà ad alcuno de' *Geometri*, quando non sian di quelli, ch'io chiamai *i più deboli*) non può essere, (non dico) occulto, ma difficile, il modo di sodisfare al quesito: Ma presuppo-niamo pure; che, ò vi sia trà *Geometri* anche più, che mezzanamente periti, chi non è fornito di questa cognizione; ò che il nostro *Professore* col nome di que' *molti*, abbia voluto significare que' *più deboli*, ch' egli con molti, *non sapendo, ove poter trovarsi*, a la *fac.* 75. *verf.* 5., li prendea *per una Chimera dell' Apologista*; Vogliam noi credere, che appresso di questi, abbia avuta tutta quella forza, ed efficacia, ch' ei si promette, per disingannarli, ed assicurarli della possibilità di questa soluzione; quella *formula desiderata*, che senza alcuna dimostrazione ne hà dato? Io facilmente accordo, che quando alcuno di que' famosi soggetti, accreditati da tante insigni speculazioni, colle quali anno arrichita la *Geometria più fina*; avesse porto al pubblico una simigliante sicurtà; dell'esser possibile lo scioglimento di qualche problema: sù la loro autorevole fede; potea, e dovea chi si sia, ciecamente intraprendere la ricerca; senza timore di perdere in vano il tempo, e la fatica, cercando una cosa, che non fosse possibile a ritrovarsi: Così se per esempio, un *Neutoni*, un *Ugenio*, un *Lebnizio*, od un *Bernulli*, ci avessero assicurati con una simile maniera, della possibilità di qualche elegante soluzione; non vi sarebbe stato, chi avesse potuto ragionevolmente dubitar de' detti loro, e trattenersi dal metter le mani all'opra, sul dubbio d' affatticarsi in vano a cercar l' impossibile: Anzi di più, io voglio ancora concedere, che l' autorità, che concilia al medesimo nostro *Professore* la Cattedra, che tanto l' illustra; potesse, e dovesse richiedere un' ugual fede, e meritare una simigliante credenza, prima, che egli fosse comparso sul *nostro Giornale* con quelle sue trè *dissertazioni*, intorno alle *forze centrali nel voto, e nel pieno*; Ma chi poteva, e potrà mai più assicurarsi di lui, e fidarsi a' suoi detti, dappoiche s' è mostrato capace di pigliar granchi sì grossi in queste materie; e s' è fatto conoscere per così poco perito in maneggiar questo calcolo? Se a lui si credeva; quando mai si sarebbe tentata la *soluzione generale* del pro-

blema delle *forze centrali nel voto*? Egli, in quanto era in lui, ce l'avea dato per *impossibile*: ed avea pronunziato, Che altri non l'avrebbe *forse mai potuto generalmente sciogliere*: E pure, era egli solubile, ò nò? E per tralasciar tante altre cose, colle quali ci hà aperti gl' occhi per conoscere l'autorità de' suoi detti: non ci avea egli dato pel contrario, possibile, il problema *di costruire*, senza le quadrature, quella *equazione differenziale delle sezioni del cono, riferite al suo foco*; la quale si cava dal caso particolare delle forze centrali nel voto, quando queste sono in *ragion reciproca duppliccata delle distanze del mobile dal centro*? Non s'era egli vantato, d'aver perfettamente soluto il mio *problema delle forze centrali nel pieno*? Secondo suoi detti, non era egli *impossibile*, che il *triangolo*, si descrivesse da forze centrali, che avessero trà di loro la stessa proporzione, che anno quelle, in vigor delle quali, si descrivono le altre sezioni del cono? E per non andar più a lungo, in una cosa, che si vedrà chiara anche in questo stesso problema; non era ella *impossibile* la *formula*, ch' avea dato io, per la soluzione del problema delle forze centrali nel *pieno*, se si ammetteva la sua autorità? E pure in tutte queste sue proposizioni, ve n'hà egli solamente una, che abbia la minima ombra di verità? Io me ne rimetto alle dimostrazioni, che ne hò dato a suo luogo in questo *esame*, le quali ci mostreran chiaro, di che forza, e momento potesse essere, quella *nuda formula*, che volle darci, per autenticare la possibilità della soluzione del problema proposto, e per disingannar que' *molti Geometri*, che credessero il contrario.

Ma per venire una volta alla soluzione del proposto problema; Egl' è noto, secondo i principj indicati di sopra, che nella nostra equazione particolare del problema delle forze centrali nel voto; cioè, quando *queste sono in ragion reciproca duppliccata delle distanze del mobile dal centro loro*; il membro $dx : \overline{nxx = 1 + 2bx \cdot 1:2}$; fatte le operazioni necessarie per quella *riduzzione*, si cambia legittimamte in quest' altro $- dm : \overline{cc - mm \cdot 1;2}$; posto per abbrevia-

viare $n + bb = cc$: E perche questa quantità, qualunque si possa mai essere il valore di m, composto della quantità x, ed altre *costanti* a piacimento, si può sempre ridurre a quel tal'arco circolare, che richiede la nostra *Ipotesi*; quindi facendo $- dm : \overline{cc - mm} . 1 : 2 . = dx : x, \overline{nxx - 1 - 2xx\int fdx} . 1 : 2$; fatte le debite operazioni, averemo finalmente:

$f = \overline{p.3.xx + mppx - mmqx + ccqx + 2ccp - 2mmp} : \overline{p.3.}, \overline{x.5.}$, che è la *formula* generale delle *forze centrali*, requisite, perche la nostra equazione, sia sempre d'una curva *Algebraica*: nella quale, m denota qualunque siasi quantità, data per x, ed altre *costanti*, come abbiam detto; $p = dm : dx$, & $q = dp : dx$; e perche, siccome s'è avvertito, $cc = n + bb$; sustituendo questo valore nell'equazione predetta, ne verrà $f = \overline{p.3.xx + mppx - mmqx + bbqx + nqx + 2bbp + 2np - 2mmp} : \overline{p.3};\overline{x.5}$. nella quale n, e b sono due *costanti*, ad arbitrio sì; ma sempre quelle stesse, che si ritrovano nell'equazion *differenziale* del caso particolare, per le forze *in ragion reciproca dupplicata*, *delle distanze del mobile dal loro centro*; il che, per non essere stato osservato, e conosciuto dal nostro *Professore*, almeno circa la lettera n, è stato l'origine d'un grosso errore, che hà commesso nell'applicazione dell'equazion generale, alla particolare: il quale gl'hà renduta falsa la soluzione, come appresso faremo manifesto. In questo canone, che è il più semplice, ed ispedito, che possa darsi pel nostro problema; io hò stimato più a proposito, e comodo, introdurre lettere ordinarie dell'a bi ci, e non le majuscole, delle quali si serve il nostro *Professore*: per altro, chi amasse vedere questa conformità d'espressioni, potrà farlo a suo diletto, sustituendo in luogo di m, A; di p, B; e di q, C; siccome anche per n, ee, e per b, il suo c; e vedrà la mia *formula* cambiarsi in un'altra, espressa colle stesse lettere, che hà quella del *Professore*; avvegnache però, e più breve, e di-

diversa in certi termini dalla sua. Ora a cagione di questa diversità, dovrassi egli subito con quella sua facilità, stabilire magistralmente; *Addunque in nissun caso può venire*, la sua? Chi fosse di sì poca, e miserabil levatura, che ad ogni varietà d'espressione, cadesse a falsamente persuadersi, sustanziale diversità ne' *canoni*, ò sian *formule*; non troverebbe cosa più ragionevole della sua precipitosa condotta, in decretare; che un' equazione diversa da quella, che si stima legittimamente trovata, *non può in nessun caso venire*: ma un tantin di pratica in questo calcolo, facilmente ci disinganna; essendo cosa frequentissima, vedere la stessa soluzione, espressa con due *formule*, di faccia diversissima, come che, con una leggieri alterazione delle quantità, possa ridursi una, a rappresentare appuntino ancor l' altra; onde la nostra formula, che espressa co' suoi simboli, ci darebbe

$$f = \overline{xABB - xAAC + ccxC + eexC - 2AAB + 2ccB + 2eeB} :$$

B. 3; x. 5. + x. 3; minore d' un termine, ed in molti variante dalla sua; sustituendo in luogo di A, la quantità A − c, si cambierà precisamente in quella, ch'egli ci hà dato per la soluzione del problema; sicche col favore di quella miserabile lettera c, che abbiam sottratta dal nostro A; eccoci fuori di necessità, di ricorrere a quelle tante, e sì sottili *interpretazioni*, che gli è convenuto mettere infelicemente in opra, per salvar quel precipitoso decreto, che avea pronunciato, del non potere *in nessun caso venire* la mia *formula* del problema delle forze centrali nel *pieno*; solamente perche, era diversamente espressa, e sotto altro sembiante, che la sua; sopra la quale alla per fine, (come abbiamo veduto) è stato costretto, roversciare tutta la riprovazione, e far cadere quell' inconsiderato decreto; correggendo così un'errore, troppo precipitosamente commesso, nel condannare le mie *formule*, che non intese; con un'altro di rigettar le proprie speculazioni, miserabilmente inventato, per coprire la vanità d' una critica mal fondata, ed infelice; Quanto alla nostra soluzione del problema, che come abbiam veduto, ci porta a quelle due *formule* diverse; una delle quali è la ritro-

Digitized by Google

trovata dal noſtro *Profeſsore*; ſi può ancora ottenere con altre due, le quali avvegnache ſiano fondate sù lo ſteſſo principio, e perciò vengano condotte collo ſteſſo metodo; poſſono non di meno paſſare per altrettante diverſe maniere di pervenire allo ſcioglimento del queſito; procedendo, non da un' alterazione arbitraria della prima; ma da una varietà ſuſtanziale, di certe operazioni, neceſſariamente requiſite, per rendere integrabile la noſtra primaria equazione: queſte ſono le ſeguenti, eſpreſſe per più comodo co' noſtri ſimboli.

$f = \overline{p.3.xx - 2nm.3.ppx + mppx - 3bmmppx + 2bm.3.qx}$
$\overline{- nm.4.qx - mmqx + 2m.4.np} \; \overline{- 2mmp + 4bm.3.p} :$
$p.3;x.5.$, e parimente $f = \overline{ccp.3.xx - 2ccmppx - 2m.3.}$
$\overline{ppx + c.4.qx} \; \overline{+ 2ccmmqx + m.4.qx} \; \overline{+ 2c.4.p + 4ccmmp +}$
$\overline{2m.4.p} : ccp.3;x.5.$: E con tanto, penſiamo d' aver pienamente ſodisfatto al queſito propoſto.

Capitolo XXIV.

Si eſamina la ſoluzione del Profeſsore; *e ſeguendo i ſuoi principj di calcolo, ſi moſtra, che nell' applicazione, che ne hà fatto al caſo particolare, l' hà renduta difettuoſa; per non avere capito la natura del problema, ch' egli ſteſſo hà propoſto.*

PEr farci ora a diſcutere, ed a pettinare un poco la ſoluzione del noſtro perito *Profeſſore*; è da ripigliare queſto negozio da' ſuoi principj, e conſiderare un pò dapreſſo la natura del problema; per vedere diſtintamente tutto il progreſſo, e dimoſtrare evidentemente, come: avvegnache, al

al suo solito, qualche fausto accidente l' abbia portato alla vera sua soluzione; egli non dimeno nell' applicazione, che ne hà fatto ai casi particolari delle *sezioni coniche*, e del *cerchio*, riferito ad un' estremità del suo diametro; vi cammina per entro, si poco sicuro, e ne conosce sì male la natura; che rende la soluzione, che per altro ne avea esquisitamente dato, imperfetta, e di niun valore. Come dunque è manifesto; la quistione proposta dal nostro *Professore*, tende a trovare una *formula* generale, delle forze centrali, la quale sia tale: che sustituita in luogo di f; ò nella mia, ò nella sua equazione, cavata dalla soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto; sempre ci renda l' equazione predetta, (che di *sua natura è meccanica*, *ovvero come oggi si è solito di parlare trascendente*) *Algebraica*, e tale, che *ci somministri delle curve costruibili*, *senza le quadrature delle figure curuilinee*, come egli stesso scrive alla *fac.* 77. *vers.* 20. *seg.* Sicche bisogna in primo luogo, che l' equazione, ch' egli ci hà dato alla *fac.* 61. *vers.* 26., ed altrove alla *fac.* 29. *vers.* 5., cioè, che questa equazione $dy = aadx : \overline{abxx - 1xx\int fdx - a^4}^{\,1:2}$. fatta la sustituzione del valore di f, provegnente dalla soluzione del presente problema; sia sempre d' una curva *Algebraica*, costruibile independentemente dalle quadrature, ò rettificazione delle figure curuilinee; perche in fatti quella è l' equazione della quale fin' allora si era tanto parlato, e che è l' unica, e sola, alla quale può far ricorso, chiunque voglia in qualche caso particolare sperimentare; se la soluzione data, è vera, e legittima; non ritrovandosene alcun' altra, ò indicata, od' esposta dal *Professore* nello sciogliere, che fà il presente problema, ed applicarne la soluzione a i casi sopradetti particolari. In secondo luogo bisogna, che le regole date da lui siano tali, che in niun caso particolare, ci possano mai condurre ad un' espressione di forza, che competa a curve, che non sono *Algebraiche*: imperocche; ò nell' uno, ò nell' altro caso, che mancasse; la sua soluzione, sarebbe senza dubbio imper-

perfetta, e di niun valore; perché non ſi conſeguirebbe con quella, il fin preteſo, di ricavarne ſempre curve *Algebraiche*. Ora, per far queſto eſame, e vedere ſe in ambidue queſti capi, è perfetta la ſoluzione del *Profeſſore*; laſciata l' equazion generale, non abbiamo, che voltarci all' altra più particolare, che dà alla *fac.* 78. *verſ.* 4. *ſeg.*, che è la ſeguente cavata da quella, preſupponendovi $A = x . m .$, nel qual caſo ne viene queſta nuova, $f = a : x . 3 . + B\, x . m + 3 . + y : x . 2m + 3 .$, in cui $a = \overline{mm - nn} : mm$; $B = \overline{m + 1}\; nnc : mm$; $y = \overline{m + 1}\; nnee : mm$; quindi maneggiandola ſecondo la maniera, ch'egli tiene; vedere, s' ella ſia tale, che, e ſempre ci cambi la ſopradetta equazion generale, in una di curve *Algebraiche*; e non ci dia mai altr' eſpreſſion di forze, che quella, che ci dà, curve tali, e non *meccaniche*: E perche tutto il lavorio, che ſi richiede, per traſmutare queſta equazione, in quelle d'altri caſi ancora più particolari, conſiſte nella determinazione delle *coſtanti* m, n, c, ed e; è da vederſi, qual ſia la libertà, che ci laſcia nel maneggiarle, e fin dove s' eſtende l' arbitrio, che col ſuo eſempio ci concede nel particolarizzare; od a queſta, od a quella determinata quantità. Quanto alle lettere m, n; queſta autorità, che ci dà, ſi ſtende, a pigliar queſta per *qual ſi voglia numero, razionale, intero, ò pur rotto*, come ſi vede al *v. ult.* della *fac.* 77.; e l'altra per qual ſi ſia *numero poſitivo*, ò *negativo*, venendo da lui preſuppoſta in due caſi differenti, uguali all' unità *poſitiva*, e *negativa*, facendo ora $m = -1$, ed ora $m = 1$ a *verſ.* 7., e 9. della *fac.* 78. Per quello, che riguarda l' altre dua lettere, c, ed e, che alla *fac.* 77. *verſ.* 36., 37., egli ci hà dato per *quantità date*, *ovvero coſtanti*; non anno ad eſſere così rigoroſamente *qualche coſa*, che non poſſano, ſol tanto, che a noi così piaccia, diventare un puro *nulla*, cioè preſupporſi eguali a *zero*: Egli ſteſſo ci mette in queſta piena libertà, non ſolamente col non proibircelo eſpreſſamente, come pur far dovea, s'aveſſe reputato impoſſibile, e pregiudiciale alla ſoluzion del problema una tal preſup-

ſuppoſizione: ma con poſitivamente uſarla, tanto circa una, quanto circa l'altra di queſte due coſtanti, alla *fac.* 78. *verſ.* 7., & 9.; vadaſi a queſt' ultimo paſſo; ed ivi vedraſſi, Che, come che, ſi ritrovi poſto $e = o$, (che è uno di que' caſi, nel quale la buona ſorte avea aſſiſtito il noſtro *Profeſsore*, per farlo proceder bene, ſenza ch' egli ne ſapeſſe il *perche*; dovendoſi in fatti, far queſta preſuppoſizione, per averne la forza, che ſi richiede à deſcrivere il *cerchio* in quella *Ipoteſi*, come appreſſo vedremo) è non dimeno chiaro, doverſegli ſuſtituire la lettera c, in luogo della e, facendo $c = o$. Imperocche in quella *Ipoteſi*, ſarebbe affatto impoſſibile, ricavarne, come egli pretende $f = y{:}x.5$. per il caſo del *cerchio*; annullandoſi allora queſto termine, come quello, che è multiplicato colla lettera predetta e, che preſuppone uguale a *zero*, che multiplica il numeratore della quantità

$\frac{\ }{m+1}$ *nnee*: $mm = y$; il che ſi rende anche più manifeſto, da ciò, che ſcrive al *v.* 9., nel quale ponendo $m = n = 1$, lo ſà $= B = o$, il che non può per neſſun altro modo eſſer vero, ſe non ſi preſuppone $c = o$; ſicche egl' è incontraſtabile, che circa queſta *coſtante*, egli uſa della preſuppoſizione, ch'ella ſia uguale a *zero*, per ridurre l'equazione predetta al caſo del *cerchio*: riſpetto all' altra *coſtante* e, a *verſ. cit.*, ſi vede parimenti, che per cambiare il *canone* generale della forza, in quello, che richiedeſi per le *ſezioni del cono* ſà $n = 1$, $m = 1$, $e = o$; ed avvegnache alla fine del *Tom. VIII.*, ſi veda la correzzione di queſto paſſo, ſuſtituendo in luogo di $m = 1$, $e = o$, il ſolo $m = -1$; tutta volta, evidentemente ſi conoſce, che queſta correzzione non hà avuto origine, dall' aver tenuta per impoſſibile queſta preſuppoſizione; e dal tacerne, che hà fatto la proibizione, che pur vi ſi dovea aggiugnere, ſe ſi foſſe reputata erronea, e difettuoſa una tale preſuppoſizione; e molto più dalla ſimigliante, che hà fatto intorno alla lettera c, nella quale hà commeſſo un'aſſai più grave, e maſſiccio errore, (come ſi farà manifeſto,) nel quale non potea certamente incorrere, ſe aveſſe avuto per impoſſibile quella di $e = o$.

Pre-

Digitized by Google

Presuppofta dunque la libertà, d' ufare di quelle *coftanti* nella maniera predetta, la quale ci viene conceduta dallo fteffo *Profesfore*, non folamente col non proibircelo; ma coll' effettivamente ufarlo ne' cafi accennati; vediamo ora, fe quella fua *formula*, colla quale fi prefume di fciogliere il problema nell' *Ipotefi* particolare, quando A $=$ *x. m.*, è tale, che abbia le due proprietà indicate di fopra: del render *fempre Algebraica l' equazion generale, che fi ricava dalla foluzione del problema inverfo delle forze centrali nel voto*: e del fornirci *folamente di forze, che competono a curve Algebraiche*, che torna poi lo fteffo. E per principiar da coteſto ultimo; eccovi con poco dimoftrato l' imperfezzione, che ne rifulta alla foluzion generale, dall' applicazione, che ne fà a quefti cafi più particolari il noftro *Profesfore*; imperocche, fe pigliando *n, qual fi voglia numero razionale, intero, ò pur rotto*; pur che però non fia, od uguale, ò maggior di *m*, fi prefuppone $c = 0$, ed $e = 0$, come pratica egli negli altri due cafi; od almeno non cel proibifce rifpetto alla feconda; eccovi $f = a : x.3.$; che è l' efpreffione della forza, che fi richiede per defcrivere l' una, e l' altra fpirale, *Logaritmica*, ed *Iperbolica*, amendue curve *meccaniche*, e *trafcendenti*; ed ecco verificato quel, che dicevamo; Che è tanta la perizia del noftro *Profeffore* in quefte materie, che nell' applicazione, che hà voluto fare a i cafi particolari, hà guaftata, e renduta di niun' valore, ed imperfetta, quella fua foluzion generale, ritrovata Dio sà come. Per paffare alla feconda proprietà, e far quefto faggio; bifogna fervirfi di una di quelle equazioni, che abbiamo, provegnenti dalla foluzion del problema delle forze centrali nel voto; giacche egli non ce ne fumminiftra alcun' altra. Io non dirò di fervirmi della mia; perche avvegnache fia conforme in tutto, e per tutto a quella, ch' egli dopo vedutala ne diede; fe fe ne eccettuano le *coftanti*, che nulla variano; pure, perche quell' effer *mia*, potrebbe facilmente porgere qualche argomento di eccezzione al noftro *Profeffore*, che nelle fue difefe, s' appiglia sì francamente ad ogni più miferabil ripiego; ftimo più opportuno, adoperar quella, che abbiam portato

to addietro, e che si vede registrata alla *f. cit. 61. vers. 26.*, che è tutta di sua ragione. Ora dunque, se per avere il caso del *cerchio*, riportato ad una estremità del suo diametro; ò si presupporrà, come in fatti si deve fare, (seguitando il suo modo) nell' equazione ultima $m = n = 2$, ed $e = 0$, ò pure con lui operando sinistramente, si faccia $n = m = 1$, e $e = 0$, cavandone $f = 4e.x.5.$, ò pure $f = 2ee.x.5.$; fatta la sustituzione di cotesti valori, nell' equazione, che abbiamo portato di sopra, e che si ritruova nel luogo *citato de' Giornali*, avrassi

nel primo caso: $dy = aaxdx : \overline{abx.4. \quad 2e - a.4.xx.} \; 1:2.$,

e nell'altro: $dy = aaxdx : \overline{abx.4. \quad ee - a.4.xx} .1:2.$ Ma quale è mai di queste due espressioni quella, che competa al *cerchio*, considerato, come abbiam detto; e che in effetto dovrebbe venire, presupposta la forza nella ragione assunta? Tanto è ciò da lungi a venire, che non solamente il procedere nella maniera, ch' egli tiene, non ci dà la curva, che ci dovrebbe necessariamente dare; ma nè pure ci provvede d' una curva *Algebraica*; competendo l' una, e l' altra delle due equazioni, ad una curva *meccanica*, e *trascendente*, la cui costruzzione depende da *logaritmi reali*, ed *immaginarj* insieme; cioè a dire, dal *cerchio*, e dalla *logaritmica*: ò sia quadratura dell' *Iperbola*, ò rettificazion della *Parabola*; Ed ecco se è vero, che seguitando la strada battuta dal nostro buon *Professore*; non solamente la sua soluzione non rende l' equazione, che si ricava dalla generale del problema inverso delle forze centrali nel voto, sempre *Algebraica*, e *Geometrica*, qual richiede la natura del quesito, da lui proposto; ma di più, ci dà ancora dell' espressioni di forze, che competono a curve *meccaniche*, e *trascendenti*; il che rende ugualmente vana, e di niun valore, la *formula* universale, che egli per altro avea forse casualmente ritrovata.

Ca-

Capitolo XXV.

Si manifesta l'origine degl' errori della soluzione del Professore; e se gl' insegna la maniera di correggerli.

MI sembrerebbe poco, aver mostrati i difetti, che contiene questa sua soluzione, particolarizzata al caso di $A = x.m.$; se scoprendogli più apertamente la loro origine, non passassi seco lui quell' ufficio, ch' egli sarebbe tenuto di passare con qualche suo tenero studiante, che avendo fortunatamente soluto il problema, inciampasse poi così gravemente nell' applicazione a' casi particolari: e tanto grossolanamente peccasse, nel conoscere la maniera di procedere nel calcolo, per condurre perfettamente a fine la sua speculazione. Per correggergli dunque questa sua soluzione, sì mal condotta, ed ajutarlo a riuscire almeno nelle proprie, giacche non ebbe la sorte, di uscir con gloria dalle questioni da me proposte; veggiamo quanti sono gli errori, che commette: sia nel calcolo dell' *analisi*, per la *formula* generale: sia nell' applicazione di quella, alla circostanza particolarissima delle *sezioni coniche*, e del *cerchio* riportato ad un'estremo del suo diametro. E quanto alla prima; io non sò mai capire, qual possa essere stata la cagione, che per pervenire alla predetta *formula*, in vece di questa equazione dA: $\overline{ab+2gA-AA}^{1.2.} = aadx : x\,\overline{abxx-2xx\int fdx-a.4.}^{1:2.}$ abbia arbitrariamente, e senza qualche precedente, e necessario avviso, assunta quest'altra $-dA$: $\overline{ee+2cA-AA}^{1:2.} = ndx : x, \overline{nnccxx-1-2xx\int fdx}^{1:2.}$, la quale sendo espressa co' termini affetti di *costanti*, diverse da quelle dell' equazion generale, e particolare, ch' avea cavato dalla soluzion del problema delle forze centrali nel voto; rende la sua *formula* per un capo sottoposta a quel difetto, ch' abbiam veduto; di darci in luogo del *cerchio*, presuppo-

nendo $f = 1:x.5$. un'altra curva *meccanica*, e *trascendente*. Se si trattava di ridurre quell' equazion generale, che hà dat a alla *fac.* 29. *verf.* 5., 34. *verf.* 25., e replicata alla 61. *verf.* 26. all' accennata proprietà, di diventar sempre *Algebraica*; perche mai non servirsi di quella stessa espressione, nel condur la sua *analisi*: od almeno; perche non avvisare il lettore; che per gli fini, ch' egli possa aver avuto, essendosi servito dell' altra, esposta con questa espressione, $dy = ndx : x \overline{nneexx - 1 - 2xx\int fdx}$. $1:2$. questa deve considerarsi come cavata in luogo di quella dalla soluzione del predetto problema, nel fare, il saggio di questa sua *formula*, e nel provare se veramente la sua soluzione dà sempre una curva *Algebraica*? Egli è certissimo, che l' unica cagione, perche provenga in luogo del *cerchio* nella data *Ipotesi*, quella curva *meccanica*; è la diversità delle *costanti*, che si ritrovano nell' equazione predetta, da quelle, ch' egli senza avvertirlo hà introdotto nella sua *analisi*; onde egli hà gravemente errato; ò nel servirsi di questa diversità di *costanti*, ò nel tacere, e non avvertire questo suo cambiamento di lettere. Per vedere più speditamente se ciò sia vero, correggiamo il suo fallo, e facciasi; che, ò ritenendo la pristina sua equazione, cavata dalla soluzione del problema delle forze centrali nel voto; egli si sia servito della prima maniera, che gli abbiamo indicato, per condurre la sua *analisi*: ò pure, che proseguendo la strada, ch'egli hà voluto tenere per giugnere alla sua *formula*; solamente si cambi, quella primiera sua equazione, in quella, che pochi versi addietro abbiam dato, affetta della *costante* e: il che in fatti altro non sarà; che presupporre, tanto nell' equazione cavata dalla soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto; quanto nella *formula*, ch' egli hà dato, le stesse *costanti*; cioè $ab = ee$, $a.4. = 1:nn$, (ammettendogli per buona, e legittima, l' introduzzione di questa lettera n, che nulla ora rilieva disaminare); allora è certo, che la *formula* predetta, particolarizzata al caso di $A = x.m.$, ò si muterà, nel primo caso

so in questa : $f = \overline{mm - 1} : a. 4. : mm\ x.\ 3. + \overline{m + 2}\ g : 1$; $a.\ 4. mm\ x. m + 3. + m + 1\ ab : a. 4. mm\ x.\ 2m + 3$; ò resterà come prima quella, che hà dato egli, $f = \overline{mm - nn} : mm\ x.\ 3. + \overline{m + 2}, enn : mm\ x. m + 3. + \overline{m + 1}. nn : e : mm x.\ 2m + 3.$; Ora se come abbiam fatto di sopra, e si deve solamente fare, presupponendo, ò nella prima $m = 2$ $aa = 1 : 2$, ed $ab = 0$; ò sia nella seconda $m = n = 2$, & $e = 0$, ne caveremo questo caso particolare di $f = 4g : x. 5.$; ò sia di $f = 4c : x. 5.$; e lo sustituiremo in luogo di f, nelle sue corrispondenti equazioni, averemo ; $dy = xdx : \overline{4abx. 4. + 8c - xx}. 1 : 2.$ nel primo caso, e $dy = 2xdx : \overline{4eex. 4. + 2c - xx}. 1 : 2.$ nel secondo, nelle quali equazioni, essendo già per le presupposizioni fatte, $ab = 0$, & $ee = 0$, elleno si cambieranno in queste altre due $dy = 2xdx : \overline{8c - xx}. 1 : 2.$, & $dy = 2xdx : \overline{2c - xx}. 1 : 2.$ l'una, e l'altra equazione del *cerchio*, riferito, come abbiam detto di sopra, ad un' estremità del suo diametro; che appunto si descrive, con una forza, che sia $4c : x. 5.$; come dimostrò, ma per una strada differentissima, il *dottissimo Sig. Neutoni a la propos. VII. Lib. 1., Philosoph. Natural., Princip. Mathematic.*, e che mai non si poteva dimostrare, seguitando la maniera tenuta nel calcolo dal nostro *Professore*, il quale ci portava necessariamente, sempre a quella curva *mecanica*, à cagione del non avere, ò del non avvisare, che debbano avere, alcuna relazione frà di loro, le *ab*, ed *ee*; di sua natura lettere diverse; e che perciò, da se stesse, e di sua intrinseca condizione, non anno tal connessione insieme; che presupposte queste uguali a *zero*, l'abbino altresì da diventare ancor l'altre; dal che depende la soluzione perfetta del nostro problema in questo caso: la quale, come dicevamo, è stata renduta difettuosa, e falsa dalla perizia del nostro Sig. *Professore*, coll' introdurre nell' *analisi* sua, *costan-*

 ti

ti diverse da quelle, che si trovavano nell' equazione generale, che si cava dallo scioglimento del problema inverso delle forze centrali nel voto; a cagione delle quali l' operazione per se stessa, non ci può mai portare necessariamente ad un' equazione *Algebraica*, qual richiede il quesito; non essendovi alcuna intrinseca ragione, per cui presupposta nella sua seconda formula, *ee* = o, tale altresì debba diventare l' *ab*, che si ritrova nell' equazione predetta, la quale non si sà, nè si vede, che seco lei abbia alcuna relazione.

Per passare ora a scoprire la fonte del secondo errore, che hà commesso, operando intorno a quell' altra equazione, che proviene dalla *formula* generale, presupponendo A = *x*. *m*., e per somministrargli la maniera di correggerlo. Io voglio risparmiargli la fatica, di ricorrere al suo solito rifugio, ed alla consueta sua ridevol maniera, di difendere il suo decoro, e mantenersi il credito: voglio cortesemente credere, che l' avere tralasciato d' usare nella *formula* predetta generale, le stesse *costanti*, che si ritrovano in quell' equazione, che si trattava di render sempre *Algebraica*; ò l' avere ommesso di dar almeno l' avviso, che quelle si dovean sustituire in questa, ò vicendevolmente queste, in quella espressione, per potere felicemente riuscire, nel fare il saggio di questo suo metodo; non sia alla fine stato altro, che un' effetto di quella poca *curiosità*, ch' egli è solito avere, nella condotta delle sue speculazioni. Voglio liberamente concedergli, che *se avesse finalmente poi avuta la curiosità di giugnere precisamente*, ad una perfetta soluzione, *ciò non gli potea riuscire più difficile della soluzione generale*, e potea co' *medesimi principj di metodo trovare con tutta la facilità possibile*, la strada di condurre alla perfezzione, e di maneggiar con esquisitezza da *Professore*, quella sua *formula* generale; anche ne' casi particolari: e perciò facendolo più *curioso* del suo solito, voglio presupporre, ch' egli abbia, e fatte le sustituzioni, che abbiamo indicate di sopra: ed abbia almeno avvisato il suo lettore, Che per ben procedere nell' esame del suo metodo, và sottinteso nell' equazion generale, che si cava dalla soluzion del problema inverso delle forze cen-

tra-

trali nel voto; $ab = ee$, ò pure nella sua *formula* generale, in vece di questa, và sustituita l'altra quantità *costante* ab: Con tutta questa condiscendenza, e con un procedere a suo favore così liberale, approfitterà egli niente, a prò della condotta, tenuta nel cavare da quella equazione il caso particolare del *cerchio* riportato ad una estremità del suo diametro, e nel dimostrare per conseguente, che la sua *formula*, ci porta sempre, e solamente a curve *Algebraiche*, o sia *Geometriche*? Pensate. Egli hà troppo traviato dal buon sentiero, nel maneggiar questo caso, per poter ricavare alcun vantaggio dalla piacevolezza, di chi compatendo la sua poca abilità in queste materie, vorrebbe: ò coprire: ò medicar gli errori, che in ogni occasione vi commette. dimostriamo evidentemente ancor questo. Egli per trarre il caso accennato di $f = 1 : x.5.$ dall'equazione; $f = \overline{mm - nn} : mmx.3. + \overline{m + 2}\, nne : mmx.\, m + 3. + \overline{m + 1}\, nnee : mmx.\, 2m + 3$; altro non hà cercato, che per qual modo, potessero alterarsi le costanti m, n, & e, per ottenere la predetta quantità; e perche come abbiamo osservato ancor di sopra; ad uso di chi opera, senza capir ciò, che si peschi, sfortunatamente s'è abbattuto in quella di fare $m = n = 1$, & $e = 0$, che in effetto lo provvedea della *formula* desiata; subito contento di questa espressione, senza cercar più innanzi, e quel che è più mirabile, senza nè pure sperimentare, e *pigliarsi la pena d'indagare*, se sustituita nell'equazione, gli dava quella d'una curva *Algebraica*; ò senza conoscere, che la curva non era tale, avendolo sperimentato, come è probabile; hà stabilito alla *f.* 78. *v.* 9., Che in questo caso averemo, $\alpha = \beta = 0$, ed $f = y : x.5.$, cioè $f = 2ee : x.5.$; non accorgendosi, che una simile, e solo legittima espressione di forze (usando il modo, ch'egli usa) proveniva ancora dal fare $m = n = 2$, ed $e = 0$. Che poi sia vero, che quella presupposizione della quale si serve, avvegnache lo porti fortunatamente, anzi per lui sfortunatamente, ad $f = 2ee : x.5.$; che è la forza requisita, per descrivere nella consaputa *Ipotesi* il *cerchio*, sia illè-

 git-

gittima, e falsa; è tanto chiaro, quanto è evidente, che ella ci dà una curva *meccanica*, ò *trascendente*. Sarà facile vederlo, facendo la sustituzione di questa quantità in luogo di f nell' equazion generale, ch' ei pretende ridurre, ad essere sempre *Algebraica*; anche correggendo il primo errore, che commise nella sua *analisi* della *formula* generale, mettendo in luogo della quantità costante ab, la sua $nnee$; imperocche allora, con tutta questa correzzione, altro mai non si caverà,

che questa equazione: $dy = nxdx : \overline{nneex.4. + ee - xx.}$

$1:2.$, che è l'equazione della stessa curva *meccanica*, che portammo un' altra volta di sopra, la quale non si può ridurre a quella del *cerchio*, che col presupporre il termine $nneex.4. = 0$, il che come appare è affatto impossibile, non solo perche contrario all' *Ipotesi*, che assume il nostro *Professore*, facendo e, e non $e = 0$; ma ancora, perche qualunque delle costanti s' annullino, ò si variino in altro modo, mai non si può, che cambiare; od in *immaginaria*; od in *nulla*: da che si fà manifesto, che non solamente hà gravemente errato in questa applicazione, ma v' hà errato per maniera, che questo secondo suo errore, nè pure ammette la correzzione, che gli abbiam fatto del primo, commesso nel calcolo, del quale si è servito, per ritrovare la *formula* di quelle forze, che rendono la curva sempre *Algebraica*. Sicche a passargli ancora cortesemente per un' effetto della sua poca *curiosità*, lo spropósito fatto di servirsi nell' *analisi* della sua *formula*, di *costanti* quantità, diverse da quelle, che adoperò nell' equazione, che volea ridurre ad essere sempre *Algebraica*: & ad attribuirgli a mera trascuratezza, il non aver avvertito, chiunque volesse fare il saggio di questo suo metodo, a presupporre le stesse *costanti*, tanto nella *formula*, quanto in quell' equazione generale; rimane sempre vivo, ed in tutto il suo vigore quest' altro; di aver presupposto illegittimamente $e = 0$, in luogo di fare come abbiam fatto noi, e solamente hà luogo in questo caso $ee = 0$, per ricavarne $f = 4c:x.5.$, che non solamente è l' espression della forza, che si richiede, per descrivere il *cerchio* nell' *Ipotesi* più volte accen-

cennata; ma che di più sostituita nell' equazion generale del problema inverso delle forze centrali nel voto, affetta delle stesse quantità *costanti*, colle quali si esprime la *formula* di questo quesito; ci dà veramente qual deve, la sola equazion del *cerchio*, riportato ad un' estremo del suo diametro; proprietà, che in niun modo (come abbiam veduto) compete alle presupposizioni fatte dal *Professore*; che non solo non ci portano all' equazione del *cerchio*; ma contro la natura del suo quesito, ci provvedono d' una curva *meccanica*, e *trascendente*. Ora io qui, vi lascio considerare; se le cose fin' ora dette, ci dimostran vero, ciò che dicevam addietro, intorno alla correzzione, ch' egli hà fatto di $m = 1$ $e = o$, nel solo $m = -1$; cioè, che questa non sia proceduta dall' aver creduto, che la presupposizione di $e = o$ non potea aver luogo nel secondo caso, e rendea la soluzione imperfetta. Vi sembra egli possibile; che se fosse penetrato entro tutte quelle finezze, che abbiam veduto necessarie, per ben condur questa applicazione, e per cavarne una *formula*, che ci dia sempre una curva *Algebraica*, e *Geometrica*, qual richiede operando al suo modo, la natura del quesito; avesse poi ommesso, non solamente di dire; Che nel secondo caso, e non si può fare uguale à *zero*; ma ancora tralasciato di avvertire, Che in niun caso, può diventar tale la lettera r; e che, e l'una, e l'altra di queste costanti, debbono presupporsi nell'equazion generale, e particolare della soluzion del problema inverso delle forze centrali nel voto; non solo per aver sempre una curva *Algebraica*, e *Geometrica*; ma per convenire esattamente, ed appuntino colle determinazioni, cavate nelle passate dissertazioni?

Sicche, a ricapitulare le cose già dette, e per insegnargli più distintamente la maniera, che deve tenere per correggersi, e procedere co' debiti riguardi, e colle dovute cautele in questa sua maniera di regolarsi nel far l'applicazione; acciocche ella ci dia sempre curve *Algebraiche*, e *Geometriche*; e non mai ci corrompa il metodo, e renda la soluzione di niun valore, col portarci in certi casi, a curve *meccaniche*, e *trascendenti*. Egli in primo luogo deve; ò nella sua *formula* ge-

nerale, che hà ritrovato delle forze, che si richiedono per la soluzione del nostro problema, in vece di *ee*, sustituire *ab*, e quando anche voglia più rigorosamente procedere, anche in cambio di *e* porre *aag*: ò pure in luogo di queste *costanti*, mettere, *ee*, e *e* nell' equazion generale, e particolare, che cavò dalla soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto. In secondo luogo corregga quella sua spiegazione, che dà alla *fac.* 77. *vers.* 35., intorno alle lettere, che si ritrovano nella sua *formula*; quando scrive: *In cui* A *denota qual si voglia quantità data per* x, *e costanti*, B = *d*A: *dx*, C = *d*B: *dx*; *le* c, *ed* e *quantità date*; aggiungendovi almeno: *purche, nè l' una, nè l' altra si faccia mai senza avvertenza in ogni caso uguale a zero*; Quindi conseguentemente a ciò, dopo aver dato l' avviso, che abbiam detto di sopra, dover seguitare la correzzione, che porta alla fine del *Tom. VIII.*, per mostrare d' intendere ciò che fà, quando per $m = 1$, $e = 0$, fà porre il solo $m = -1$; aggiunga l' altra correzzione della presupposizione fatta di $m = 1$, $n = 1$, e $e = 0$ nel secondo esempio, scrivendo $m = n = 2$, ed $e = 0$; Che in questa maniera procedendo, averà pienamente sodisfatto al problema, e condotto felicemente a fine (per quanto il comporta la strada, ch' ei tiene) la questione ch' egli avea proposta a *Geometri* da solvere; E quel che è più da desiderare per suo decoro, fatto forse più trattabile, e grato di prima, dal vedersi sì puntualmente istruito in questi suoi sbaglj; se apertamente non mi si professerà tenuto, per averlo ajutato a riuscire con onore nelle stesse sue speculazioni; il che certamente nè aspetto, nè bramo; almeno non corrisponderà alla pazienza, che per suo profitto mi sono pigliato, nel modo, che fece per lo passato; allora che, per tutti i modi, io pur m' ingegnava, d' abilitarlo caritevolmente, ad entrare a parte dello scioglimento del problema delle *forze centrali nel pieno*, da me proposto; avendomi in ricompensa del mio buon animo, porta nuova necessità di perdere miseramente il tempo, in riprovare, e palesare tanti grossissimi errori, co' quali, in vece di correggersi, volle coprire i passati, e nascondere la sua poca perizia, e misera abilità, sotto una sì lunga di-

ce-

ceria, ripiena di recenti spropositi affatto puerili; Per non far ora caso alcuno dell' ignoranza, che in contracambio di un' animo sì inchinevole al suo decoro, mi hà voluto imputare in queste materie; nello stesso tempo, ch'io pazientemente, e diligentemente spianandogli la strada, acciocche potesse giugner con gloria ancor egli, dove si era sforzato, ma in vano, e con poco suo onore di pervenire; gli mostrava con effetto, Che in Italia, ove egli con tanto suo vantaggio, e sì gran riputazione, esercita l' ufficio di Guida altrui in queste materie; si ritrovano cuori sì lontani dallo spirito di vendetta, e così amorevoli, anche verso chi senza alcun fondamento, e con sì miserabil capital di sapere gl' ingiuria, e riprova le loro speculazioni, che *in cambio* di fargli sperimentare il *terribile effetto de' giusti risentimenti* meritati, distintamente cercano con gli ajuti opportuni, mantenerlo in credito, ed ajutarlo a farsi stimar abile, d' esercitar con profitto di chi a lui si fida, la carica, che tanto lo distingue frà gli altri, di quà, e di là da' Monti.

Nel rimanente, le objezzioni, che hò fatto alla soluzione del *Professore*, e la correzzione, che gliene hò somministrato, vanno solamente a ferire, non meno il metodo da lui tenuto nel calcolo usato per la *formula generale*, che la maniera praticata nell' applicazione, che ne hà voluto fare a' casi particolari; e rimediano a' suoi difetti, presupponendo solo quella via, ch' egli hà tenuto, di non avvisare i lettori, fin a quel termine sia lecito d' alterare, e determinare quelle *costanti* per far il saggio del suo metodo ne' casi speciali, come siamo, andando a luogo a luogo subindicando; perche, per altro, a camminare colle dovute cautele, e facendo le *necessarie spiegazioni*, come vada condotto l' uso di quella *formula generale*, particolarizzata, e quali siano le presupposizioni intorno alle lettere *costanti* ammesse dal quesito, e le operazioni requisite, per far legittimamente la sustituzione del valore della forza, che se ne cava, nell' equazion generale del problema inverso delle forze centrali nel voto; la *formula generale*, non solamente non può mai darci il valor della forza, che compete alle spirali, *logaritmica*, ed *Iperbolica*, od

ad

ad altre curve meccaniche; ma nello stesso caso di $f = 2ee:x.5.$, cioè quando anche col nostro *Professore*, trà le altre presupposizioni delle *costanti*, si faccia $c = 0$, ci dà un *cerchio* bello, e buono, tanto quanto sia quello, che proviene dall'altra *Ipotesi* di $ee = 0$, ò sia di $f = 4c:x.5.$, e non altrimenti quella curva meccanica, che (come abbiam veduto) risulta usando il suo modo di procedere in quella operazione. Anzi è da osservare, che rigorosamente quella è la sola presupposizione legittima, che si possa fare; come si verrà in chiaro, riflettendo alle cose da dirsi nel capitolo seguente. Ben è il vero però, che per giugnere a quella espressione, ci abbisogna una certa particolar cautela nel condurre il calcolo, che non è necessaria, anzi sarebbe difettuosa nell' altro di $ee = 0$; Nel dar le quali regole, non ci stendiamo di vantaggio, per non receder punto, da quel nostro primiero spirito di condiscendenza, e parzialità al decoro del *Professore*, usato già per lo passato, a cagione di ammollire un poco quella ferocità, che gli suol cagionare, il vedersi colto in errore; col lasciargli il campo, di rimettersi da per se sul buon cammino; non difficile a ritrovarsi, dopo un cosi certo, e sicuro avviso, che gli porgiamo; & ad oggetto di ajutarlo, con questi avvertimenti generali, ad entrare ad aver parte della gloria, e dell' onore, di avere finalmente soluto con perfezzione quel problema, ch'egli stesso hà proposto a Geometri; ò se non altro, per sentirlo almeno subito dire, che *lo sapea ancor egli*, e che non gli è mancato altro, che la *curiosità di cercarlo*: e così vederlo colla sua solita galanteria, in vigore de' miei avvertimenti, senza confessarlo *correggersi*: parola, che non dovrebbe più offendere sì gravemente il gusto de' Signori *Giornalisti*, dopo essersi assuefatti, al non *aver capito* le altrui: *non intendere* le proprie cose: *muover le risa a' conoscitori*: *farsi burlare a sua posta*, ed altre simiglianti forme di dire, delle quali anno lasciato freggiare tutto l' *Articolo VII.* del *Tom. VII.*, de' loro dottissimi, e purgatissimi *Giornali*; cioè la *dissertazione* del nostro *Professore*, che serve di replica a quella mia, stesa *all' Articolo XI.* del *Tom. VI.*, che con mio pronto consentimento, fù da loro sì

scru-

ſcrupoloſamente purgata, da quella, e da un'altra ſimigliante parola, che parve loro inſoffribile in una ſcrittura, contro un sì degno Perſonaggio Letterato; la cui conſueta, frequente, e tutta particolar maniera di difenderſi ne' ſuoi sbaglj, coll' allegar ſubito, di non aver avuta *la curioſità*, e *non eſſerſi pigliata la pena di eſaminare le coſe*; farà ora facilmente conoſcere, ſe era d' averſi per un colpo mortale, tirato alla ſua dignità, e perciò da sbandirſi da quella mia diſſertazione, quell' *avviſo ſalutare*, che io porgea in generale al Pubblico, circa alla diligenza, che dovrebbe porre ogni galantuomo, per aſſicurarſi delle ſoluzioni de' problemati; e maggiormente allora, quando ſi tratta di riprovar l' altrui: coll' avvertirlo; a *miſurar ben bene prima ſe ſteſſo: diſcutere: ponderare: eſaminar profondamente la materia: oſſervarne tutte le circoſtanze: ed avendo per ſoſpette fino le più evidenti dimoſtrazioni: farne i debiti ſaggi, per vedere ſe ne' caſi particolari concordano con le altrui; non eſſendo, che troppi, gli eſempli di funeſte cadute in paralogiſmi, anche d' uomini ſegnalati, che ci fanno conoſcere: non eſſere, nè da tale, nè da quale, il riuſcire in queſte ricerche ſcabroſe, ſenza le più diligenti, e ſcrupoloſe cautele. E ſopra tutto; di non doverci mai laſciar tanto adeſcare, dalla gloria di comparire ſcopritori degli errori degli altri, che più non reſtiamo ſpaventati, dal pericolo di moſtrarci critici sfortunati, e correttori biſognoſi di correzzione; non eſſendovi caſo, nel quale i malevoli, e gl' ignoranti, più inſolentemente, ed arrogantemente ſcherniſcano, e ſi facciano giuoco degli uomini letterati; che quando, per diſgrazia riuſcendo infelicemente nel difficiliſſimo meſtiere di criticare; pubblicano colle loro sfortunate cenſure, la neceſſità nella quale ſi trovano di eſſere cenſurati*: I quali avvertimenti, io mi proteſtai *voler, che valeſſero; non a condannagion della Critica (arte ſempre laudevole, e neceſſaria per ben ripulire gl' intelletti, e raffinar le ſcienze; e degna di eſſere praticata con libertà: uſata in ogni occaſione: e ricevuta ſenza amaritudine d' animo, anzi con un vero, e ſincero compiacimento, ove ſi eſerciti entro i termini del convenevole;) ma ſerviſſero ſolamente, ad iſtruire, e raffrenare certi ſpiriti troppo focoſi de' Giovani prin-*

principianti, che senza riflettere più che tanto, facilmente precipitano nello stabilimento delle proprie, e troppo innavedutamente censurano, le altrui speculazioni.

Capitolo XXVI.

Con una dottrina delle Riflessioni Geometriche; *si dimostra, Che il* Professore *hà renduta la soluzione di questo quesito, incapace di essere corretta. Si fà una piccola osservazione, sull' ultimo suo paragrafo, e si chiude il Capitolo con certe regolette, per integrare.*

HO' presupposto fin quì, nell' insegnare al *Professore* la maniera, con la quale si deve regolare, per correggere gli sbaglj pigliati non meno in questa applicazione, che nel condurre il calcolo della sua *formula* generale; una cosa, che in effetto è vera; cioè, che per avere il caso del *cerchio* riferito ad una estremità del suo diametro, debbasi porre $m=n=2$, e fare $e=0$. Ma che direte mai se dimostro, che da una sua dottrina, portata senza alcuna necessità a proposito di queste *proiezzioni* più addietro; viene renduta impossibile questa correzzione ancora; e che per tanto le sue stesse speculazioni, gli levano ogni modo di poter rimettersi, anche coll' ajuto altrui, sù la buona strada. Per vederlo evidentemente: sovvengavi di quella spiegazione della natura di queste *projezzioni*, ove intervengono forze centrali, che volle dare alla *fac. 66. vers. 17. seg.*, senz'altra necessità (per quanto pare), che quella di accrescere la sua *dissertazione*, con cose, che confondessero la mente di chi legge, acciocche non capisce i punti principali. Noi per portar solamente, ciò, che fà a nostro proposito, trascriveremo le sue parole, che si leggono a *vers. 26.* della *cit. fac.*. Ivi dunque scrive così: *Ciò posto, e ripigliando la fig. I. si tratta di determinare una curva* VIK, *che risulterà dal moto di projezzione, con cui si concepisse un mobile* V, *spinto con una data velocità, secondo una direzzione verbi grazia* PERPENDICOLARE *alla*

alla VC, e *da i moti, che nascono dalle non mai interrotte impressioni della gravità variabile, ovvero delle forze centrali espresse per l' ordinate della curva* BRF, dalle quali parole, voi facilmente vedete, che secondo l' Idea, che hà di queste *projezzioni* il nostro *Professore;* Se a cagion di esempio, la nostra *fig. I.* (cambiandosi in un *cerchio*, il cui diametro fosse VC,) dovesse esser descritta da un mobile, tirato incessantemente da forze centrali, tendenti al punto C, che stassero trà loro in ragione reciproca del quadrato cubo delle distanze IC, la sua *projezzione*, colla *velocità* requisita, dovrebbe farsi dal vertice V, ove la curva è *perpendicolare* alla VC: Ma con questa Idea, non è ella incompossibile, la correzzione sumministratagli, per ben riuscire nelle applicazioni di quella sua *formula*; come quella, che presuppone *ee*, ò sia *ab*, che stà in suo luogo, uguale a zero? E per conseguente in queste *circostanze un mobile non potrà giammai descrivere un cerchio*; che era l' argomento, ch' egli stesso alla *fac. 69. vers. 24. seg* portava contro di me; quando avendo sinistramente conceputo la maniera, colla quale da forze centrali *infinitamente piccole* si potesse descrivere il *triangolo*, credea falsamente, che la *velocità di projezzione*, nel vertice V dovesse diventar *zero*, ò *nulla*, quale in effetto diventa in questa *Ipotesi;* come leggiermente vi accorgerete, se nel *canone* generale per la *velocità* del mobile, che noi abbiamo portato più volte, e ch' egli ci dà sotto questa espressione

$u = \overline{ab - 2\int fdx}.\ 1{:}2.$ alla *f. 34. v. 20.* osserverete, che nel

vertice della curva restando $u = \overline{ab}.\ 1{:}2.$ se la *costante ab*,

(che come abbiamo detto di sopra, stà in luogo di *ee*,) si fà uguale a *zero*; tutta la quantità si cambia in *nulla*; e la *velocità* di *projezzione*, necessaria per descrivere in questi casi le curve, svanisce; e per conseguente in vigor del suo stesso raziocinio, portato contro di me, a proposito del *triangolo*; la sua descrizzione si impossibilita. E ciò posto, non è egli vero, verissimo, che quella sua spiegazione, non permette, ch'egli anche col mio ajuto, possa correggere l' error recente, che com-

commetteva, nell' applicazione di quella *formula*, al caso del *cerchio*, riferito ad una estremità del suo diametro? Essendo secondo lui impossibile la sua descrizione in questo caso; perche si viene necessariamente a presupporre nulla la *velocità* di *projezione*, ch' egli vuole, s' imprima al mobile nel vertice V *perpendicolarmente* alla VC; e per conseguente il mobile in tal punto, non potrà, che discendere dirittamente per VC; posto, che la forza centrale lo tragga; e così non un *cerchio*, ma una *retta linea* solamente potrà descrivere.

Nel rimanente, per avere dalle nostre *formule* il caso delle *sezioni coniche* speditamente, basta nella prima presupporre $m = 1:x - b$; nella seconda $m = 1:x$; nella terza $m = x$, e così similgiantemente anche nella quarta(nella quale avvegnache il valore di m sia un pò più composto, rende però lo stesso) senza avere alcun riguardo alle costanti, che entrano nell' equazione; il che proporzionatamente s' intenda negli altri casi; toltone solamente, quello del *cerchio*, riferito ad un' estremità del suo diametro; ed altri somiglianti, ne' quali vanno considerate, nel che, non ci stendiamo di vantaggio; perche per le cose dette di sopra, resta per maniera digerita questa materia, che non vi sarà persona, per poco destra, e meno pratica, che sia in questo calcolo, (quando anche fosse lo stesso nostro *Professore*), che vi possa incontrare della difficoltà, e non sia capace di far nuove considerazioni sopra questa speculazione, e darci la costruzione generale delle curve quesite, che si tralasciano per brevità.

Per seguir fedelmente fino all' estremo il nostro *Professore*, facciamo ancora una piccola *osservazione* intorno al suo ultimo *paragrafo*: avvegnache della materia ivi contenuta, se ne sia detto, più che abbastanza a suo luogo ne' *capitoli* antecedenti. Egli accompagnato fino a quest' ultimo passo dall' interno rimordimento, di aver asserito, Che la diduzione delle *sezioni del cono* da quell' equazione generale, la quale si cava dalla soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto, è *tanto difficile*, ritenta pure di appoggiar

giar questo suo detto, e concigliargli qualche verisimilitudine, coll' autorità del Sig. *Bernulli*; e di coprire col credito del suo nome, questo smisurato, e massiccio sproposito: A questo effetto ci avvisa, che il detto *Signore nella sua elegante diduzzione delle sezioni coniche dalla soluzione sua generale del problema inverso delle forze centrali, applicata al caso particolare, quando queste forze stanno in reciproca dupplicata proporzione delle distanze del mobile dal centro; si è servito prima* di lui *di un principio simile a quello, in cui è fondata l' accennata regola del quinto Giornale, come un giorno vedrassi nelle Memorie dell' Accademia Reale delle scienze di Parigi, per l'anno* 1710. Felicemente! Ma che guadagna egli con questo, a prò della sua causa disperata: Hà egli con tutto ciò, asserito il detto Autore; Che quella diduzzione sia tanto difficile, che non si possa conoscere, essere quella l' equazione delle sezioni coniche, senza ridurla ad un' equazione *Algebraica*? Egli caverà questa equazione, e voglio concedere ancora, che la cavi con un metodo simile, anzi se così vi piace, collo stesso metodo del nostro *Professore*; Ma dice fors' egli, e protestasi, di cavarla, a fine di *venire in cognizione, di che natura siano le curve*, che anno per equazione, quella, che viene espressa co' termini *differenziali*? Lo sproposito commesso dal *Professore*, non consiste, ne hò mai detto, che consista, nell' aver ridotta l' equazione *differenziale*, ad un' *Algebraica*; anzi io stesso come hò fatto vedere, l' hò eseguito. Il suo errore consiste nell' essersi protestato, di non saper conoscere, che quella equazione *differenziale*, era propria delle sezioni del cono: senza far ricorso all' *Algebraica*; il che certamente, nè dice, nè può mai dire, non solo il Sig. *Bernulli*, tanto perito in queste materie; ma nè pure, chi le abbia solo superficialmente gustate: Non volendovi (come hò dimostrato a suo luogo,) perizia maggiore, che gettarvi gli occhi sopra, per subito accorgersene: Onde se non ricorre ad altro partito, poco al suo solito approfitta con questo novo artificio; nè alcun vantaggio ricava, dall'avere quel valentuomo voluto ridurre alla equazione *Algebraica*, quella *differenziale*; che conobbe senza dubbio a

pri-

prime giunta, esser delle *sezioni coniche*; il che fù tanto difficile al nostro *Professore*; che conosce ora, ma tardi il suo sbaglio, e cerca, ma in vano, di non apparire così allo scuro in questi primi principj del calcolo, che professa; tentando con un suo consueto artificiuolo, di far destramente credere, che uomini di tanto grido, abbino commesso ancor' essi, i suoi errori.

Sieguono alcune regolette per integrare certe quantità differenziali del primo grado.

IN quella soluzione generale, che io diedi *del problema inverso delle forze centrali nel voto*, nel **Tom. III.** *de' Giornali*, la quale mi hà obbligato a perdere così miserabilmente il tempo, in istendere con altre scritture, anche questo longhissimo *esame*; per non aggravare di caratteri difficili, e scomodi più di quanto faccia d'uuopo, quella *dissertazione*; tralasciai d'*integrare* attualmente la prima equazione *differenziale*, che ne proveniva, portandone solamente il suo *integrale*, senza perdermi, in istendere minutamente la regola necessaria per cavarlo; persuadendomi, che dato il *differenziale* col suo *integrale*, non vi fosse per essere più persona, per infelicemente istruita, che fosse in questo calcolo, la quale non potesse da se stessa pervenire alla cognizione della regola necessaria per *integrare* l'equazione *differenziale*, nella quale consisteva tutta la difficultà della soluzione del problema. Ed in fatti, da chi mai poteyasi incontrar più ostacolo nell'*integrare* una quantità *differenziale*, di cui veniva assegnato l'*integrale*, che ne proveniva? La cosa ridotta a questi termini, a me sembra posta talmente fuori di difficultà; quanto lo potea mai essere, se con effetto avessi adoperato la regola necessaria, e mostrato tutto il progresso dell' operazione; Imperocche dall'*integrale* assegnato, ascendendo per mezzo del puro *calcolo differenziale*; è affatto impossibile, che, chi hà occhi in testa, non giunga in pochi tratti di penna, a ritrovare il fonte, d' onde egli è derivato; e per con-

conſeguente ad iſcoprire la regola, ed il lavorio, che mi è abbiſognato per ridurre *integrabile* l' eſpoſto *differenziale*. Pure perche con tutta queſta facilità, hò inteſo, da diverſe lettere di perſone dilettanti di queſte materie, Che anche dopo la mia ſoluzione, vi è chi non è potuto giugnere a penetrare l' artificio, che mi è convenuto mettere in opera, per arrivare alla ſoluzione generale, che ne hò dato, e che era ſtata ſtimata impoſſibile dal noſtro *Profeſſore*: hò giudicato a propoſito di ſodisfare a' principianti, portando, dopo una sì lunga, e tedioſa ſerie d' inutili ſpeculazioni, le regole, che è neceſſario adoperare per *integrare* quelle quantità *differenziali*, che forſi anno impedito a più d' uno, anche del meſtiero, lo ſciogliere un problema per altro tanto facile, e naturale a cadere in mente, & a ſtuzzicare, ed invogliar gl' ingegni, dopo tante, e sì varie ſoluzioni, che ſi eran date di quello, di *ritrovare le forze centrali*: Ed a ciò mi ſono determinato, non tanto per ricrearli un poco, e riſtorarli dalla perdita del tempo, che poſſino aver fatta, in leggere queſto *eſame*, con queſta a loro grata ſpiegazione; quanto per far vedere al pubblico con la loro pronta pubblicazione; di non averle celate fin' ora, per farne alcun miſtero: ma ſolamente a cagione di aver ſtimato fruſtraneo, e ſuperfluo, lo ſpiegare di vantaggio una coſa, che ſtimava, e che in fatti era poſta fuori d' ogni difficultà, anche riſpetto a' principianti, colle trè ſoluzioni, che hò dato del problema.

Per venir dunque al fatto; Voi troverete chiaramente, e diligentemente date, e dimoſtrate le regole per integrare queſte due quantità *differenziali* del primo grado $ydx + xdy = adx$, & $ydx - xdy = ady$: Ma ſe preſupponendo, che alcuno de' membri di queſte equazioni ſia multiplicato per qualche lettera *coſtante*, ne formerete queſte altre due; $bydx + cxdy = aedx$, ò $bydx - cxdy = aedy$: ecco, che all' introdurre, che avete fatto, queſte ſemplici *coſtanti*, vi laſciano le regole, che vi ſono ſtate date, ed iſpiegate fin' ora, nè vi è (che io ſappia), chi vi ajuti a cavarne gl' *integrali*. Per mancanza di regole tali, non ſi potea ſciogliere generalmen-

te il problema inverso delle forze centrali nel voto, nelle trè presuppoſizioni, e per la strada, che hò tenuto io; onde mi fù d'uuopo pescarle, ed investigarle per riuscirvi: e perche mi si presentarono alquanto più generali; eccole quali le hò ritrovate, in poche righe svelate; senza altro ordine, che quello, col quale ora mi si fanno innanzi.

Se mai v' incontraste in questa equazione $y.n.dx + xy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$; ò pure in quest' altra $y.n.dx - xy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$; nelle quali voi vedete, che mancando il *coefficiente* n, nel secondo termine del primo membro; quando anche altro non osti, l'equazione, in vigor delle regole note, non può integrarsi: fate così. Per ridurre ad essere *integrabile* la prima, multiplicatela per $nx.n - 1.$, e ne averete quest' altra $ny.n;x.n - 1.dx + nx.n,y.n - 1.dy = na.n - 1.,x.n.dx$, di cui ora l' *integrale*, sarà $x.n;y.n. = na.n - 1.,x.n + 1.,:n + 1.$ ò sia $\overline{n+1}\ y.n. = a.n - 1.x$, ch' è un'equazione ad infinite *parabole*, od *iperbole*, secondo che, n sarà un *numero intiero*, *ò rotto*, *positivo*, *ò negativo*. Quanto alla seconda equazione procedete così: cambiatele prima i segni, facendo, $xy.n - 1.dy - y.n.dx = - a.n - 1.xdx$: quindi multiplicandola per $n:x.n + 1.$ destramente disposto, il suo *integrale* sarà: $\overline{n-1}\ cy.n. \pm \overline{n-1}\ bx.n. = cna.n - 1.x$, ò pure $\overline{n-1}\ y.n. = a.n - 1.x$; Che se questa equazione fosse espressa così: $y.n.dx - xy.n - 1.dy = a.2n - 1;x.1 - n;dy$: allora, non avrete bisogno alcuno di cambiarle i segni, ma multiplicandola per $nx.n - 1;:y.2n.$; averete pel suo integrale: $\overline{2n-1}\ cx.n;y.n - 1. = \overline{2n-1}\ by.2n - 1. - cna.2n - 1.$

Ne' due esempj portati, abbiamo presupposto, che nel secondo termine vi mancasse il *coefficiente costante*, che per altro dovrebbe esservi; Ma che sarebbe, se non solamente mancasse, ciò che vi si dovrebbe ritrovare; ma ve ne fosse ancora un'altro di natura diversa? come se per cagion d'esempio, l'equazioni fossero: $y.n.dx + bxy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$; ò pure $y.n.dx - bxy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$. Per ridur-

durre dunque *integrabile* la prima; multiplicatela per $x.n:b - 1.$, ed avrete quest' altra $y.n;x.n:b - 1.dx + bx.n:b., y.n - 1.dy = a.n - 1;x.n:b.dx$, il cui *integrale* sarà poi, $b:n, y.n., x.n:b. = b:\overline{n+b}, a.n - 1.x; \overline{n+b}:b.$ Quanto alla seconda, cambiandole prima i segni, trasformatela in quest' altra; $bxy.n - 1.dy - y.n.dx = - a.n - 1.xdx$: quindi multiplicandola per $1:x.n:b+1.$ destramente disposto, ne averete per suo *integrale* ridotto; $bny.n. - bby.n. \pm cnnx.n:b. \mp bcnx.n:b. = bna.n - 1.x.$, ò pure $ny.n. - by.n. = na.n - 1.x$: Che se, ò la prima di queste due equazioni fosse espressa così; $y.n.dx + bxy.n - 1.dy = a.n.dy$, ò la seconda in quest' altra maniera; $y.n.dx - bxy.n - 1.dy = a.n + n:b - 1; x.1 - n:b.dy$, per ridurre quella, multiplicatela per $y.b - n.$, ed averete $y.b.dx + bxy.b - 1.dy = a.n.y.b - n.dy$, il cui *integrale* ridotto sarà; $\overline{b - n + 1}xy.n - 1. = a.n.$, e senza necessità, di cambiare i segni a cotesta, multiplicatela per $nnx.n:b - 1;:bby.2n.$ destramente disposto, ne averete pel suo *integrale*, ridotto; $bnx.n:b., y.n - 1. - 2bnnx.n:b;y.n - 1. \pm bbcy.n - 1. \mp 2bbcy.n - 1. = nna.n + n:b - 1.$

E per finirla, se nell' uno, e nell' altro termine dell' equazione fossero *coefficienti* di natura diversa; così che, aveste per cagion d' esempio; $cy.n.dx + bxy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$, ò pure; $cy.n.dx - bxy.n - 1.dy = a.n - 1.xdx$, multiplicate la prima per $x.nc:b - 1.$, ed averete quest' altra; $cy.n;x.nc:b - 1.dx + bx.nc:b., y.n - 1.dy = a.n - 1;x.nc:b.dx$; il cui *integrale* ridotto sarà; $cny.n. + by.n. = na.n - 1.x.$ E cambiando i segni alla seconda, che si trasmuterà in questa: $bxy.n - 1.dy - cy.n.dx = - a.n - 1.xdx$, multiplicatela per $1:x.cn:b + 1.$ destramente disposto, e ne averete il suo *integrale* ridotto; $bcny.n. - bby.n. \pm ccnnx.cn:b. \mp bcnx.cn:b. = bna.n - 1.x.$ Che se, (come abbiamo osservato ancora di sopra) l'una, e l'altra equazione cambiasse alquanto forma; e quella fosse espressa così: $cy.n.dx + bxy.n - 1.dy = a.n.dy$, e cotesta in quest' altro modo: $cy.n.dx - bxy.n - 1.dy = a.cn:b + n;x.1 - cn:b.dy$, ridurrete speditamente quella, multiplicandola per $y.b:c - n.$, ed averete il suo *integrale* ridotto; $bx + cx - cnx = a.n;y.1 - n.$, e senza cambiar segni a cotesta, multiplicandola per $nnx.cn:b - 1;:bby.2n.$

 destra-

destramente disposto; averete questo *integrale* ridotto; $bnx.cn:b.y.n-1.-2bnnx.cn:b.y.n-1.\pm bbey.2n-1.\mp 2bbeny.2n-1.=nna.cn:b+n.$ Che se fosse; $bny.n;x.m.dx-\overline{cmx.m+1};y.n-1.dy=a.m+n.dy$, multiplicatela per $ccmm\,\overline{m+1.2.}:bbnny.cmm+cm+bnn:bn$, ben disposto; e ne avrete un'altra, che sommata, e ridotta, vi darà $\overline{bn-cmm-cm-bnn}\,ccmm\,\overline{m+1}\,x.m+1;y.n-1.\pm\overline{bn-cmm-cm-bnn}\,bn\,e.m+n.,y.\overline{cmm+cm+bnn-bn}:bn.=ccmm\,\overline{m+1.2.},a.m+n.$

Queste sono le regolette, dalle quali apparerete d'*integrare* quel primo *differenziale*, del terzo *Giornale*. Io non mi stendo più a lungo in questa materia, tanto a' dì nostri utile, e necessaria, e tanto desiderata, da chi hà un poco di buon gusto nella *Geometria*; non che, non amassi di farlo, e non avessi, più che qualche cosa ancora da pubblicare, con altri *canoni* diversi da questi, e ben d'altra conseguenza, e più generali, ma l'essermi anche più di quello, che averei voluto, e che mi permettevano altre applicazioni, di qualche maggior rilievo, perduto in questo miserabile, e tedioso *esame;* non mi concede entrare in un argomento sì nobile, e vasto, e di tutt'altro istituto; del quale forse avrò campo di scrivere in altre congiunture più diffusamente. Intanto servitevi di queste poche regolette; e per facili, e di niun momento, che vi sembrino ora, che le vedete spiegate, in faccia a tant'altre di sì gran pregio, inventate da' primi Maestri di quest'arte; sovvengavi, che senza di esse, anche con una divizia sì grande di speculazioni tanto sublimi; non avreste mai potuto, non solo solvere per la strada reale, e maestra dell'*integrazione*, uno de' più eleganti quesiti, che abbia esercitato i *Geometri* de' nostri tempi; cioè il problema sopradetto inverso *delle forze centrali nel voto;* con seco un' infinità d'altre questioni, che da queste regolette possono dipendere, quali da voi stesso potete facilmente immaginarvi: ma nè pure integrare, senza l'uso de' *logaritmi* queste due semplicissime equazioncelle: $bydx+cxdy=0$ $bydx-cxdy=0$.

Capitolo XXVII.

Conclusione dell' esame. Avviso agli SCOLARI *del* Professore, *e a quegl'* INTELLIGENTI, *a' quali egli s' appella.*

ED eccoci alla fine di questa, per me, tormentosissima, e dannevolissima *disamina*. Io lascio considerare, a chi è accostumato a passare il suo tempo in isspeculazioni di qualche conseguenza; ed a spendere le sue fatiche, a cercare cognizioni nuove, e di momento: qual possa essere stato il tedio, ed il danno, che hò provato io, ed anno riportato i miei studj più gravi, ameni, ed utili; nel romperne il filo, per rivolgermi a mettere in luce tante debolezze, da non cadere mai in capo a' più teneri principianti; & a scoprire tutti quegli artificiuoli, che hà ostinatamente impiegato questo *Professore*; per mantenersi, ad onta di tanti errori manifestamente commessi, il concetto di Maestro in quest' arte, appresso del vulgo imperito; non solo a costo del mio nome, di che poco, ò nulla mi carrebbe; ma ancora con gravissimo pericolo della Gioventù. Io non credo, che siasi mai fatta una Critica più disutile; ma nello stesso tempo più necessaria di questa: Non potevasi certamente pel motivo, e quì, ed altrove più volte addietro indicato, del pubblico interesse; trascurare il palesamento di tanti errori, venuti da un luogo sì sublime, ed eminente: ma dall'altra p rte; che utile in effetto riceve il Pubblico, ed hò io, dopo essermi stemprato il cerabro, in istendere, e spiegare argomenti sì fievoli: sciorre difficultà così puerili: e mettere in vista sotterfugj così miserabili? Siccome è desiderabile, che alle volte, uomini grandi, od inciampino, od opponghino; perche per lo più, gli sbaglj loro, e le sue obbjezzioni servono: od a produrre nuovi lumi per meglio schiarar la materia: od a far mettere in luce osservazioni pellegrine, che molto contribuiscano all' avanzamento delle scienze; come abbiamo veduto molte volte: così non bisognerebbe, che certe teste mezzanamente istruite in qual-

che mestiere; e superficialmente tinte di qualche cognizione; facessero subito mistero di ogni scrupolo, e di ogni ombra di difficultà, che sfortunatamente si presenta loro, nelle materie, che leggiermente possegono; e ne facessero pubblicamente pompa sù le stampe, con sì grave scapito de' letterati; mossi bene spesso, dalla curiosità d'incontrare qualche gustoso pascolo, a perdere miseramente il tempo, in iscorrere simili scritturelle, fregiate, ed accreditate dal nome di qualche persona illustrata dalla carica ch' esercita; e costretti per lo più dalle gofferie, che poi vi ritrovan per entro, ad impugnarle, e discuterle; per non lasciare il Pubblico inesperto, esposto al pericolo, di essere a man salva ingannato, e tradito, dal poco sapere, di chi, ò non s'accorge, ò non si vuole accorgere di non sapere. Ed in fatti, chi non si sarebbe lasciato portare dalla curiosità, ad applicarsi ad una lezzione attentissima dell' *Articolo VII.* del *Tom. VII.* de' nostri *Giornali*; vedendo l'impegno generoso, che vi piglia l'Autore *fac.* 55. *verf.* 11.; di dimostrare; *non con vane ciarle: ò mal fondate conghietture; ma con argomenti dimostrativi*; tutti quei capi, che abbiamo esaminati fin quì? Ma, chi dall'altra parte, letto che abbia quelle lunghe fueciance; potrà frenar lo sdegno; e non detestare, e palesare una baldanza sì risoluta, di farsi così irriverentemente giuoco del Pubblico; allettandolo con promesse tanto sicure, a perdere infelicemente il più prezioso tesoro, che è il tempo: in leggere tante vane dicerie, ch' altro alla per fine non sono, che pericolosi inciampi per la povera Gioventù, ed argomenti incontrastabili della poca cognizione de' principj più triviali della scienza, che professa, chi si fà largo con quelle speciose millanterie? Io certamente, cui il procedere in qualunque mio detto con rigorosa dimostrazion matematica; potrebbe far animo, a sperare; se non d'incontrare in simili bagattelle l'aggradimento; almeno di non irritare la sofferenza de' *Geometri*, con deluderli; non hò sì poco rispetto per loro, che ardisca chiamarli *Arbitri, e Giudici* di questo *esame*. Eglino senza dubbio, al primo ingresso delle *Riflessioni Geometriche*; avendo gustato il loro

pe-

peso, avranno sdegnosamente trappassato quell'*articolo*; per impiegare il suo tempo, in acquistarsi tante altre belle letterarie notizie, contenute sù quel pulitissimo *Giornale*; senza voler più udir parola, intorno a questa, sì ingiusta, e disgraziata contesa; e molto più, senza essere in necessità, di chi manifesti più distesamente la debolezza di quella scrittura. Solamente mi volgo a' principianti, del cui interesse si tratta; e non già a tutti; mà a que' pochi soli; cui è toccato in sorte, di essere raccomandati all' istituzione di questo Pubblico *Professore*. Gli altri, ò imbevuti di principj più sodi, e sicuri; ò colla scorta de' loro dottissimi Precettori; conoscendo facilmente la falsità di quelle dottrine, potranno agevolmente evitarne il pregiudizio: ma come potranno mai, fare altrettanto, senza un' avviso salutare, quelli, che bevendo alla stessa sorgente, d'onde scaturiscono dottrine sì pericolose; non avranno, che fondamenti falsi, e documenti erronei? Faccians questi, pazientemente, e di soppiatto, a ruminare le cose, che hò loro sì chiaramente sminuzzate: quindi impossessati di quelle cognizioni, che ritroveranno sù questo *esame*: si faccino ad opporle al loro *Precettore*; a riverente titolo di sentirne la soluzione, e conoscerne la falsità, che vi presuppongono infallibilmente dentro, senza esser abili per se stessi a svelarla; che io prometto loro, che non andrà guari, che dalla perplesità delle risposte; e dal non rimanere da lui mai pienamente sodisfatti; evidentemente conosceranno in fine la verità de' miei detti; e la sodezza dell' appoggio, sù cui anno fondata la speranza del proprio profitto. Che se mai per disavventura, si ritrovassero, ò confusi, od apparentemente convinti, da quella sua franchezza, e prontezza di rispondere in sua difesa, tutto ciò, che gli si presenta sù labbri; non si arrendino sì facilmente; ma conservando le repliche ricevute, ò diligentemente in iscritto: ò fedelmente a memoria; non cessino di ponderarle trà sè; e qualvolta si presenti loro l' occasion favorevole; di communicarle con altri di scuola diversa; che io gli accerto, che almeno col tempo; ò con l'ajuto degli altri: dissipate le tenebre, che al presente ingombrano i loro teneri in-

telletti, vedranno a lume chiaro il fondo di questo loro *Oltramontano Professore*.

Quanto a quegli *intelligenti*, a' quali egli si appella; che forse si sono pigliati la pena di scorrere le *Riflessioni Geometriche*; e si prenderanno ancor quella, di dare un' occhiata all' *esame*, che ne hò fatto: faccino, che ne li prego, il confronto di que' pochi *schediasmi*, che si leggono sù gli *Atti di Lipsia*; e che anno messo il nostro *Professore* in aria di celebre Autore, con le cose, che hà scritto in queste sue trè disertazioni, e specialmente in questa dell' *Articolo VII.* del *Tom. VII. de' Giornali*; e dicanmi sinceramente; se sembra loro, che si confaccino con quelli; e se pajan loro, lavorio di una medesima mano. In fatti considerando i lumi, che se ne aveano, non sono di un prègio molto singulare; ma se vorranno parlare con ischietezza, gli confesseranno certamente, superiori di molto, alla capacità, di chi si è pubblicato così allo scuro in queste materie; con quelle puerili debolezze, che abbiamo in tutto questo *esame* vedute; e messe ancor più chiaramente in luce. Nel rimanente, la condotta, che hà tenuto questo pubblico *Professore*, per sostenere il credito proprio, e difendere le sue difettuose speculazioni; mostra chiaro, che uno stesso, è lo spirito di alcuni di questi Galantuomini, in tutte le sorte di dispute; e che la medesima è la strada, che tutti batton d'accordo, per non lasciarsi mai convincere dalle ragioni più evidenti, e per non arrendersi alle verità più chiare. Questo loro uniforme genio, e concorde carattere di ostinazione; non si può a mio credere; nè più al vivo: nè più succintamente, e propriamente dipignere, che colle parole del famoso Sig. M:; il quale in altra occasione, (tralasciando qualche cosa, che non fà a nostro proposito), così elegantemente scrisse in sua lingua. *Une declaration si fort, si raisonable, & si senseè; est plus utile à mon avis, que toutes les disputes; ou la plus part du temps, tout adversaire, qui se sent un peu trop presse: ne songe, que à cercher un faux--fuyant pour s' euader; & pour faire accroire, en parlant toujours, qu' il n' est pas vaincu.* Cioè, *Una sì gagliarda, così ragionevole, e sì sensata,*

ta dichiarazione, è a mio credere più utile, di qual si sia disputa; nelle quali, le più volte, ogni avversario, che si sente un pò troppo alle strette; non pensa, che a cercare un sotterfugio per iscappare, e per dar ad intendere col parlar sempre, chi ancor non è vinto.

CATALOGO
DE' CAPITOLI
PEL
PROFESSORE.

STrana neceſſità di cautele! Il *Catalogo*, ò ſia l' *Indice* degli argomenti de' *capitoli* contenuti ne' libri; ſin da che il mondo è mondo, uſato per alleggerir la pena, e ſcemar lo ſcommodo a chi legge: dee cambiarſi ora, per la prima volta, in un faſtidioſiſſimo freno, per trattenere sforzatamente entro i limiti della diſputa l'Autore a cui ſi ſcrive. L'inaſpettata, ed inuſitata maniera, della quale ſi è ſervito queſto *pubblico Profeſſore* nelle diſaminate *Rifleſſioni Geometriche*, per difenderſi dalle oppoſizioni da me fattegli; ſaltando di palo in fraſca, ed infilzando tanto ciarle vane; ſenza riſpondere acconciatamente una ſola volta; ò ſodisfare con qualche buon garbo, ad uno di tanti argomenti: mi hà meſſo in obbligo, d' aguzzar l' ingegno, per ritrovare al fin modo, di coſtringerlo, ſe ſia mai poſſibile; od a replicar con ſua gloria, ed altrui profitto, da *Profeſſore*: od a tacerſene per ſuo vantaggio, e noſtro decoro, da appagato, e convinto. Ed avvegnache, io ſia perſuaſiſſimo, che; chi, od hà buonamente creduto; ò maliziosamente hà voluto far credere al vulgo ſemplice, di aver proceduto nella ſua ultima ſcrittura *non con vane ciarle, ò mal fondate congbietture, ma con argomenti dimoſtrativi*; non potendo in niſſun modo mettere in opra il primo; non ſaprà, ò vorrà prudentemente riſolverſi, (in verità un pò troppo tardi,) ad eſeguire il ſe-

ſecondo partito: voglio tuttavia, almeno innanzi tratto; ò turbargli il ripoſo, nel quale lo potrebbe facilmente laſciare la falſa opinione, che ancora per avventura conſervaſſe, di potere facilmente riuſcire in un'altro incontro; con fargli chiaramente vedere, ciò, che dovrebbe, ma non potrà mai provare, per andarſene faſtoſo, e trionfante: od amareggiargli la gioja, ed il giubilo, che gli poteſſe iſtillare al cuore, la vana ſperanza, che poteſſe di nuovo avere, di potere per qualche tempo, guadagnarſi l'applauſo degl' imperiti, riſpondendo al ſuo ſolito almeno apparentemente: con preoccupar la ſua replica (qualunque ella ſi poſſa al fin eſſere) pria, che veda la luce, con certi avvertimenti, che avran tutta la forza di altrettante ſuccinte, ma ſode impugnazioni de' futuri ſuoi detti. A queſto oggetto; io andrò diſtendendo gli argomenti di tutti i *capitoli*, con aggiugnere ad un per uno, la ſua brieve, ma chiara ſpoſizione, dell' impegno, che corre al *Profeſsore*; ſpiegando quanto egli degga rigoroſamente dimoſtrare, per farla da un par ſuo; e ſodisfare pienamente, e dirittamente (ſenza uſcire, ſecondo il ſuo conſueto della carriera,) a ciò, che gli viene, ò propoſto, od oppoſto; il che dovrebbe ſervire, per tenerlo a dovere, e diſanimarlo ad entrare un'altra volta in aringo, quando non ſi ſenta proviſto di ragioni, che vadano a ferire lo ſcopo, che gli ſi moſtrerà così chiaramente; e non abbia in pronto migliori partiti, per uſcir d' impaccio, che que' ſuoi infelici artificiuoli, uſati nelle ſcritture paſſate: li quali a confronto di avvertimenti sì chiari, benche a lui forſe troppo importuni, perderanno tutta la forza, che poteſſero avere per ingannarlo; ò tutta l'apparenza, che poteſſe conciliar loro, coll' autorevole dignità della ſua carica, per guadagnarſi per qualche tempo il giudizio favorevole degl' Idioti. Che ſe mai per avventura, egli foſſe; ò così altamente occupato dalla falſa opinione della giuſtizia della ſua cauſa, e della gagliardia delle proprie forze; ò così perdutamente poſſeduto dalla fiducia, che aveſſe poſto nelle apparenze, (le quali ſecondo ciò, che egli ſteſſo confeſſa alla *fac.* 54. *verſ.* 20. gli *rinvigoriſcano lo ſpirito, e l' animano a ſoſtener*

con

con intrepidezza l'impegno di questa contesa) Che si lusingasse, ò di potere ancora una volta sostenere con decoro i suoi detti, e replicar con gloria alle mie opposizioni; ò di essere in istato, di proseguire a deludere con sue ciarle la povera gente semplice, e trionfare con i soliti sotterfugi dell' ignoranza del vulgo inesperto; anche a dispetto di un' industria così efficace, per levargli ogni scampo; ed a fronte di avvertimenti sì chiari, sufficienti a far cadere di mano la penna, agli animi più risoluti, ed ostinati: otterà almeno sempre il suo fine questo mio necessario partito, illustrando la mente, ed aprendo l' intelletto alla misera Gioventude, che avvisata opportunamente da questi insegnamenti, del debito, che corre al nostro *Professore*: potrà in un baleno conoscere il valore delle sue repliche, col solamente gettar gli occhi sù questo catalogo; e giudicare al paragone degli avvisi, che le porgo: ò della finezza del suo intendere: ò del candore del suo procedere nelle materie letterarie; l'uno, e l'altro sì necessario, in chi presiede alla istruzzione delle tenere menti giovanili.

Capitolo Primo.

I*Ntroduzzione, e fine dell'Autore. Carattere del* Professore, *e sua Idea corotta del metodo del Sig.* Neutoni *fac.* 79. Per mostrar dissimile dall' originale, il ritratto, che si abbozza del suo genio letterario; basterà, che il *Professore*, giunto a quei passi, ove si mettono al suo buon lume, que' tratti, che più distintamente il rappresentano; gli mostri finti, e lontani da quello. Noi pervenuti, che saremo a que' luoghi, non mancheremo di avvisarlo fedelmente dell' obbligo, che gli corre, per giustificarsi, e convincerci d'infedeli nel disegnarlo ch' abbiam fatto. Intanto quì ci spieghi; cosa intenda in suo linguaggio per *Geometria puramente lineare:* E posto, ch' ei non intendesse di escludere dal metodo del Signor *Neutoni* il calcolo *differenziale*, quando scrisse, Che avea ritrovata la soluzione di quel problema, *senza calcolo, per via di Geometria puramente lineare*; c' insegni, come possa

que-

questo titolo esser proprio di detto calcolo; e ci dimostri, in che peccherebbe, per conseguente, chi per esempio dicesse, Che la dimostrazione della 47. *del primo d' Euclide*, è condotta *senza calcolo, per via di Geometria puramente lineare*. Che se poi, fosse di parere, che il detto Signore, non abbia adoperato *calcolo differenziale*, od *integrale*; ò sia secondo il suo Idioma di *flussioni, e fluenti*: ci deve dimostrare, come quella sua *propos*. 41., (ò quelle, dalle quali essa dipende) di cui si tratta; possa dirsi maneggiata *senza calcolo, per via di Geometria puramente lineare*, che in questo caso sarebbe la comune; contro ciò, che scrissero, non solo li Signori *Marchese dell' Ospitale, e Leibnizio*, ma lo stesso Sig. *Newtoni*.

Capitolo II.

N*Uove ragioni, che dimostran falsa, l'interpetrazione, che dà* il Professore *a quel suo detto*: Che il problema inverso delle forze centrali, non si potrà forse generalmente mai sciogliere: *f*. 84. Alla prima di queste trè ragioni, deve il *Professore* mostrare: come, essendo il caso suo speziale, qualificato da una ragione *speziale* delle forze centrali; il caso generale, che lo deve contenere, e racchiudere in se, non debba esserlo dalla ragione indeterminata, e *generale* delle dette forze; ma dalla natura della curva *meccanica*, od *Algebraica*; e per conseguente, ci dimostri, ove peccò il Sig. *Jacopo Bernulli*; quando in questa distinzione di casi, *speziale*, e *generale*; camminò nella prima, e non nella seconda maniera.

Alla seconda ragione, rispondendo in forma a proposizione, per proposizione dell'argomento fatto; ci dimostri, quale, è la fallacia, ed in che consiste il *paralogismo*, che impedisce didurne per legittimo conseguente, *Che il problema degl' Isoperimetri, secondo la sua spiegazione, non è mai stato generalmente sciolto*.

Alla terza farà chiaramente vedere; qual sia la ragione, che ammessa la sua spiegazione; impedisca di sustituire, a questo titolo: *soluzion generale di un problema trascendente*, *ò mec-*

ò meccanico, e che solo in alcuni casi particolari diventa Algebraico: quest'altro; *soluzion generale di un problema, che forse non si potrà generalmente mai sciogliere*.

Capitolo III.

Q*Uel saggio, che porta il* Professore *per pruova del suo sapere di quattr' anni addietro; fà conoscere, che nè pure allora intendeva le speculazioni del Sig.* Neutoni; *fac.* 91. Quì bisogna, che dimostri il *Professore*; come, tanto l'equazione, che hà sinistramente cavata dalla proposizione del Sig. *Neutoni* alla *fac.* 59.; quanto quell' *immaginaria*, che ne potea solamente venire dal suo calcolo, come hò dimostrato alla *f.* 95. *v.* 22.; si possino accordare colla *Generale*, ch'egli hà dato alle *fac.* 29., *e* 61., a simiglianza, ed imitazione di quelle, che io diedi nel *TerzoTom*; senza ricorrere al correggimento, che io gli somministro ai *Cap. VI.*, e *XII.*

Capitolo IV.

IL Professore, *nè pur la perdona ad un suo Amico, condannando una dottrina, che asserisce essere dall'Autore stata pigliata in prestito da lui; e condannandola, non solamente contro gl' insegnamenti, e l'uso, che ne anno fatto i più celebri, e periti Geometri; ma ancora dopo averla egli stesso poche faccie addietro usata, fac.* 98. Senza prescrivere legge alcuna, circa al modo, che deve tenere il *Professore*, per iscusarsi con quel suo Amico, dopo avere ingiustamente criticata quella speculazione, secondo i suoi detti, da me pigliata in *prestito da lui*; l'avverto solamente; che quì deve dimostrare; come non solo i Signori *Leibnizio*, *Neutoni*, e *Bernulli* ne' problemi accennati; ma nè pure egli alla *fac.* ivi *cit.* abbi pigliata la *velocità per costante*, quando un mobile spinto da forze costantemente applicate, scorre uno spazio infinitamente piccolo; giacche condanna la maniera, che hò dato nel *Tom. III.*, per ritrovare il *canone* delle *forze centrali*, come appog-
gia-

giata sù questa *falsa Ipotesi:* Ed avverta, che io dico *dimostrare*; non ciarlare.

Capitolo V.

C*He è meno ristretta, la soluzione del problema inverso* delle forze centrali *data dall'* Autore, *presupponendo ogn' uno de' trè differenziali costanti; che quella del* Professore, *che piglia solo il tempo per tale. Che è più da pregiarsi la strada, che porta alla soluzione de' problemi, colle integrazioni, che con qualunque altro artificio, che le sfugga. Se ne approva per altro uno del* Professore; *ma se ne dà una soluzione più facile assai, ed ispedita, fac.* 104. Quando il *Professore* persista ancora in quella falsa opinione, Che la mia soluzione del problema inverso delle forze centrali nel voto, non sia meno ristretta della sua; mostri di grazia, come possasi mai con verità dir ciò, di una, che per trè strade differenti arriva al quesito; se si paragoni con un' altra, che appena vi giugne per una sola: Aggiunga di più i motivi, perche non sia più pregievole il metodo, che perviene alla soluzione di un problema inverso per la strada degl' *integrali*, di quello, che abbisogni di altri artificj, per mancanza di regole, che lo portino a ritrovar quelli; e se in fatti lo è, dicami, se non hò avuto ragione, di anteporre quel metodo, all' altro, col quale dò quella mia soluzione del problema; Che, se non mostra il contrario, dovrà confessarla più semplice della sua; e cedere a quel vanto, ch' egli hà creduto riportare, pensando con quella di avere eseguito, cosa alla quale io dovendo, non potessi con *tutta la facilità possibile* pervenire; se le ragioni addotte non mi avessero fatto risolvere a tener l' altra strada: quale oltre al darci la stessa soluzione; insegna ancora al Pubblico qualche cosa di nuovo, intorno ad una materia, che è a' dì nostri l' oggetto delle speculazioni, e degli sforzi di pochi Insigni *Geometri*, che pretendono segnalarsi nel promovere questo metodo, così necessario, nel quale siamo ancora tanto allo scuro.

Ca-

Capitolo VI.

C*He l' Autore ſpiegando una propoſizione del Sig.*Neutoni, *dovea ſervirſi della ſteſsa condizione, che egli aſſume. Si eſamina un' obbiezzione fattagli dal* Profeſſore, *intorno all' integrale di un' area. Si moſtra l' origine dell' errore oſservato al Cap. III., e ſi fà vedere, ch' egli fà dire uno ſpropoſito al Sig.* Neutoni, *fac.* 107. Deve ſpiegare a queſto paſſo il *Profeſsore*, con qual fondamento mi condanna; mentre dimoſtrando *ſimbolicamente* quella propoſizione del Sig. *Neutoni*; mi ſervo della ſteſſa condizione, ch' egli aſſume: e m' inſegni, (che gliene ſaprò, e grado, e grazia,) come ſi poteſſe mai ridurre a' ſimboli la ſteſſa ſpeculazione, ſenza ſeguire la preſuppoſizione, che adopra il ſuo Autore.

Al ſecondo punto di queſto *capitolo*: Io non aſpetto certamente, ch' egli cambiando la paſſata ſua mal fondata obbjezzione, in un' argomento di gratitudine, mi ringrazi, di avergli inſegnato; come dovea procedere nella ſpiegazione della ſteſſa propoſizione del Sig. *Neutoni*, per non incorrere in quegli errori, ch' io vi hò ſcoperto al *Cap. III.*; farà aſſai, ſe ſecondo il ſuo ſolito, non ſi ſerve di queſto lume per correggerſi; non ſolo ſenza riconoſcerne da me il beneficio; ma con inſultarmi, e prorompere in qualche millanteria, della facilità, che avrebbe avuto a ben riuſcirvi, ſol che aveſſe avuto la *curioſità* di cercarlo: Riſponda ſolo in *forma*, come gli corre l' obbligo, all' argomento, che dimoſtra; Che egli hà fatto dire uno ſpropoſito ſoleniſſimo al *Celebre Neutoni*; e facciaci vedere, che facendo come egli, DF $=f$, la quantità $\overline{ABED}$. 1:2., che ſecondo lui dal detto Signore ſi dimoſtra *uguale* alla velocità in I, ò ſia in D; ſia uguale, non alla metà ſola; ma a tutta intera la velocità.

Capitolo VII.

IL Profeſſore *dopo avere imparato dall' Autore; che ciò, che cercava, e ſtimava difficile, era faciliſſimo; cambia manie-*

ra

ra di parlare, e per salvar suo decoro, finge di aver cercato una tutt' altra cosa; ma si manifesta questo suo nuovo artificiuolo, e si delude, con far vedere; che l' autore avea già dato ancor questa, fac. 112. Come appare chiaramente da questo *capitolo*, il *Professore* hà sempre cercato; per qual maniera, dall'equazion generale del problema inverso delle forze centrali nel voto, si deducan nel caso particolare, quando $f = b:xx$, le sezioni del cono; e si è piccato, perche io alla barba sua dissi: *Che la cosa era troppo facile, per impiegarvi più lungo tempo*: Ora se vuol introdurre l'equazione *Algebraica* delle dette sezioni; e far vedere, di aver fatto questo spezial quesito, e così render vano, e falso quel mio detto; dimostri, ch' egli cada sù la facilità di ritrovare l'equazione *Algebraica*; cioè, ch' egli allora cercasse; come si potea da quella equzion generale *differenziale*; cavarne l'*Algebraica* delle sezioni coniche nel caso particolare accennato; tal che egli abbia poi dovuto provare con quella sua lunga operazione, e con tante ciance, Che il negozio non era sì facile, come io dicea; ma difficile al pari del problema stesso generale.

Capitolo VIII.

IL Professore, *per conciliare qualche autorità a' suoi errori; cerca contro ogni convenevolezza, attribuirgli ancora ad un Celebre* Geometra *suo amico. Condanna una certa regola usata prima da se, nel Tom. V., e praticata dall' Autore, so'o per vincerlo colle sue steffe armi. Si scioglie una sua ridevole istanza, colla quale dovendo mostrare; Che una certa ricerca, è difficile; mostra solo, che in un certo caso sarebbe tale: E si fà veder vano un suo sotterfugio; non solo con ragioni, ma con un' altra sua speculazione, fac.* 116. Io mi rimetto al *Professore*, in tutto, e per tutto, circa all' eleggere il modo, che gli parerà più a proposito, per salvare almeno colle sue solite cianze in apparenza, le leggi del trattar civile, e per iscolparsi con quel suo amico; se, (come è facilissimo ad avvenire); si dorrà privatamente seco, della poca convenevolezza usata con la sua persona, in volerlo palesare per com-

pagno ne' ſuoi errori, ed inviluppario nelle ſue diſperate miſchie letterarie: Quì ſolo chieggio in primo luogo da lui, che pruovi, come queſto mio argomento: *Queſta equazione differenziale, non è diverſa da quella, che hà dato il Signor* Varignoni, *per le ſezioni coniche; ſalvo, che nelle coſtanti: dunque ella è equazione di ſezioni coniche*; ſia una *pura petizion di principio*; e non lo ſia altresì in lui queſt' altro, che porta alla *fac.30. verſ.18. ſeg.*, con cui così ragiona: ſi averà queſta equazione, la quale *ridotta, ſarà affatto ſimile a quella, che trovammo alla fac. 465. Tom. II. del Giornale; ove il divario con queſta, conſiſte ſolo nelle denominazioni delle linee: adunque l' equazione qui trovata eſprime generalmente le trè ſezioni del cono*; le quali appunto venivano eſpreſſe da quell' altra, che cita.

In ſecondo luogo, ſalvi la forza di quel ſuo argomento; col quale dovendo provare; Che *quella diduzzione delle ſezioni del cono è difficile*, ſecondo il ſuo impegno: dice ſolo, che *ſarebbe ſtato difficile*, ſe il Sig. *Varignoni*, non ci aveſſe dato le ſue equazioni *differenziali*, di quelle curve riferite al ſuo *foco*: O pure ci dimoſtri; come non vaglia altrettanto, contro ſe, ſe mai per diſgrazia foſſimo tanto leggieri, di far un ſimile ſpropoſitato raziocinio per concludere, Che quella ſua diduzzione, è difficile, nè ſi può agevolmente fare: perche ſe il *Carteſio*, od altri ſeco, non aveſsero ſpiegato il negozio delle equazioni; non ſi saprebbe adeſso la ſtrada per pervenirvi.

Altre due coſe deve dimoſtrare il *Profeſſore* per corroborare i ſuoi detti. Una, che eſſendo (come egli dice) l'unico partito per far quella diduzzione; *coſtruir l' equazion differenziale*; come mai, egli, che avea (ſe a lui crediamo) sì egreggiamente inteſa la ſoluzione del Sig. *Neutoni*, il quale dà la coſtruzzione ancora; non abbia poi ſaputo da quella cavarne queſta diduzzione; e ſi ſia proteſtato: non conſtargli come il detto Signore abbia proceduto in quella determinazione. L' altra coſa, che deve dimoſtrare è; come eſsendo ſecondo lui, l' equazion *differenziale* delle ſezioni coniche, rifferite al *foco*, nella forma, che hò fatto io, coſtruibile,

ſen-

ſenza le quadrature, ed *Algebraicamente*, tanto, quanto lo ſia l' altra, colla quale ſi riferiſcono al ſuo aſſe; ciò non oſtante quella diduzzione, che depende, ſecondo i ſuoi detti, da quella coſtruzione; reſti poi ugualmente difficile, che la ſoluzion generale del problema.

Capitolo IX.

C*Ol render ragione di un' inſegnamento del Sig. Jacopo Bernulli, che il* Profeſſore *deſtramente avea taciuta; ſi dimoſtra falſo, Che l'Autore abbia commeſſo un paralogiſmo; e ſe ne diſcoprono due de' ſuoi, fac.* 122. Quì il *Profeſſore* non hà a fare, che quanto chiaramente gli s' impone in queſto *capitolo*: cioè dimoſtrare, che io non abbia eſeguito, ciò, che preſcrive il Sig. *Bernulli*, per non commettere *paralogiſmo*: e ſe l' hò, (come in fatti l' hò) eſeguito, dica perche mai, mi hà fatto queſta obbiezzione; perche certamente, ciò non può aver fatto, che; od a cagione di non aver capita la mia operazione; ò ſe l' hà capita, e conoſciuta per legittima; ſolamente per farmi, contro tutte le leggi del dovere, di un'Ingenuo, e civile letterato; falſamente credere, caduto in un' errore, ch' egli ſteſſo conoſcea, che non hò commeſso: l'uno, o l' altro, quanto decoroſamente pel ſuo nome, egli ſel veda. In quanto al ſuo primo *paralogiſmo*, che hà commeſſo, tralaſciando di annoverar trà le curve, che ſodisfanno al queſito, anche il *triangolo*; ci riſerbiamo diſcorrerne al *Cap. XII.* Intanto quì ſpieghi un poco l' operazione, che hà fatto, per paſſare dal *generale*, al caſo *particolare* di $f = b:xx$, ed i fini, che in ciò hà avuti, che prometto, fargli veder dentro, un'altro *paralogiſmo*.

Capitolo X.

S*' inſegna al* Profeſſore *il modo di ſodisfare un ſuo ſcolare, in una difficultà, ch' egli ſteſſo ſtima inſolubile, fac.* 125. Per ſodisfare al *Giovinetto*, che gli argomenta contro; per altra ſtrada, che per quella, che io hò, all' uno, ed all' altro

insegnato; bisogna, che quì il *Professore*, con qualche sua pellegrina dottrina, risponda ad una per una alle trè proposizioni dell'argomento; e mostri in che pecchi; e perche in buona *loica* non concluda; che così verrà a dare la soluzione di quello stesso, che egli avea opposto all'Autòre, e mostrerà, come si era mai mal consigliato, in crederla una difficultà insuperabile.

Capitolo XI.

IL Professore, *non capendo il quesito; hà data una costruzione in vece di un'altra, che se ne cercava. Segli fà conoscer l'errore; e segl' insegna, come devasi procedere, per sodisfare alla questione, fac.* 128. Prima di ogni altra cosa, bisogna, che il *Professore*, ò ci faccia vedere, Che io non avessi già nella mia *dissertazione* ridotta l'equazione di cui si tratta ad un' equazione *Algebraica*; ò che si disdica, e mi confessi in questo caso non bisognoso di quella sua regola, colla quale volea mostrare di avermi insegnato, come si debba in ciò procedere. Se non fà, nè l'uno, nè l'altro, io non sò come posa provedere alla sua riputazione, ed al concetto di uomo leale, e sincero, che deve essere lo scopo principale delle azioni di ogni galantuomo, non che di ogni persona letteraria, e qualificata. Bisogna, che il *Professore* dimostri, in secondo luogo, Che quella sua costruzzione, sia la richiesta da me; cioè *quella, che si fà dependentemente da differenziali, contenuti nell'equazione, che pretende costruire*, perche io ne hò addimãdata una tale, che sia la *costruzzione di quella equazione*; e non una, dalla quale si posa facilmente didurre l'equazion *differenziale*: la quale si può egualmente didurre dall'equazione ordinaria *Algebraica* delle sezioni coniche, riferite al suo asse; senza che la costruzzione di questa equazione sia la cercata.

Dica in terzo luogo il suo parere, sopra la costruzzione, ch' io gliene hò dato; e dimostri, che le sezioni coniche rifferite, non solo al *foco*, ma anche a *quegli archetti* espressi nell'equazione, che si tratta di costruire, possin costruirsi, senza

le

le quadrature; che secondo me, era, ed è anco impossibile: se ciò fà; nello stesso tempo sodisferà all'argomento dal *Giovinetto*, oppostogli nel *capitolo* antecedente; mostrandogli falsa la *minore*: Ma io posso sicuramente promettere, che non vi riuscirà; e che in fine bisognerà servirsi della dottrina, che gli hò somministrato, per sodisfare al *Fanciullo*; condanando così se stesso, che stimava insolubile un tal argomento; perche non sapea (e pure è vero!) la restrizione di quella proposizion *maggiore*. Dimostrata ch'egli abbia la possibilità della costruzzione di queste curve, considerate nel modo predetto, senza le quadrature; egli è, ancora in obbligo, di accordar seco, quanto disse alla *fac.65. verf.* 32., ove scrisse: Che *l'equazione della cui costruzzione ricercasi, non è integrabile, cioè costruibile*, senza le quadrature, ò le retificazioni di altre curve.

Capitolo XII.

S'*insegna al* Professore, *come il triangolo, si descriva da forze centrali infinitamente piccole. Se gli levano due difficultadelle, che gli anno impedito il capirlo; dimostrandogli, trà le altre cose, falso un principio, che contro li primi elementi del calcolo, che professa hà assunto: cioè, che in questo binomio* $a + x$, *nel quale* a *è costante, ed* x *variabile; posta questa infinitamente piccola, ancora la costante* a *diventa tale, e tutto il binomio si cambia in una quantità infinitamente piccola, fac.* 132. Quì il *Professore* deve rispondere chiaramente, e direttamente, a tutte, e trè quelle interrogazioni, che gli faccio; le quali non essendo, che primi principj del calcolo, che professa; non penso, che sia per essere tanto allo scuro, che mi contrasti le risposte, che io in sua vece ne hò dato. E se non hà in che contradirmi; bisogna, che dimostri, in che pecca quel raziocinio, che fondo sopra que' trè *postulati*; e col quale fò chiaramente vedere; come possa concepirsi, un *triangolo*, esser descritto da un mobile, tirato nel suo vertice, da forze, che vi anno il centro; sono infi-

nitamente piccole, ed in ragione reciproca dupplicata delle distanze del mobile da quel centro: che così mi caverà con più fortuna del passato, da questo mio *errore capitale*.

Quanto alla prima delle sue obbiezzioni, ò per meglio dire, di que' due suoi dubbioli, che gli anno fatto commetre un' error sì massiccio, e grossolano, di porre in dubbio una verità renduta sì chiara, e palese, non solo dal buon discorso; ma ancora dal puntual cambiamento, che fà, quella equazione per le sezioni coniche in generale, in quella del *triangolo*, fatta la nostra presupposizione: mostri di grazia, come la velocità espressa per $n.1:z.$, sia quella, che solamente può prodursi, da quella forza, che tira nel vertice della curva il mobile al suo centro; e con qual discorso egli ne diduca, che non possa essere qualunque altra, pur che sia *costante*.

Quanto al secondo, mostri, da chi hà mai imparato, che facendo f infinitamente piccola; tutta l'area ADFB, (che consta della porzione AVRB costante, ed uguale ad n, e di VDFR variabile, ed uguale a $z\int fdx$,) diventi ancor ella tale; ò, che è lo stesso: come in questo binomio $a+x$; posta x infinitamente piccola, tale diventi ancor a: che è il principio, che mi hà fatto credere appresso di lui, caduto in errore, e bisognoso di questa sua nobile speculazione per uscirne.

Capitolo XIII.

IL Professore, *convinto della perfezzione della soluzion del problema delle forze centrali nel pieno, data dall'Autore, ch'egli avea condannata; per non disdirsi, gl' imputa falsamente di non averla egli riconosciuta per sua; ed ispiegando le condizioni di quella, che egli pretende di aver riprovata; ci fà vedere, ch'ella è la propria: invilappandosi in varie contradizzioni intorno a quella sua riprovazione, faccia* 143. Fin' adesso, hò cercato di costringere il

il *Professore*, a mantenersi il credito di uomo *intelligente*; obbligandolo a mostrare con adequate dottrine, e risposte a proposito, falsi quegli errori, che gli hò imputati, ed insussistenti le opposizioni, che gli hò fatto. Adesso si tratta di un punto assai più dilicato, ed è; di far vedere, ch' egli è uomo di *buona fede*, e di *orrevole sincerità*: Porti dunque il mio testo, nel quale hò rigettato come cosa non mia, quella *formula*, della quale prima avea scritto: Che *in nessun caso non può mai venire*: & adesso soggiugne alla *f.* 71. *v.* 18. Che *quelle formule, ch' egli hà dimostrato false non sono* le mie, *come subito dopo* io ne hò *avvertito*. E così farà vedere, ch' egli è di animo schietto, incapace di comprarsi l' aura populare, e mantenersi fraudolentemente il credito di *Maestro* in quest' arte, con aggravare con falsità altrui, ed ingannare con menzogne il Pubblico.

E perche egli si protesta, di aver dimostrate false quelle *formule*, nelle quali si presuppone $p = ds: rdx$, $qdx = zds$: per far vedere, che hà impugnate le mie *formule*; come con una contradizzione manifesta (stante l' asserzione fatta di sopra di non esser le mie) si protesta di aver fatto alla *f. cit. v.* 26. scrivendo: Di non *aver preteso di convincer di falsa quella* mia *formula, che nel caso accennato di* $p = ds: rdx$, *& di* $qdx = zds$; ci mostri, che io faccia in effetto questa presupposizione, per arrivare all' espressione, che secondo lui, non *può in nessun caso venire*; e che non sia vero, ciò, che hò scritto alla *fac.* 35. *v.* 7. in questo *capitolo*, che queste sono le *Ipotesi*, ch' egli assume, per formarne quelle sue espressioni diverse dalle mie; e che per conseguente sia falso, Che in *luogo delle mie, abbia riprovate le sue speculazioni*.

In terzo luogo, accordi se può insieme, queste due asserzioni: Cioè, che *le formule, ch' egli avea dimostrate false, non sono le mie*; con quest' altra: Ed *hò soggiunto, che in certi casi le formule del Tom. III.*, (nel quale certamente non si ritrovano altre, che le mie), *non posson venire*: Simigliantemente combini queste altre; quando hà detto; Che *le* mie *formule in nissun caso posson venire*; con ciò, che ora dice:

Che le formule del *Tom. III. in certi dati*, e nel caso accennato di $p = ds : rdy$, e $qdx = zds$, non posson venire; cioè combini l' *universale*, col *particolare*, l'uno, e l' altro negativo; O che angoscie, o che sudori l'aspettano a questi passi; O che nuove, e curiose interpetrazioni vogliam sentire: Ma altro, che la speranza, di questa dilettevole ricreazione, mi avrebbe potuto confortare, a sostenere il tedio, che hò, in istendere queste misere *riflessioni*.

Nel rimanente, questo solo capitolo potea sparmiarmi tutte le altre osservazioni, e gli altri capitoli, che hò aggiunti a questo infruttuoso esame; perche quì spicca chiara la disperazione, che hà provata il Professore, *in questa controversia: mentre ad uso dello Scorpione, che circondato dalle fiamme, non vedendo scampo alla sua salute, rivolge a' proprj danni la coda, e si uccide; disperato di poter sostenere la falsa critica, che avea fatto delle mie* formule, *si è rivoltato ciecamente, e rabbiosamente a condannare, e riprovare le proprie; ed hà amato più tosto, di atterrare con ciarle strepitose le sue speculazioni, e di sconfiggere con apparenti, e vane dicerie le proprie soluzioni; che confessare, con silenzio, la perfezzione delle mie, e condannar tacitamente, e da mutolo, con lode, l' infelicità della propria critica sfortunata*. E non è egli questo il carattere di una difesa disperata? Là le *formule* non eran le mie: quì diventan tali; poco dopo sono le sue; ed eccovi le più belle *metamorfosi*, che abbino mai inventate i Poeti antichi, fattevi vedere, in una mezza faccia, da un *Geometra moderno:* Nol diss' io sul bel principio, Che questo Galantuomo; *tirava fendenti a traverso, ad occhj serrati, senza nè pur aver riguardo alle cose sue*? E non era egli meglio tacere, e cedere alla verità, quando non si avea cosa da dire miglior del silenzio? *Vel sile, vel dic aliquid melius silentio*, dicea quel Filosofo a colui, che volea sempre parlare, ma sempre male: Ma potea egli parlar mai peggio, di Chi, in una difesa *Geometrica* si protesta, ò senza conoscerlo; ò conoscendolo, senza rimordimento: di aver voluto mostrar falso, colle sue critiche, le proprie, in luogo delle speculazioni dell' Avversario? e non per altro, che per apparire di aver risposto qual-

che

che cosa dove non avea, che rispondere? Grand' ardire! Grand' animo! E poco rispetto al suo ufficio, ed agli uomini dotti! O poco sapere in un *Professore*?

Capitolo XIV.

IL Professore, *servendosi di una dottrina somministratagli dall'Autore per ajutarlo a correggersi; lo fà senza confessarlo; e come se fosse una propria speculazione fac.* 152. Quì, a poco è tenuto il *Professore* per eseguire il suo debito: basta, ch' egli dimostri, che per farsi strada a cambiar la sua *formula* nella mia, con quella mutazione, che fà nell' equazione della *f.* 72. *v.* 14. *seg;* non si è servito dell'avviso, che gli hò, sì caritevolmente dato alla *pag.* 48. *vers. ultim.*; insegnandoli, che per giugnere alla *formula*, che avea condonnata, come *impossibile in nissun caso a venire*; era necessario in luogo del suo pdx, porre, $2pdx + dp : p$, ed in iscambio di qdx, sustituire $2qdx : p. \overline{n - 2 : 2}$. Che per tal modo farà conoscere, che per l' addietro, *non gli mancò, che la curiosità* di pervenire alla detta equazione; che è un tratto di quegli, che formano il carattere del suo genio letterario, abbozzato al *Cap. I.*

Capitolo XV.

L'*Autore non insegna al* Professore *la maniera di pervenire alle determinazioni del Sig.* Neutoni, *in certi casi particolari; a cagione del suo improprio istinto, di arrogarsi sempre la cognizione di quanto se gl' insegna, appreso, che l' abbia; con protestar, non essergli mancato, che la* CURIOSITA' *di cercarlo. Si condanna la maniera, che mostra tenere, nello sciogliere problemi, soluti già da altrui, f.* 154. Mostrando, ciò, che abbiamo avvertito nel *capitolo* antecedente, e convincendo falso ciò, che si dirà nel *XXII.*; si libererà facilmente dalla taccia, che gli si dà nella prima parte di questo *capitolo*, e che è una porzione di ciò, che si disse nel *primo*, delineando il suo *ritratto*. Quanto alla seconda parte, ella verrà senz'altro

tro convinta di vera, dall'infelice riuscita, che hà fatto questo *Pubblico Professore* nella nostra ricerca.

Capitolo XVI.

S*I dimostra, che il* Professore, *prima de' lumi ricevuti dall' Autore, non seppe far quel confronto, che falsamente millanta di aver fatto delle sue* formule, *con quelle del Sig.* Neutoni: *E ciò, che è più detestabile, ch' egli biasima i documenti ricevuti, senza de' quali, non hà saputo servirsi delle proprie speculazioni casualmente ritrovate. Quindi si fà vedere la sua imperizia nel puro mestiero di calcolare, fac.* 157. Quì il *Professore*, deve portarci l' operazioni, che fece, prima di aver ricevuti i miei lumi, per fare il confronto millantato; servendosi di alcuna di quelle sue trè *formule*, delle quali solo si parla; e che solamente avea a quel tempo; le quali si ritrovano registrate alle *fac.* 333., & 335. del *Tom. V.*, e quì alla *f.* 35. *v.* 2., *e* 6.; e così non solo ci dimostrerà, di aver fatto, e saputo fare senza di me quel paragone; ma ancora di averlo fatto per una strada diversa dalla mia; ch' ei condanna per *troppo inviluppata*, e composta di un numero troppo grande di membri: Ma dubito di molto, che non nè farà nulla; e se lo fà, nol farà mai, che per la strada da lui condannata, ed appresa da me.

Ci dimostri in secondo luogo, quale è mai quel compendio di calcolo, che l' hà obbligato a servirsi dell' equazione caratterizzata(O), con tante sustituzioni, per avere il valore di f, che si potea da lui sì facilmente ottenere, coll' equazione marcata con(M;) che in questo modo si farà vedere almeno perito nel mestiero di calcolare,

Capitoll XVII.

S*I abbraccia volentieri l' occasione di servire il* Professore; *mostrandogli secondo le istanze, che ne hà fatto; non solo qual sia quell'* ambiguità, ed incertezza di espressioni, *delle quali l' Autore hà tacciato sua analisi del problema delle forze* cen-

centrali nel pieno : ma ancora scoprendogli un'argomento, che fà conoscere, Che egli non hà Idea giusta di quel problema, fac. 162. Sarà un'effetto della gentilezza del *Professore*, riconoscere la mia puntualità in servirlo in questo punto, con eseguire anche più di quello, ch'egli mi avea chiesto; mostrandomene la sua gratitudine: Che se per avventura gli sembrasse, ch' io non avessi fatto quanto egli bramava; potrà almeno rimunerare la buona volontà, che hò dimostrato, di compiacerlo; accordando vicendevolmente (a titolo di farmi grazia) insieme, senza le sue solite *stiracchiature*: quel passarsi l'*archetto intero* AB, con *la velocità intera*; e quell' andarsi questa sempre *scemando* per tutto l'archetto; che sono il fondamento di quell' *ambiguità*, che vi hò ritrovato; e dimostrando successivamente la ragione, che hà avuto di servirsi sempre dello *scemamento* della *velocità* nel passar l' archetto, in luogo della *differenza*, che comprende, tanto quello, quanto l'*aumento*, che come si dimostra, può intervenirvi; ilche appresso di me fà un forte argomento, Ch'egli non abbia capita la natura di quell' elegante problema.

Capitolo XVIII.

IL Professore, *credendo di aver fatto un* gran che, *col render più universale il problema delle forze centrali nel pieno; altro non hà fatto, che mostrare, Che non nè hà intesa ancor ben la natura. Si dimostra, che una simile soluzione, è disutile, e generalmente Ideale, fac.* 166. In primo luogo hà da dimostrare quì il *Professore*, quale è la necessità, che l'hà obbligato, per isciogliere (come dice) pienamente il problema, a ritrovare l'equazione caratterrizzata (G), che io dico a tal effetto esser superflua; e gle lo dimostrerò, posto, che l' abbia in istato, (con fargli spiegare sopra ciò la sua mente,) di non poter più ricorrere, al suo solito, dappoiche glie lo avrò chiaramente insegnato, a quel suo ridevol refugio de' disperati; *ancor io il sapea: ma non hò avuta la curiosità di cercarlo.*

In

In secondo luogo, oltre al rispondere all'istanza della *spiral logaritmica*; nel caso, che due si presupponghino le forze, che concorrano nello stesso centro: ci dimostri un poco un caso, nel quale la distanza del centro M, dall' altro N, sia data di *lunghezza*, e di *posizione*; anche col servirsi del remedio, che gli hò accennato io; e che trascurato da lui, rende la soluzione, già *paralogistica*; di più ancora *inutile*, in quegl' istessi casi, ne' quali per altro aver potrebbe luogo.

Capitolo XIX.

SI dimostra, che non era difficile da' lumi somministrati dall' Autore, cavare la soluzione del problema delle forze centrali nel pieno. Si spiega quai fossero que' deboli, *per gli quali furono pubblicati; e si scuopre un artificio, del quale si serve il* Professore, *per non parere di avere usato dell'avviso, fac.* 172. Mostrici quì il *Professore*, come presupposto ciò, che scrissi nel *Tom. III.*, cioè, che il Sig. *Neutoni* avea soluto un caso particolare del mio problema alla *propos.*, e *lib.* indicato; possa passare questo avviso, per un'avvertimento *Ideale*, del quale non abbia potuto approfittare, come si sforza di far credere, solamente perche aggiunsi alla *f.* 46. *v.* 24. di avere indicato lo stesso in un' altra *scrittura non istampata*.

Capitolo XX.

SI dimostra chiaramente il grosso PARALOGISMO, *commesso dal* Professore, *nella soluzione del Problema proposto dall' Autore*: di ritrovare le forze centrali nel pieno; *e si fà vedere, esser proceduto, dal non aver capito la notissima dottrina del* gran Galileo, *intorno alla discesa, ed ascesa de' gravi: Mostrandosi di più, lo sforzo vano, ch' egli hà fatto per isfuggire la difficultà, e rivolgere altrove il discorso, fac.* 177. Quì il *Professore*, differendo ad altra occasione, più propria, il far vedere, Che io *non hò ben intesa, nè la dottrina del Sig.* Neutoni, *nè la natura delle*

for-

forze costantemente applicate, nulla contribuendo la mia ignoranza di ciò, a liberare dalla forza dell' argomento oppostogli, la sua soluzione, ed a dimostrarla legittima, e perfetta, e non *paralogistica*, e di niun valore, quale io evidentemente la manifesto: non hà da fare altro per difenderla, che seguendo l' avviso, che glie ne dà, l' adirato *Giovinetto*, dimostrare, Come, non ostante, che nell'*ascesa*, ò *discesa de' gravi*, (ò solamente in quella, per conformarsi più alla sua corrotta *Idea* dello *sminuimento della velocità*) gli scemamenti di spazio, e di velocità; non abbino trà loro la ragione di quello a questa, sia generalmente vero, Che, *perche gli scemamenti di spazio, e velocità, nel nostro caso, succedono in tempo uguale a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera, intero lo spazio* AB; *stia lo sminuimento di spazio* gE *all' intero spazio* BE, *ovvero* AB; *come lo sminuimento di velocità, alla velocità intera*, Che è il principio da lui assunto in quella sua *paralogistica* soluzione; che io *francamente* hò, non *solo detto*, ma dimostrato *esser falso*: con questo trivialissimo principio della *caduta de' gravi*, che mi hà proveduto ben di altro argomento, *contro* quella sua *conseguenza*, che dell' esser *falsa*, *perche è falsissima*; come egli miseramente asserisce, per isfugire l' impegno di rispondere direttamente.

Capitolo XXI.

IL Professore, *in vece di sciogliere l' opposizione fattagli nel* capitolo *precedente, che convince la sua soluzione del sopradetto problema di un puro* paralogismo, *tenta scansarne la forza, con divertire il discorso; facendo all' Autore due delle sue solite difficultà; la seconda delle quali, con un' esempio pellegrino, ed affatto nuovo, scioglie immediatamente la prima, ed include una dottrina, dirittamente opposta ad un' altra, da lui stabilita, sul' ingresso delle sue Riflessioni, fac.* 186. Quì in primo luogo, deve il *Professore* dimostrare; cosa anno mai che fare colla opposizione fattagli, che dimostra la sua soluzione uno schietto *paralogismo*; ed alla quale si richiedeva di-

diretta risposta; queste due difficultà, che vicendevolmente fà all'Autore; ed insinuarci la riposta, che ne hà dato, senza questi argomenti; indicandoci la *pagina*, e portando le sue parole, che la contengono; essendo in fatti un ripiego troppo grossolano per un *Professor* sì sublime; trappassare, e saltare serrando gli occhi per non vederle, le opposizioni, fatte contro una delle sue più cospicue speculazioni, senza discuterle, e dimostrarne minutamente in tutte le sue parti le falsità, che contengono, prima di passare a proporre le proprie contro l'oppositore; ed avendo un non sò che, più dell' ardito, il credere, che quei suoi *intelligenti* a' quali si appella; sian di tempra così dura, che possin passar per risposta ad una obbjezzione, il proporre altre ciarle in forma di dubbj all'Avversario, che con ogni giustizia stà aspettando sodisfazzione a' proprj argomenti. E perche la prima sua opposizione, colla quale pretende di far vedere, che l'Autore *non hà ben intesa la dottrina del Sig. Neutoni*; consiste nell'esser realmente la *velocità variabile*, e non costante per tutto lo spazietto DE, venendo espressa per i lati quadrati dell' aree ADFB, AdfB, AEGB, delle quali la prima è realmente minor della seconda, e questa della terza; è tenuto

In secondo luogo a dimostrare, che (come dice) l'Autore la stessa seconda sua opposizione, colla quale pretende di far vedere, Che egli non hà ben *intesa la natura delle forze costantemente applicate*, come si protesta alla *f.76.v.12.* e pensa di eseguire a'*v.25. seg.*, e nella quale asserisce, Che *avvegnache, le velocità non sian realmente costanti, possono non dimeno considerarsi per tali*; non sodisfaccia alla prima, sciogliendo immediatamente tutta la sua forza; e non contenga tutto ciò, che avea detto l'Autore alla *fac.* 47.; che sempre insegnò, che si possono *presupporre, fingere, e considerare* come *costanti*; le quali espressioni non avrebbono certamente luogo, se le avesse credute veramente tali: Il che dimostrando, sarà vedere, di non aver fatto un'opposizione, della quale si ritrovava, non solamente impressa la risposta, prima che fosse stata opposta; ma che questa stessa risposta è stata ridevolmente da lui pigliata dall' Autore, per opporgliela, come

un'

un' argomento del *non aver capito la natura delle forze centrali*.

In terzo luogo, deve dimostrare il *Professore*, contro la ragione, che l'Autore porta, dopo le cose predette; qual sia quel filo di raziocinio concludente, col quale (concedendogli anche questo falso assunto: Che l' Autore *non hà saputo, che con tutto che i moti sù gl' Archi* AB, Bg *non sono equabili, possono nondimeno considerarsi come tali*) diduce, e ne cava per conseguente, Ch' egli *non hà intesa la natura delle forze costantemente applicate*; ed avverti, che quì ci vuole un' argomento da *Professore*: Nò: dico troppo: da uno, che studia le *summole della Loica*; cioè in *forma*, e concludentemente disposto.

Deve in questo luogo il *Professore*, dimostrare, che quella dottrina data alla *f. 60. v. 31.*, colla quale insegna, Che il moto di un mobile spinto da una forza *costantemente applicata* per uno spazio infinitamente piccolo, NON PUO MAI CONSIDERARSI EQUABILE; non sia contraditoria, ed opposta a quella, che stabilì alla *f. 58. v. 6.*, ed all' altra, che quì alla *f. 76. v. 36.* promulga; cioè, che con tutto che, i moti sù gl' Archi AB, Bg, (che sono ancor essi di un mobile, spinto da una forza *costantemente applicata*, per uno spazio infinitamente piccolo; come erano gli addotti di sopra) non siano equabili; POSSONO non dimeno CONSIDERARSI COME TALI, che vuol dire EQUABILI; col che dimostrerà ancora falso, ciò che dicevamo al *capitolo primo*: cioè, che *in sua bocca, il sì, val per il nò*.

Capitolo XXII.

IL Professore, *fà vista astutamente di credere, Che il suo* Paralogismo *non richiegga al più, che una leggiera spiegazione de' suoi detti: e per darla, si servè d' una dottrina somministratagli dall' Autore, come fosse propria, nè quello, ne avesse mai scritto nulla, fac.* 194. Quì ci dimostri il *Professore*, quale, è quella *cosa*, che và spiegata con questo suo detto: *Ora essendo questi due archi descritti intem-*

tempi uguali; ſtarà lo ſpazio AB *allo ſpazio* Bg; *come la velocità intera in* A, *alla velocità in* B; *e convertendo; ſtarà il decremento dello ſpazio* gE, *allo ſpazio intero* AB, *ovvero* BE; *come lo ſcemamento di velocità; cioè l' eccesſo con cui la velocità in* A, *ſupera quella in* B, *alla velocità in* A. E ci faccia vedere, che anzi queſta, non ſia la correzzione di quel ſuo *paralogiſmo*, che hà commeſſo nello ſciorre il problema delle forze centrali nel pieno; pigliata deſtramente, furtivamente celandolo, da quanto ne ſcriſſe l' Autore alla *f.* 48. *v.* 13., che dimoſtrò; Come il Sig. *Neutoni* c' inſegnò, che per concludere legittimamente, ciò, che avea *paralogiſticamente* didotto il buon *Profeſſore*; biſognava cavare queſta analogia ds, $ds \mp dds$: u, $u \mp du$; la quale altro non è, che ciò, che hà ſpiegato in termini più eſpreſſi il noſtro *Profeſsore*; laſciandovi, ſecondo il ſuo conſueto, l' errore, di conſiderare il ſolo *ſcemamento* di velocità, come fece ancora addietro.

Capitolo XXIII.

S*I danno quattro formule differenti, del Problema propoſto dal* Profeſſore *in fine della ſua diſſertazione, fac.* 197. Io non crederei, che il povero *Profeſsore*, dopo una riuſcita sì infelice, nel criticarmi la ſoluzione del problema delle *forze centrali nel pieno*; foſſe più, per così facilmente metter le mani nelle mie, e nell' altrui ſpeculazioni, e farſene correggitor sì franco. Le paſſate ſfortune, dovrebbono certamente, avergli almeno apportato queſto vantaggio; di conoſcerſi incapace, di eſercitare un arte sì difficile, ed un meſtiero così pericoloſo, anche per gli Maeſtri più eſperti, e per gli ſteſſi Profeſſori, di ſaldo, e profondo ſapere: Tuttavia, ſe rifletto alla ſua paſſata condotta, e conſidero il poco profitto, che hà tratto dall' altre due mie *diſsertazioni*, che pur dovevano infondergli tanta prudenza, da non mettere affatto a sbaraglio il ſuo credito, con impegnarſi a ſoſtenere co' nuovi, e più patenti ſpropoſiti, gli errori commeſſi nelle antecedenti ſpeculazioni; Io lo ſcorgo così ciecamen-

mente, e disperatamente affascinato, dal desiderio di spacciarsi a qualunque costo, per quel Personaggio, che dovrebbe in fatti essere, e che gli era felicemente riuscito di farsici credere; che non posso persuadermi, Che vi sia per essere più nell'avvenire per lui, ritegno alcuno, sufficiente a ritrarlo dal total precipizio, ed a trattenerlo dal fare con qualche altra censura mal fondata, un gettito compiuto di quella qual si sia reliquia di credito, che gli possa esser restato nel concetto di qualche suo affezionato, ed imperito parziale, anche dopo la pubblicazione delle sue *Riflessioni Geometriche*. Perche io hò voluto stendere diligentemente l'*analisi*, che mi hà condotto alla soluzione del problema da lui proposto a *Geometri*, nel fine della sua *dissertazione*; ad oggetto di porgergli così, un libero, e vasto campo, di esaminarne tutte le più minute circostanze, e sfogare la conceputa passione, con rivolgere i denti, anche contro questa mia nuova speculazione. Eccola dunque esposta a discrezione della sua *critica*; se vi ritrova errore di sostanza, e mancamento considerabile, io gliene averò a buon grado, se me ne communica la correzzione; ma non vorrei già, che secondo il suo solito, passassero appresso di lui per tali, tutte quelle piccole difficultadi, ch' egli possa incontrare nella mal posseduta, avvegnache tanto digerita materia; perche in caso tale, ogn' un ben vede, che potrei facilmente perdere quella somma pazienza, che mi hà fatto sì pacificamente sofferire fin' ora, con tanto scapito de' miei studj, le passate sue puerili obbiezzioni.

Capitolo XXIV.

Si esamina la soluzione del Professore; *e seguendo i suoi principj di calcolo, si mostra, che nell' applicazione, che ne hà fatto al caso particolare, l' hà renduta difettuosa; per non avere capito la natura del problema, ch' egli stesso hà proposto*, *fac.* 203. Io non credo, che vi possa essere disturbo maggiore di quello, che inaspettatamente succede, ad una moral sicurezza di viver quieto, e tranquillo;

 sic-

ficcome, egli è trito il *Proverbio*, che ci afficura, Che le traverfie, e le afflizzioni, prevedute prima del fuo arrivo, giungono per la metà fnervate, e vengono mezzo infievolite, fe non ci fopraprendono, fenza effere fcoperte da lontano; così ogni ragion vuole, che un' animo affalito all'improvifo da qualche forte difaftro, refti tanto più fenfibilmente tocco, e gagliardamente fcoffo dal colpo avverfo; quanto maggiore era la fperanza, che lo lufingava di una più longa profperità. L'opinione, che avea il noftro *Profeffore*, della difficultà del problema da lui propofto; ed il partito, che avea pigliato di celarne fua *analifi*; il doveano fenza dubbio aver collocato in un tale ftato di ficurtà, che non foffero per effere (almeno per ora) fcoperti, gli errori, e i difetti, ch'egli poteffe averne commeffo nella foluzione; che non dovea ad altro prefentemente penfare, che a godere della gloria di averlo, e propofto, e foluto; ed a ricever gli applaufi dagli *Erduiti*, in ricompenfa di una fcoperta così elegante, ed acuta: Ma come fono fallaci, e traditrici, le fperanze fondate, sù l'apparenze ingannevoli, che ci và dipingendo l'amor proprio, gli è accaduto tutto l'oppofito; e quella ftrada, che facilmente hò fcoperto per giugnere allo fcioglimento della propofta queftione, mi hà dirittamente portato a conofcere i mancamenti di quella foluzione, occulti all'Autore ifteffo; ed occultati da lui ancora agli altri, col tener, che hà fatto, nafcofto il metodo, del quale fi è fervito. A quefto inafpettato accidente; per poco fenfibile, che fia, a colpi sì fpietati, egli vi dica, come gli ftà l'animo, e che fconvolgimenti prova il fuo cuore, dopo efferfi promefsa così ficuramente la quiete, e la pace; egli non potrà certamente negare, che non ne ftia male, e peggio, e che l'affanno non fia grande; ma per grande, ch'egli vel confeffi, maggiore fenza dubbio lo renderanno le circoftanze, che l'accompagnano; imperocche, una fola effendo la ftrada, che gli refterebbe per alleggerirfi alquanto la pena; cioè quella di cercare, fecondo il fuo folito, di dare ad intendere di fchermirfi alle gente femplice, con vaneciarie, e lunghe dicerie fuor di propofito; quefta gli vien pre-

preclusa dà seguenti avvertimenti, che gli porgo, intorno a quanto egli è in obbligo di fare, per difendere la sua soluzione, e convincer falsa la *critica*, che ne hò fatto; onde ritrovandosi affatto privo del suo solito scampo, per salvare almeno apparentemente sua gloria, figuratevi, a che grado hà d' ascendere il dolor, che l' accora.

Ci dimostri dunque in primo luogo; dove ci abbia mai detto, che, non si possa presupporre l'una, e l'altra costante *c*, ed *e* uguale a *zero*; ò come (posto, che non l'abbia detto) la sua soluzione, che ci dà $f = n:x.3.$; posto *n* qual si sia numero *razionale*, *intero*, ò pur *rotto*, purche però non sia maggiore di *m*; ci dia sempre la forza, che compete ad una curva *Algebraica*, qual richede la condizione del problema da lui proposto.

Dimostri in secondo luogo; come, ò, facendo, secondo che nella sua maniera operando far si dee $e = 0$, & $m = n = 1$; ò pure con lui finistramente procedendo, $m = n = 1$, e $c = 0$ nel secondo caso; e sustituendo nell' equazion sua, ò mia *Generale* del problema delle forze centrali nel voto $4c:x.5.$ ò pure $2ee:x.5.$ in luogo di *f*; ci dia l' equazione del *cerchio*, la quale egli ci promette.

Capitolo XXV.

SI *manifesta l' origine degli errori della soluzione del* Professore; *e se gl' insegna la maniera di correggerli*, fac. 209. Io mi persuado sicuramente, che quì il *Professore*, userà la sua solita maniera di salvarsi, incolpando la sua poca *curiosità*, che l' hà fatto tralasciare; ò di servirsi nella sua *formula*, delle stesse *costanti*, che si ritrovano nell' equazione *Generale*, e particolare del problema inverso delle forze centrali nel voto; ò di avvisare almeno, chi legge, Che per fare il saggio di questa sua *formula*, dovevansi presupporre quelle, delle quali si serve, le stesse, che si vedono nelle dette equazioni; e pertanto, ò sustituire quelle in luogo di queste, ò vicendevolmente queste in luogo di quelle, prima di fare lo sperimento, se la sua *formula* corrisponda al

que-

quesito, dandoci sempre una curva *Algebraica*; Nelle quali due ommissioni, consiste l'origine del primo de' due errori, che hà commesso in questa soluzione: Se batte questa strada, io per fargli piacere, mi chiamo sodisfatto; ma non sò poi, se faranno altrettanto, Giudici, non dico un pò più rigorosi, e severi; ma meno indulgenti; perche in fatti, se gli si ammette questa discolpa, non vi sarà mai errore, per massiccio, e strano, che sia, dal quale non possa facilmente liberarsi, col favore di questa opportuna mancanza di *curiosità*. Pure a passargli una scusa non uscita certamente mai per l' addietro, della bocca di alcun *Professore*, tradito da qual si sia piccolo sbaglio; e da non aspettarsi forse mai, da niun principiante, corretto, ò sgridato dal suo Precettore, a cagione di qualche grosso errore, commesso contro le più trite regole di sua *Professione*

Salvi in secondo luogo se può; come ammessa ancora la correzzione accennata; possasi ottenere nel secondo caso della sua applicazione l'equazione del *cerchio*; presupponendo $c = o$ $m = n = 1$ secondo il suo calcolo, e tenendo la sua maniera di procedere nello spiegarsi sopra ciò; e tanto farà, se ci farà vedere, che l'equazione, che indi ne nasce, cioè $dy = nxdx: \overline{nncex.4. + ee - xx}$; sia del *cerchio* rapportato all' estremità del suo diametro: Ma io, che non voglio procedere con tanto rigore, con questo angustiato *Professore*; mi contento, ch' ei ci dimostri, Ch' ella sia di una curva *Algebraica*; e gli passo per nulla, che abbia pigliato lo sbaglio, di crederla quella del *cerchio*: Sono però sicuro, che non nè caverà mai i piedi; e che, se non si serve delle correzzioni, che gli hò fatto io; non potrà mai ottenere il suo intento; e sodisfare pienamente alla natura del quesito, da lui medesimo proposto da sciorre a' *Geometri*.

Ca-

Capitolo XXVI.

Con una dottrina delle Riflessioni Geometriche; *si dimostra, Che il* Professore *hà renduta la soluzione di questo quesito, incapace di essere corretta. Si fà una piccola osservazione, sull'ultimo suo paragrafo, e si chiude il Capitolo con certe regolette, per integrare, fac.* 220. Io mi lusingo di aver fatto tutto ciò, che poteva mai fare un'altro amorevole Galantuomo, per ajutare il nostro *Professore*; non solo a godere della gloria della soluzione del problema da me proposto, e da lui solamente con un grosso *paralogismo* soluto; ma ancora per insegnargli a riformare, e correggere i difetti, co' quali hà depravata la propria; e per mostrargli la strada, che deve tenere, per riuscire perfettamente nella soluzione del quesito, ch' egli stesso avea proposto ad altrui. Ma che prò! Se l'aver egli voluto cianciare, anche fuori del bisogno nelle sue *Riflessioni Geometriche*, l' hà posto in istato, di non poter godere, di questa mia tanto parziale condiscendenza al suo decoro: Non gli rimane per tanto altro a fare, per render capace di correzzione questa sua nuova speculazione, che, ò condannare con tutte le altre, anche quella parte delle *Riflessioni*, colla quale hà voluto senz' alcuna necessità spiegare la natura delle *projezzioni* già da me tanto chiaramente spiegata, ed esposta nel *Tom. III.*; ò pure farci vedere, Che quel aver voluto, che questa si faccia *perpendicolarmente* alla retta, che è diametro della curva, non impedisca il concepire la generazione del *cerchio* in questo caso; e così, che quella stessa sua difficultà, colla quale credea mostrare, mal grado tanti altri chiari lumi, Che il *triangolo* non potea esser descritto colla legge delle forze, colle quali descrivonsi l'altre sezioni *coniche*, benche queste siano *infinitamente piccole*, rivolta contro di lui; non gl' impedisca di ricevere il benefizio della correzzione somministratagli da me.

Intorno poi all' ultimo *paragrafo*; avvegnache sopra la materia in esso contenuta se ne siano fatte particolari *osservazioni* a suo luogo; e sia stata quanto basta digerita, e

discufsa: pure l'avverto ancora una volta, Che per mettere a coperto il fuo errore; non bafta far vedere, che il Sig. *Bernulli* hà ridotta l'equazion *differenziale* delle fezioni coniche riferite al fuo *foco*, a quella, colla quale fi rapportano al loro diametro, e che è *Algebraica*; ma bifogna moftrare, che quefto *Valentuomo*, abbia feco afferito, *Che non fi può per quell' altra ftrada conofcerne la natura, e venire in notizia, che quella fia equazion di fezioni coniche, fenza ridurla all' equazione Algebraica*: il che hò fempre negato; ed hò fatto veder falfo, contro a i detti del *Profeffore*.

Del refto io non sò, con che occhio egli poffa riguardare le regolette per *integrare*, che hò aggiunto a quefto *capitolo*, ad oggetto di giovare, e compiacere a' principianti: Quefte in effetto fono ftate l'unica cagione dell'impegno, ch'egli hà pigliato in quefta contefa, ed il principio, che hà dato moto a tutte quelle fue ciance, colle quali fi è fatto conofcere a molti, per altr'uomo da quel, che lo credevano; onde è probabile, che non incontrino molto appreffo di lui, e che contro di quefte, voglia tentare una dolce vendetta delle fue fconfitte, ed atterrate fpeculazioni: Io però non penfo, che altro vi poffa ritrovare da criticare, che la loro debolezza; effendo in fatti bagattelle, non avute da me in gran conto. Per quefto fteffo capo però, egli dovrebbe aver riguardo di cenfurarle, e condannarle; non potendo una tal cenfura, ed una fimigliante condannagione, che affai pregiudicare a lui fteffo, e far fpiccar fempre più la fua poca perizia in quefto meftiere; mentre per non poffedere fimili minuzie, non folo non feppe fciogliere il problema inverfo generale delle forze centrali nel voto; ma pensò falfamente, che altri ancora non l'avrebbe mai potuto generalmente fciorre: Quindi io fpero, che quefto fuo non averle fapute, fia per conciliar loro qualche credito, maggiore di quello, che per fe fteffe meritino; non potendo che paffare per qualche cofa di confiderazione; ciò, che è sfuggito dalla cognizione di un *Profeffore* in un luogo sì *Celebre*, e *Rinomato*.

Ca-

Capitolo XXVII.

Conclusione dell' esame. *Avviso agli* SCOLARI *del* Professore, *e a quegl'* INTELLIGENTI, *a' quali egli s' appella*, *fac.* 229. Potrebbe facilmente avvenire, Che lo stesso avvertimento, che hò dato in questo *capitolo* agli Scolari del *Professore*, circa alla maniera, che deggion tenere, per iscandagliare la profondità del sapere del suo *Precettore*; rendesse loro malagevole, il mettere in pratica l' artificio indicato: Egli forse fatto avvertito da quanto hò pubblicamente scritto, (e dovevasi per conseguir più sicuramente l' intento, se stato fosse possibile privatamente accennare), entrerà in tal diffidenza di loro, che averà per sospetta, ed ingiuriosa alla propria dignità, qualunque interrogazione, che tentino fargli, intorno alla contrastata materia; onde con quella autorità, che gli concilia, l' eminenza del grado di *Precettore*, cercherà di serrar loro ogni addito d' inoltrarsi, a promovere discorsi, per lui sì pericolosi, & ad introdur ragionamenti così pregiudizievoli a quella cieca fede, che appresso di loro dovrebbon giustamente incontrare i suoi detti. Se ciò per avventura succede, e la rispettevol fronte, col rannuvolarsi al principio delle loro tediose proposizioni, e col girar biechi gli sguardi all' introduzzione di discorsi così ingrati, ed importuni, li costrigne a riverentemente tacere, ed a lasciare il disegno, che aveano di fare il bramato *Saggio* del valore delle di lui repliche; potranno più commodamente ottener l' intento, senza il rimordimento di aver turbato colle loro istanze una persona, per la quale sono tenuti avere qualunque più delicato riguardo; col servirsi delle presenti *annotazioni*, che hò fatto a ciascun *capitolo*. Quivi vedendo minutamente esposto, tutto ciò, che è tenuto di provare, e concludere il *Professore*, per sodisfare adequatamente a quanto, ò gli propongo; ò gli oppongo; per tenue, che sia la loro abilità nell' arte di legittimamente raziocinare; e per poca attenzione, che impieghino a seguir il filo degli argomenti, ch' egli possa fare, nelle sue repliche; subito chiaramente si

accorgeranno, se vanno dirittamente a ferir lo scopo, e se ne tira con discorso legittimo, e concatenato le proposte conseguenze. Che se mai fatto più avveduto, e prudente dalla passata sfortuna tacesse; e conoscendo, che contro a me egli potrebbe più aver mala voglia, che opera; non istimasse a proposito di avventurarsi in un nuovo incontro, e lasciasse andare in oblìo, questa per lui troppo funesta contesa; lo stesso suo silenzio, comproverà quanto hò detto, e perorerà a favore del zelo, che hò avuto pel loro vantaggio; a sola contemplazione del quale, principalmente hò intrapreso, e condotto a fine, questa tormentosissima *disamina* delle *Riflessioni Geometriche*; non meritevoli di essere per altra maniera considerate, che col lasciarle obbrobriosamente neglette, come un' effetto dell' estrema disperazione di uno, che nè sapendo, nè potendo sostenere con verità gli errori, de' quali è stato evidentemente convinto, con irreparabil ruina del suo credito; hà più tosto voluto conciarle vane, e nuove dicerie di niun conto, apparir trionfante alla gente semplice, ed al vulgo ignorante; Che rendersi meritevole appresso a i *Dotti*, ed *Intelligenti*, con un riverente silenzio, e con umilmente cedere alla forza della verità, di quella compassione, che non può mai negarsi a qual si sia infelice *letterato*, che sappia alleggerire i suoi falli, col chinare almeno dopo la caduta, modestamente il capo.

Per rivolgermi alla fine agl' *Intelligenti*. Se mai frà loro se ne ritrovasse qualch' uno, così affezzionato al *Professore*, e tanto preoccupato dall' opinione della sua abilità, e capacità in questi studj, che non ostante la lezzione delle *Riflessioni Geometriche*, e forse dell' *esame*, che ne hò fatto; reputasse, ò troppo maligno, ò troppo temerario, il sospetto, che hò loro palesato di avere, interno a quelle sue speculazioni, che veggiamo ò sù gli *Atti* di *Lipsia*, od altrove; prima di giudicare del mio povero spirito, tanto sinistramente; rifletta un poco sopra l' *osservazioni*, che hò fatto intorno alla soluzione, che hà dato del problema, ch' egli stesso hà proposto a' *Geometri*; sù le quali averanno

get-

gettáti gli occhi ſcorrendo gli ultimi *capitoli*. Quindi ponderando, i tanti, e sì gravi errori, che vi commette ora, che ſi ritrova in una carica tanto illuſtre, quale è quella di *Pubblico Profeſſore*; quali di pura imperizia in maneggiare il calcolo; quali di ſchietta ignoranza della natura del problema, e della materia, che contiene; dicanmi, ſe non è certiſſimo, ed evidente; non che dubbioſo, come io dicea; Ch' egli quattro, ò ſei anni ſono, non abbia ſaputo uſcire, ſenza l' ajuto altrui, e tirare a fine con perfezzione quelle ſue ſpeculazioni. Se ora in queſto eccellente ſtato di *Profeſſore*, ſi ritrova in neceſſità di chi 'l conduca per mano; come mai non ne averà avuto altrettanto biſogno, e più per l' addietro?

Ed ecco, a che grado d' induſtria mi hà coſtretto l' arte nuova, uſata da queſto *Galantuomo* nel difender le ſue, ed impugnar le mie ſpeculazioni. Siccome non ſi è mai ritrovato per l' addietro; così ſon ſicuro, che nè pure ſi troverà mai per l' avvenire, alcun' altro *Apologiſta*, cui ſia neceſsario meditare, ed inventare foggie sì ſtrane, e pellegrine di artifizj, per cavar di bocca al ſuo Avverſario, qualche coſa a propoſito, e per trattenerlo sforzatamente trà i limiti della controverſia; Ed è infallibile, che capitando queſta *nuova forma di catalogo*, in mano di qualcheduno, ſeparata dalla preſente operetta, ſenza l' avviſo, che la precede, ed il carattere, che la ſpecifica; non potrebbe eſser reputata altro al più, che una ſerie di avvertimenti, e d' iſtruzzioni, date da qualche diligente *Precettore*, ad una truppa d' ineſperta Gioventù, per iſtradarla, ed ajutarla a condurre a fine con lode il ſaggio delle ſue abilità, in ſimiglianti eſercizj; nè mai vi ſarebbe certamente, chi ſe la poteſse laſciar perſuadere un arte, ſtata neceſsaria ad uno, impegnato in conteſa letteraria con un *Pubblico Profeſſore* di queſte materie, per obbligarlo a regolare il filo de' raziocinj, nelle ſue oppoſizioni, ed a replicar a propoſito nello ſcioglimento degli argomenti contrarj; ſuperando in fatti talmente ogni credenza, la poſſibilità di un caſo sì ſtrano, ed inaudito, Che con tutte l' evidenze, che abbiamo del ſuo continuo uſcir

ſuo.

fuori di strada in tutto il corso di quella sua ultima *disser-tazione*, io non mi assicuro, che questo ragionevol, ed innocente partito, non possa passare appresso qualche Giudice troppo precipitoso, ed inesperto, per effetto di un'animo volenteroso, non d'istruire nel modo di proceder con lode, e decoro nella condotta di questa controversia; ma di confondere, ed opprimere il *Professore* Avversario. Per cotesti, come non iscrivo; così non mi metterò troppo in pena di purgarmi seco loro dal sospetto di una colpa, della quale sò in buona coscienza di non esser reo; sperando per altro di esserne senza spiegarmi di vantaggio assoluto, da chi, col maturamente ponderare le cose passate, scoprirà la mira, ed il fine, che si è prefisso nelle sue repliche questo *Oltramontano*: e conoscerà il pericolo, al quale io sarei inevitabilmente esposto, di perdere di bel nuovo miseramente il tempo, con tanto discapito de' miei studj, in discutere, esaminare, e palesare altre simiglianti debolezze, e bagattelle fuor di proposito, colle quali costerebbe poco al nostro *Professore*, tirare à lungo *in infinito* la disputa; se non avessi avuto tant' accortezza; ò d'istruirlo circa l'obbligo, che gli corre per replicare a tuono; ò d'aprir gli occhi a gl'incauti leggitori, perche non possa sperare, di tornare ad ingannarli colle solite sue novelle; stendendo all'uno, ed agli altri minutamente avanti gli occhi quegli *avvertimenti* opportuni, che a lui dovranno servire, di sicura guida per ben condursi nelle sue repliche, quando il lume del proprio intelletto, non vaglia a fargli conoscer la vera strada, che dee tenersi in simiglianti controversie; ed a quelli di pietra di paragone, per fare il debito saggio de' di lui raziocinj, quando fosse in istato di ricorrere di nuovo, al suo solito, e caro refugio delle *apparenze*, per conciliarsi il suo applauso, e guadagnarsi la loro approvazione. Eh ò me felice, e ben avventurato! Se nello stendere la mia precedente *differtazione*, sognandomi un'arte sì strana di difesa in un pubblico *Professore*, mi fossi avvisato, trà tante cose, che hò scritto, di avvertirlo, e d'insegnargli ancora; a cagion di esempio, Che per render persuaso il *Pubblico*, di aver capi-

ta

ta per l'addietro la ſoluzione del Sig. *Neutoni*, biſogna moſtrare con quel ſuo ſquarcio di lettera, di aver cavato, non queſta $dy = aadx : \overline{xx\int fdx - a.4.}\ .1:2.$, ma l'altra equazione, che dopo vedute le mie, ne diede a loro ſimiglianza nel *Tom. V.*, e replicò nel *VII.*, cioè $dy = aadx : \overline{abxx - 2xx\int fdx - a.4.}\ .1:2.$: O pure, che per darci una coſtruzzione delle ſezioni del cono, riferite ad uno de' ſuoi *fochi*, tal qual ſi chiedea, ed era aſſerita da me impoſſibile, ſenza le quadrature, ò le retificazioni delle figure rettilinee; non qualunque; od una, dalla quale ſi poteſſe facilmente cavare la mia equazione; ma dovea darcene una, eſeguita *dependentemente*, non ſolo da i differenziali dell' *ordinate*, che partono tutte dal detto *foco*, ma ancora da quegli ARCHETTI di cerchio, che ſono (come a ſuo luogo ſi è detto) quaſi tanti *elementi* di abſciſſe: ed a quali non hà mai neſſun riguardo, in quella ſua *ſempliciſſima* coſtruzzione, che hà preteſo darne ſenza le quadrature: Ed in fine, gli aveſſi accennato, Che per difender la ſua *paralogiſtica* ſoluzione del mio problema delle forze centrali nel *pieno*, non baſtava dimoſtrare, e niente farebbe a propoſito far credere, Che *io non avea ben inteſa, nè la dottrina del Sig. Neutoni, nè la natura delle forze coſtantemente applicate*; ma che biſognava concludentemente provare, Che non oſtante, che *nella caduta, od aſceſa de' gravi, gli ſcemamenti di ſpazio, e di velocità, non abbino frà loro la ragione di quello a queſta*; è nondimeno generalmente vero, Che *perche, gli ſcemamenti di ſpazio, e di velocità* (nel ſuo caſo) *ſuccedono in tempo uguali, a quello, che il mobile impiega a percorrere colla velocità intera lo ſpazio* AB; *ſtia lo ſminuimento di ſpazio* gE, *all' intero ſpazio* BE, *ovvero* AB; *come lo ſminuimento di velocità, alla velocità intera*, che è quel principio aſſunto da lui nella ſoluzione, e che ſecondo me, *era*, ed ancor è *in odor di paralogiſmo*. Felice (diſſi), e ben avventurato me, ſe mi foſſi avviſato allora, d'iſtradarlo a tutto ciò,

(ed

(ed all'altre cose , che hò ftefe in quefto *esame*) in quefta pellegrina , e nuova foggia ufata nel *catalogo*; imperocche; od ora mi troverei in iftato, di pubblicare qualche altra operetta, ch'aveva preffo che finita, meno difutile di quefta, che mi hà fatto tanto infelicemente impiegare il mio tempo a quella deftinato ; ò pure , fe le fue repliche, mi aveffero obbligato a nuove *offervazioni*, forfe non farei adeffo in neceffità di giuftificarmi appreffo qualchuno così fcrupolofamente,e con tante ciarle , della maniera tenuta in quefto *catalogo* , per isforzarlo a ftare trà limiti della controverfia ; ad effetto di non incorrere il concetto , di un' uomo troppo teftardamente maligno , con un ripiego , tanto neceffario , per mia cautela , per fua iftruzzione , e per riparo agli fvantaggi del *Pubblico* .

FINE.

Obe

O He jam ſatis eſt, ohe libelle
Jam pervenimus uſque ad umbilicos;
Tu procedere adhuc, & ire quaris,
Nec ſumma potes in ſcheda teneri.
Sic tanquam tibi res peracta non ſit,
Qua prima quoque pagina peracta eſt.
Jam Lector quariturque deficitque.
Jam Librarius, hoc & ipſe dicit.
Ohe jam ſatis eſt, ohe libelle.

Matt. lib. 4.

Google

ERRORI DA CORREGGERE.

CHi pretende veder la Stampa senza errori, pretende un'impossibile. La perfezzione di questa, è nel numero delle cose, che (come parlano i Loici) *Suscipiunt magis, & minus*. Trà esse, quella è la più perfetta, che è meno imperfetta, e tutta la diligenza di chi presiede alla loro correzzione, non può mai promettersi altro al più, che di toglierne quegli errori, che guastano il senso, e che variano la mente dell' Autore. Tanto mi lusingava ancor' io, e pensava, che chi volesse leggere, non avesse a meditare a cagione del testo corrotto; truovo di essermi in qualche luogo ingannato, e di non esser stato, ò assai diligente, ò assai avveduto, per non lasciar scorrere alcune cose, che vi potrebbono arrestare, e che perciò meritano di essere corrette. Quindi senza farvi un lungo, e disutil catalogo di certe parole, che contro al mio solito, come vedrete mi sono scappate malamente scritte, come a cagion di esempio: *corraggio*, *formole*, *cambiargli*, e simili nel numero del più, *gl'* quando siegue altra lettera, che la *i*; in luogo di *coraggio*, *formule*, *cambiarli*, e di *gli*, con qualche *h* posta dove non soglio, ed alcun raddoppiamento di lettera, dove non voglio; vi avverto, che alla fac. 10. vers. 1. in vece *del nostro* và scritto *al nostro*; alla 22. vers. 12. 27., per *Tom. II.*, & *Articol. IX.*, và *Tom. III.*, & *Articol. XI.*; alla 30. in margine vers. 12. per §. 3., và §. 4.; alla 42. vers. 1. per *problema*, và *problema*, ò

alla

alla 53. in margine n. 2., per *A che*, và *A chi*; alla 56. verſ. 35. per *II.*, và §. 2.; alla 58. in margine verſ. 16., per *n.* 5., leggete *n.* 3.; alla 59. verſ. 14., per *ſi cerca*, leggete *ſi cava*; alla 68. in margine verſ. 32. Cap. XXVII., legg. XXVI. alla 74. ſcancellate la ſeconda poſtilla, perche di ciò ſi diſcorre nella lettera latina; a verſ. 47., per XXI., fate XX.; alla 77. in margine verſ. 25. per XXIII., fate XXII.; alla 180. verſ. 21., *Che gli*, leggete, *Che perche gli*; alla 208. verſ. 11., & 12., fate $abx.4. +$; alla 226. verſ. 25., per $x.1 - n$; fate $x.n - 1.$ a verſ. 33. leggete *diverſa dall' eſponente*; alla 249. verſ. 13. per *condonnata* leggete *condannata*.

Vidit D. Augustinus Maria Alfieri Cleric. Regul. S. Pauli, & in Eccl. Metropolit. Bononiæ Pœnitent. prò Eminentissimo, & Reverendissimo Domino D. Jacobo Cardinali Boncompagno Archiepis., & S. R. I. Principe.

Die 9. Januarii 1713.

Excellentissimus D. Doctor Geminianus Rondelli videat prò Sancto Officio, & referat.

Fr. J. M. Mazzani Vic. Gen. S. Officii Bononię.

Ego Infrascriptus de mandato, ubi supra, vidi Librum, cujus inscriptio est: Esame delle Riflessioni Geometriche, pubblicate da un' Oltramontano Professore in Italia, fatto dal Sig. Giuseppe Verzaglia; *in quo cum solam literariam censuram invenerim, existimo typis mandari posse, dummodo ad quos spectat ita placuerit.*

Ego Geminianus Rondelli pro Sanctiss. Inquisit. Revisor Ordin. ita sentio sub hac die 3. Mensis Februarii 1713.

Attenta prædicta Attestatione

IMPRIMATUR.

Fr. J. M. Mazzani Vic. Gen. S. Off. Bonon.

2.

EPISTOLA
ad
AMICUM.

De iis, quibus Auctor *Animadversionum Geometricarum*, superius illarum *Examen* præripiendo: lectorum animos, ne illius argumenta perpenderent, aliò vocare conatus est

Articul. XII. Tom. XIII. Diar. Erudit. Italic.

l'Autore è il Sig. Giuseppe Verzaglia da Cesena

Ix per literas, *Patavio* ad Amicum quendam meum *Bononiam* datas, certior factus fueram; *Professorem* nostrum *Helvetium*, relicta *Italia*, atque cum *Italia*, relicto publico *Mathematicas* apud nos docendi munere, ad suos tandem rediisse; cum in postremum *Diari Italici* volumen incidi; atque ibi, *articul.* 12. illum; non tantùm iterum cum *problemate virium centralium in pleno* in lucem prodire; sed & quædam de integrò pro sua falsa; multa contra meā, (quam modò coegeram fateri bonam) ejusdem *problematis* solutionem, in medium proferre, inopinans vidi. Non facilè dixerim, quis meus fuerit sensus, cognito hoc, & intellecto à sana ratione alienissimo consilio.Ecquis enim putaret,fore;ut post tot argumenta,atq; *Animadversiones* (si Dijs placet)*Geometricas*;quà in meas; quà pro suis lucubrationibus; quà ad literatorum commodum, & utilitatem, tam longa disputatione proximè expositas: satis adhuc propriæ dignitati, ac muneri consultum, mihique cumulatissimè satisfactum non esse, existimaret? Res tamen sic se habet; & ubi recta disceptandi ratio, sanè postulabat; ut hocce *Examen* meum, posterioribus scriptis suis respondens, (quod certè, mox emittendum, unà cum multis, ipse quoque noverat,) expectaret: ecce tibi in res meas novus impetus: ecce recens suarum propugnatio; unà cum altera ejusdem quæsiti solutione, & (quod magis mirère) altera, eaque subturpicula *palinodia*: omnia, tanta arrogantia, & ut levissimè dicam, tanta audacia ab ipso prolata; ut hac animi perturbatione, pluribus non nihil loci dederit existimandi: amplissimo, atque insigni muneri suo, maximo cum dolore, invitumque cedere; ingrata, & indecora aliqua causa coactum fuisse.

Porrò, ut consilio suo, quod perversum esse, & præposterum ab omnibus emunctæ naris hominibus fore judicandum facilè intelligebat;saltem apud rerum imperitos,aliquam necessitatis speciem conciliaret; amicorum illud suadentium merita, ac Potentium gratiam, & auctoritatem, quibus aliquid negare, nec deceat, nec tutum sit, callidissimè prætendit.

dit. Ego verò (*Amice Cl.*) ut prætermittam, hujus generis hominum ridiculam conditionem; quam non semel debitis cachinis nos excepisse meministi, cum eorum ineptissimorum scriptorum exordia legendo, ab ipsis accepimus: se gladio propè stricto ad ea promenda, ab aliis fuisse compulsos: non inficiabor profectò; eas esse illius contemplationes, quæ ab omnibus avidissimè expectari, & libentissimè legi mereantur: aderas enim ipse, cum sapientissimus *Anselmus* noster acerrimo ingenio, & vir judicio eruditissimus, *Articuli* de quo nunc sermonem instituimus initium percurrens; *Auctoris* dicta confirmando, apertissimè fassus, atq; etiam professus est: se nunquam antea legere meminisse quicquam, ad animum à severioribus curis, ad jucunditatem, & hilaritatem traducendum aptius; atq; adeò optabilius, superiori illius disputatione. Quidnam enim medius fidius (ajebat,) jucundius, atque suavius esse potest, insolito illo, ac novo defensionis genere, ab optimo hoc *Transalpino Doctore* nunc primum in *Italiam* invecto? Concedit, simulque negat; mox dicta retractat; iterumque negat: quod hìc improbat, & reiicit; insequenti pagina amplectitur, & suos transfert ad usus: Adversarii argumentis de manifesto aliquo errore convictus; non manus modestè dare, atque suos lapsus, ut sapientem decet, confitendi ingenuitate extenuare; sed arroganter, & contumaciter, levissima quæque effutire; atque, non sibi illius rei notitiam; sed tantùm in illam CURIOSIUS inquirendi cupiditatem defuisse, respondere, ore durissimo solet: Quæ (pergebat ille,) & sexcenta id genus alia, ipsi peculiaria; cum singularem, & præcipuam ridiculi formam, (quod χαραχτὴρ græcè dicitur) contineant, quam frustra inter *Plautinos sales*, & *Terentianos jocos* quæsieritis; quid (quæso) causæ esse potest, cur *eruditi* Homines, earum maximo desiderio non teneantur; & cum in publicum proponuntur, lætitia incredibili ab ipsis non accipiantur? Hæc ille; quæ tametsi ironicè, immo veræ cum stomacho a *nobilissimo Viro* dicta suspicari fas est, (quò enim sua est ingenii elegantia, & erga scientias omnes, ac præcipuè *Geometriam*, qui suus singularis est amor; nec quidem per jocum, simulare profectò potest, se inconsultam hanc

inter

inter viros doctrina excultos, cum musis, ideſt cum humanitate commercium habentes, agendi rationem probare,) mirificè tamen oſtendunt; quo tantum nomine *Auctoris* hujus commentationes, æquis harum rerum ęſtimatoribus gratæ, atque acceptæ eſſe poſſint: nam quod attinet ad unum, vel alterum, imi ſubſelii, & quintæ claſſis *Geometrâm*, qui illum, plena manu in *diarijs Italicis* (vênia ſit verbo) *clarificant*; & quorum vanis fortaſſe laudibus recreatus; harum rerum inſcitia certè fretus, ac nixus; penitus ſibi perſuaſit: fieri nunquam poſse; ut apud *Italos*, vel ineptiſſimæ cuilibet defenſioni ſuę, ineptior mirator, & apud vulgus prædicator deſit; quo in numero, eorum judicium haberi conveniat; diſputatiunculæ aliquot (quid non liceat de hujuſmodi levitatibus, atq; ineptiis ſcribentem ſic loqui; cum, vel extenuatiſſimo nomine honorificè nimis appellentur) ab ipſis, literis mandatæ; nugis, atque *paralogiſmis* pleniſſimę, ingeniis vel obtuſiſſimis abundè demonſtrant.

Cæterum; ne, de origine, progreſſu, & ſtatu noſtræ controverſiæ ampliùs verba faciam; cum omnia, quæ; tum ad ipſius ſcribendi rationem; tum ad ſuam propria defendendi, meaq; oppugnandi viam pertinent, ea, & tibi ſint exploratiſſima, & ego fuſiuſculè initio *Examinis* fuerim proſecutus: hìc tantum veram, atque præcipuam, ſuſcepti noui conſilii, tam inconſultè ſcripta de eodem argumento iterum in conſpectum proferendi cauſam, inveſtigabo, & paucis aperiam. *Profeſſor* iſte, ut mihi videtur quidem; nactus *Virum* harum rerum conſultiſſimum, (cujus inſtitutione dum uteretur, aliqua, eaque ut eſt tyronum captus non contemnenda edidit) meditationibus hiſce nouis, à vulgarium *Geometrarum* intelligentia, ſenſuque maximè disiunctis, operam ſtudioſiſſimè dedit. Sed, ſive rei magnitudo, & difficultas, ingenii aciem eluſerit, ſive ipſe; profeſſor ſalutari, commodumque ex laboribus ſuis citiùs comparandi; quàm in hanc ſcientiam penitiori inquiſitione penetrandi cupidior; non ſatis temporis illius principiis, atque artificiis impertierit; nunquam eam penitùs intellexit, nunquam planè aſſecutus eſt: quare, quæ inſignibus, atque præclaris rerum cognitionibus, mentem

 ejus

ejus ornare debuerat: confusis potiùs, atque temerè permixtis speciebus illam oneravit: hinc hæsitatio; hinc dubitatio; hinc oritur perpetua suorum dictorum inconstantia, & crebra, tanquam tempestatum, sic sententiarum commutatio; cumque in hac specierum confusione, res eædem, quas contemplandas aggreditur; modo hac, modo opposita imagine animo ejus occurrant; eas nunc probat, mox reprobat; nunc tuetur, mox respuit; & nunquam de suis, vel *Geometricis* demonstrationibus planè securus; si eas, ab aliquo ad trutinam revocari, & expendi intelligat; oppositiones, atque responsiones, novis scriptis præripere; recentibus nugis, omnia turbare, & miscere; falsaque cum falsis connectere cogitur; ut lectores, quo ad ejus fieri potest, à contemplanda adversarii argumentorum vi, hac arte deducat; quod, utrum ex animi sententia, nunc sit ipsi cessurum, res ipsa aliquando fortasse docebit.

Habes *Vir Cl.*, manifestam *Auctoris* consilii causam: reliquum nunc est, ne ineptissimè prorsus, & sinè ratione agere videar; ut eam, quæ me (relictis nativis verbis) ad latina præcipuè impulerit, tibi candidè aperiam. Vel levissimè his studiis imbuto, perspicuum esse existimo: quam longè abhorreat, non dicam à *Geometricis*, sed a tritis, atque communibus disceptandi præceptis, via, quam jam indè à principio ingressus est, & etiam num obstinatissimè persequitur *Helvetius* iste *Geometra*; quare suspicari est; illum quoque, quamvis in his contemplationibus hospitem, & rudem; non modò, ut proximè dicebamus, de suis dubitare, sed & earum falsitatem apertissimè sentire: quod cum ita profectò sit, nec tamen ulla res, eum deterreat, quò minùs, causa jam perdita, & profligata, susceptam pro ea scribendi provinciam tueatur; oportet sanè, illum existimare; se, sibi tutissimum aliquod comparasse præsidium, ne Intelligentium judicium, quod de ipsis futurum est, pertimescat: Porro de *Nostris* non est, cur sit valdè solicitus; cum præter unum, aut alterum, ex communibus amicis nostris, harum rerum peritissimis, quos, cum, nec de facie norit, nec cum ipsis, per literas unquam agat; nihil certè est causæ, cur ab eis, vel silentibus, aut alia scribentibus objurgari vereatur; cæteri qui hæc studia vix, ac ne vix quidèm, primori-

moribus labris, & extremis (ut dicunt) digitis attigerunt, vel leviſſimas ejus nugas mirantes excipiant: quare omne ſuum ſtudium, in hoc poſitum eſſe oportuit; ut *Tranſalpinorum*, apud quos, vel infirmiores, de *comtemplationibus* iſtis judicium ferre queunt, ſententiam vitaret; quod, cum ſanè, nulla alia ratione, quam linguæ noſtræ, qua uterque hactenus vſi ſumus beneficio, id ſe conſecuturum ſperare poſſit; exiſtimavi, nunc ſaltem eſſe faciendum; ut latebras eas, quas caſus, atque fortuna ipſi conſtruxerant, & quibus uti, & occultare ſe vellet, diruverem, atque funditus everterem; illiuſq; excellentem ratiocinandi facultatem, & eximiam ſcientiarum, quas profitetur peritiam; ſermone *Eruditis* noto, in omnium proſpectum producerem: Quo ſanè conſilio, ſi nihil aliud; illud ſaltem præſtitero, ut intelligat, ſe poſthac; non modò apud *Italos* illos, quorum tantam ſcriptorum ſuorum eſſe cupiditatem nos credere jubet, ut plauſu maximo, & tantum non tubarum ſonitu, & cantu, in lucem prodeuntia avidiſſimè arripiant; ſed apud omnium nationum Viros doctiſſimos, cauſam ſuam eſſe acturum; atque adeo fortaſſe, ut verecundiorem, & cautiorem in ſcribendo ſe præbeat. Sed jam ad inſtituta pergamus, atque illius veſtigia diligentiſſimè perſequentes, quæ modò de ejus ſumma rerum *Mathematicarum* peritia dicebamus, re ipſa comprobemus.

Profeſſor iſte, nunc facere item mihi videtur, ut mercatores illi ſolent; qui, cum non procul abſunt ab extrema decoquendi fortuna; ab amicis undique merces conquirunt, eaſque ut ſuas exponunt, atque in aſpectum, palamque proferunt; ut hac fraude, labanti exiſtimationi conſulant, & bona nomina, vel in ſummo opum, & famæ diſcrimine, ab incautis, & ſimplicioribus habeantur. Quanquam illi, non ita quidem de iis, quorum voluntate, tam magno fruuntur beneficio malè merentur; ut commodatas res, ſordibus inquinent, atque immunda illvuie contaminent, ut iſte; qui dum ad præbendam, in maxima harum cognitionum penuria, maximam ſupellectilis *Mathematicæ* ſpeciem; eximiis, quæ triginta jam annos ampliùs, omnium ferè verſantur inter manus, *Newtonii*, & *Varignonii* meditationibus, eis ſin minus invitis, certè

tè inscientibus, impudentissimè, gratiam referendo nullam, utitur; eas, & fœdissimis erroribus depravat, & turpissimis mendis corrumpit, ac afficit. Argumento sint ea, quæ scribit in fine *pag.* 323. *seq.* ubi posteaquam ex iis, quæ de vi, continenter corpori admota dixerat * velut consequens duxit: idem *corpus, parvum spacium* C E, *motu, seu velocitate nunquam eadem, & uniformi, sed semper alia, atque alia transmittere*; addit: *hanc tamen velocitatis varietatem, nihil obstare, quominus ea uniusmodi haberi possit*, tum, cum spacium C E, ad totam lineam A C, cujus particula quædam est, puncti instar obtinet; seu quod eodem redit; *cum corporis velocitatum in extremitatibus* C, *&* E, * *tantula est differentia, ut præ illis negligi, ac pro nihilo duci possit*. Quæ cum absolutè, & nulla exceptione proferantur ab illo: & inscitè funduntur: & dicuntur inconstantissimè; cum enim in hujusmodi *Geometricis* contemplationibus, *spacia, tempora, velocitates*, & si quæ sunt alia, quæ sub mensuram cadant, nunquam non minimò discrimine distent: *velocitates*, quas supradixi, nunquam non poterunt, pro una, atque eadem sumi; atque adeò motus, seu *velocitas* corporis per curvæ particulam C E, haberi semper poterit, *æquabilis, & uniformis*. Quæ cum ita sint, quis hominis, vel constantiam, & perpetuitatem; vel Professoris doctrinam non requirat? In ea namque versamur scientia, in qua, prima si dederis, danda sunt & cætera: concede; *semper* assumi posse, motum per curvæ particulas *esse æquabilem*: concedendum est, id quoque licere, tunc, cum *æquationem* hanc $fdt = du$ componimus; in qua tum maximè ponitur, *velocitatum* differentiam esse *minimam*, sivè ut dicitur *infinitè parvam*; ea enim est ratio connexi, ut cum concesseris superius, cogaris etiam inferius concedere: vide rursus retro; dato hoc, dandum erit & illud: *æquationem* eandem posse elici, posito; motum seu, celeritatem, planè esse per omnem curvæ particulam, uniusmodi, *& constantem*. At verò, ut hoc perspicuis, atque evidentibus; cum *Geometria*, tum *Philosophia* principiis, quin & ipsi rationi non adversaretur; quæ profectò non patitur, rem ullam, pro firma, stabili, atque *constanti* putari; dum eam continenter fluere, & nul-

vers. 26.

pag. 324. *vers.* 3.

& nullo puncto temporis intermisso, vel fieri accessione majorem, vel detractione minorem intelligimus: apertissimè tamen, & mirabiliter cum illius sententia pugnat; præcipuæq; nec obscuræ notationis in me criticæ, constituta ab eo fundamenta, diruit, atque penitus evertit. Qui enim fieri potest, ut iis conveniat, quæ caracteribus (ut ajunt) *Italicis*, ad erigendas scilicet, diversa hac typorum specie lectorum mentes, ut de maxima aliqua re, scribentem diligenter attendant, *pag.* 331. *in fine num.* 8. impressa leguntur? Certè quidem, cum proximè, luculenter, atque accuratè demonstrasset (quanquam, non intellecta demonstrationis vi) quod sumendo velocitatem semper eandem, ac immutatam, hanc tantum *æquationem*) `= *du* ducere licet; adiungit; ex eo evidenter sequi; *vehementissimè eum errare; si quis existimet, se posse æquationem* fdt = du *elicere, assumendo, velocitatem corporis, per omnem curvæ particulam, esse semper eandem, solumque in extremis illius punctis individuis variari*. Incidunt ergo, vel ipsius sententia causæ, cum motum, *eundem* haberi repugnat, quanquam *velocitates* quam minimè distent. Malè igitur; malè autem? imo verò pessimè, atque inconsideratè concludebat absolutè *Professor*: motum corporis, a vi continenter impulsi, & si semper alium, atque alium; sumi tamen pro *constanti*, ac uniformi tunc posse, quando velocitates differunt perpaulum, quo nihil possit fieri minus: nam ut vidimus, si hoc liceret, nihil profectò obesset, quominus hæc *æquatio fdt = du* sumpta velocitate pro *constanti*, dum corpus liberè, per spacii A B particulam CE labitur, elici posset; cum ibi velocitatum differentia in punctis C, & E, utpotè minima, si cum velocitatibus ipsis conferatur; nulla duci possit: quod tamen ipse ut observavimus & jure quidem, ac merito negat: * quamvis illud malè, quod secum pugnat, & non modò non cohærentia, sed tam contraria, ac disparata dicit; ut non tanta mecum, (quem contra sentire, vel falsò existimat, vel per summam fraudem, atque malitiam, existimare se simulat) quanta secum, sibi sit contentio.

num. 8.

Sed ne vetus institutum, & pristinam consuetudinem meam, vel in acriori disputationis contentione, de illius ornamen-

namentis, ac commodis cogitandi; quæque ad suum in hac scientia progressum pertinent, studiosissimè omnia, diligentissimèque curandi, intermittam: operę pretium esse duco, erroris sui fontes primum aperire;ut cognita morbi causa, ægroto commodiùs medicinam adhibere possimus. Cum ille more suo, hoc est Avctorum mentem, minimè intelligendo; non semel animadverterit, in hoc genere *problematum*, in quibus vires, continenter, acta in motum corpora urgentes, introducuntur; nunquam non a doctissimis Viris, celeritatem pro *constanti* sumi; rursus verò cum intelligeret, *æquationem* hanc, $fdt = du$ quam semper usurpant, non ex ea, sed ex contraria, atque opposita *hypothesi* (nomem gręcum, sed receptum jam tamen usu a nostris) duci; sumendo scilicet corporis motum, talem, qualis revera est, idest alium semper, atque alium; scriptorum illorum magna apud omnes, & in primis gravi avctoritate; demonstrationumque momento, ac pondere in contrarias partes distractus; quæ sua est ingenii curiosa felicitas, aliam non invenit, quam iniret, eam, quæ sibi videretur, non quæ *Geometriam* inter, ac *Geometras* esset, repugnantiam minuendi rationem; quam ad retrusa, atque abdita *infinitè parvorum* mysteria confugiendo; ratus fieri minimè posse, ut ne tam admirandæ, atque suspiciendæ rei origo; inter occulta, sibique obscurissima *differentialis* calculi principia lateret: cumque, de *Præceptore* quondam suo audivisset, & ex libris non semel didicisset; præcipuum hujusce novæ *Geometriæ* artificium, in eo positum esse; ut celeritas (cęteroquin in singulis curvæ particulæ punctis varia, ac diversa) in explicandis, atque dissolvendis hisce *Problematibus*, pro eadem, & *constanti* putari possit; nihil esse, tam ab ratione alienum; nihil a consuetudine communis sensus, tam abhorrens; nihil tam præposterè, tam inconditè, tam monstruosè excogitatum, ut ejus ope explicari, atque defendi non possit, ineptissimè suspicatus est. Sic de rebus, quas confusè percipit, perperam ratiocinando; facilè in errorem incidit; in quo, cum pro sua maxima inscitia, majori petulantiæ conjuncta, dignus profectò sit, qui perpetuò versetur; non iniquo prorsus animo id paterer, nisi tyronum rationibus, & vel lucubrationum

tionum suarum amatoribus egregiis piè consulendum esse, charitatis leges, atque instituta juberent. Ut igitur posthac, sinè discipulorum pernicie, & credulorum amicorum exitio, queat de his rebus, & ex sede in gymnasio differere, & publicè scribere: animadvertat oportet: duas esse *aquationes*, quæ in hujusmodi *problematum solutione*, usum habere solent: a lteram $fdt = du$: alteram vero, $dx = udt$: illa, cum accessionem, quam vis continenter corpus urgens, ac impellens, dato temporis momento, ad velocitatem affert, inquiramus; hæcque major sit, quo major est vis ipsa, & longius est tempus impellendo consumptum; nemo adhuc usque adeo insanivit, ut (quemadmodum ipse credit *) in hac subducenda ratione, nullam temporis rationem habuerit; sed eam ad illius minimi temporis punctum fieri autumaverit; seu, quod idem est, atque illud; velocitatem per totam curvæ particulam esse semper eandem, solumq; in extremis ejus punctis augeri, vel minui censuerit; qui enim fieri potest, ut vel levissimè in hac *Geometria* versati: tempus, pro cujus breviori, vel longiori diuturnitate; vis corpus continenter incitans, majus, vel minus velocitatis incrementum creat, tam inconsultè negligant, & *hypothesim* tam rationi contrariam, quam quod maximè amplectantur? Velocitatem quidem omnes, pro *constanti*, ac semper eadem per omnem curvæ particulam assumunt; sed tum tantum, cum de spacio, data celeritate, ac tempore decurso, constituendo agitur; neutiquam verò, quando in vis urgentis effectu definiendo, versantur; cum manifestè nimis, atq; apertè pugnent inter se; velocitatem pro *constanti* dato tempore sumere, & ejus accessionem indagare. Discat ergo *Professor* posthac, discipulos suos, & faciles amicos admonere; se turpissimè in his minimis, tenuissimisque rebus lapsum esse, absolutè scribendo: * velocitates, tunc posse haberi *constantes*, cum differunt minimùm; doceatque, id tantum valere in hac *aquatione* elicienda, $dx = udt$, in qua, cum velocitates ipsæ inter se conferantur; non modò tutò, sed ritè, earum differentias minimas præterimus; cum harum ad illas adjunctione, nihilo magis profeceris, quam si lucernam in sole ad hibueris, aut teruncium *Cræsi* pecuniæ addideris; quod sinè erro-

* *pag.* 331. *vers.* 9., & 351. *vers.* 12. *seq.*

* *pag.* 324. *cit.*

errore in hac, *fdt* = *du* præstare non possumus, (ut supra demonstratum est,) quanquam non secus ac, atque in illa, velocitates distare ponantur perpaulum. Hinc nimiam facilitatem suam, quam nos ridemus, ipse deploret, fateaturque candidè; se temerè prorsus, ac arroganter fecisse, cum * me velut aliter sentientem publicè provocavit, ad hanc *æquationem* sive *analogiam*, *fdt* = *du*, sine errore, atque *paralogismo* (utimur enim pro latino) demonstrandam; posito; *motum per omnem curvæ particulam, planè esse æquabilem*, & eundem, *solumq; in punctis illius extremis individuis minui*; quod quam longè a mea sententia abhorreat, ex iis, quæ in altera mea disputatione* scripsi, facile est intelligere: ibi enim sermo erat, non de illa, sed de hac *æquatione* *ds* = *udt*, in qua tantum ut vidimus, locus esse potest *hypothesi*, de velocitate in extremis particulæ punctis variata; cum enim ipse* *analogiam* hanc; *dt*, *ds* ± *dds*:: *u*, *u*, ± *du* duci posse existimasset, sumendo motum alium semper, atque alium in singulis curvarum punctis; ostendi * neutiquam hoc sine *paralogismo* effici posse; sed ut argumentum ratione concludat, poni debere; celeritatem, semper eandem per curvæ particulam esse; nec nisi in punctis illius extremis augeri, vel minui, ut nos docuit, eximius harum rerum Magister *Neutonius*; velocitates temporibus æqualibus, in ratione spaciorum semper sumendo; quod falsum esse, nisi *hypothesim* hanc sequamur, vel prima doctrinæ motus rudimenta a *Galileo* olim tradita, manifestè ostendunt, ut fusiùs *Cap.* XX. *Examin.* demonstravimus. Quare, cum hæc, iisque similia, dicat *Professor*, * eo tantum nomine a se scripta, & in medium allata, ut *Neutonii* doctrinam a me depravatam, & labefactatam, tueretur, atque restitueret; judicent alii, quàm præclarè ageretur cum Homine *eruditissimo*, si ejus lucubrationes, hujus generis, & amplissimi ordinis Patronis, & defensoribus indigerent: sed benè est, quod illæ, hujusmodi sunt, ut potiùs calumniam pati, & ab indoctis perperam intelligi; quam oppugnari, atque à quopiam labefactari possint. Si *Vir* ille *doctissimus*, ad has nugas aliquando se demiserit, quomodo, eum tandem laturum esse existimas: nomen suum Celeberrimum, cui vel ab extremis orbis terrarum angulis gentes adsurgunt, per hiju-

pag. 351. *vers.* 17.

pagin. 47. *seq. Examin.*

pagin. 33. *Examin.* *v.* 4. *seq.* *pagin.* 48. *vers.* 10. *seq.*

pag. 358. *vers.* 8.

hujusmodi *humunculorum* ora, tam impudenter traduci; ut quos habet suorum inventorum studiosos, & cultores eximios; eos illorum corruptores, vel per inscitiam prædicent, vel per malitiam fingant; ut se, tam *egregii Avctoris* acerrimos propugnatores jactando; vani, ac desipientis popelli plausum, & avram, fravdulenter captent, & inanes falsæ gloriolæ umbras iniquissimè aucupentur?

His demonstratis, atq; dilucidè, & luculenter explicatis; vide nunc admirabilem scribendi licentiam, & miserabilem inscitiam disserendi. *Neutonius*, non modo eo *in loco* de quo nunc dicebamus, sumit duas curvæ particulas PQ, QR, a corpore eodem tempore decursas, velocitatum, quibus decurruntur proportionem habere; quod profectò esse non potest, nisi velocitate *uniusmodi*, & sibi semper *simili* confici ponantur; sed in ea ipsa *propositione 39. lib. I.*, à *Professore*, ad ostendendum ut scribit * *Illustrem illum Mathematicum, nunquam artificium illud usurpasse*, audacter, atque fidenter * allata; non solum *hypothesim* hanc adhibet, *æquationem* $dx = udt$ ex ea ducendo; verùm etiam unà cum illa, hanc aliam, $fdt = du$ ex contraria eliciendo, quæ nuper demonstravimus, de illarum usu, atque necessitate, & mirificè comprobat, & dilucidè docet; quod cum *Professor* nec intelligere, nec percipere unquam potuerit; illud fuit, quamobrem iis, censuram in res meas suam funditùs everterit, quibus eam fulcire, atque maximè corroborare putabat. Sed decepit *hominem simplicem*, atque rerum à se scriptarum *immemorem*, peculiaris, & à quotidiana plurimum distans *calculi* forma, qua *Vir Celeberrimus* pro sua consuetudine, in subducendis his rationibus utitur. Revocet ergo illius formulam IV: DE ad communem; supponendo in locum I, V, DE, & DF; du, u, dx & f; habebitque $f = udu : dx$; cumq; *tempus* (dt), *quo corpus cadendo, describit lineolam* DE (dx), *sit, ut lineola illa directè, & velocitas* V (u) *inversè*, (hoc nempe *Professori* * est; *Virum hunc egregium*, velocitatem *NUNQUAM* pro *constanti*, & eadem sumere) ut totidem verbis scribit *Avctor eximius*; fiet quoque $dx = udt$, quæ dabit $fdt = du$; quare duæ existent æquationes, ex duabus oppositis *hypothesibus* (faciamus enim tractando usitatius hoc verbum & tri-

pag. 353. *vers.* 11. *seq.*

pag. 352.

pag. 353. *vers.* 13.

& tritius) ductæ, usitata, atque vulgari forma expressæ; quarum utraque facilè indicabit; quam insipienter, omnia miscendo, atq; turbando; me ad alteram, principio alterius demonstrandam, publicè provocaverit *Professor*; * altera verò, forsitan in ejus memoriam rediget; se jam ab anno 1707., ut videre est *pag.* 58. *verf.* 1. *seq. Examin.*, cum, amico cuidam suo *propositionem Neutonii* 41. explanandam, & explicandam suscepisset, causamq; afferret; cur ille, * mandaverit, jusseritque; sumi *quantitatem* Q *ejusmodi, ut* ABFD 1:2 *in aliquo casu sit ad* Z, *aut* Q: A, *ut* IK, *ad* KN; docuisse, eam sic inveniri posse: *Cum curvæ particula* IK, *motu velut* UNIUSMODI *conficiatur, per tempus, quo decurritur divisa, velocitatem corporis indicabit &c.* atque ipsi, tibi, cæterisq; omnibus apertissimè ostendent, non solum inconsultè, & temerè, nuperrimè * scripsisse: *Illustrem* illum *Virum* NUNQUAM eo artificio usum esse; quod tamen, & tunc *loco* quem diximus, a se jam ante sex annos explanato, ac dilucidato amicum illum suum, eum usurpare docebat, & nunc *verf.* 25. ejusdem *paginæ*, *nihilominus adhibere, sumendo tales motus velut uniusmodi*, & *constantes* ineptissimè fatetur, & inconstantissimè affirmat; sed falsò quoque, & impudenti mendacio scripsisse: * se quoque post *Neutonium* hac ratione materiam hanc tractasse; cum tamen * à me coactus confiteatur apertè: se in definienda spatiorum, ac velocitatum proportione, sumpsisse celeritatem corporis A *continenter* MINUI, *tam per spatium* AB, *quam per proximum vicinum* Bg: quam si quis dixerit, eandem esse, quàm ea, quam *Neutonius* in constituenda eadem spatiorum, ac velocitatum proportione usurpat *hypothesim*; næ ille, vel in re seria ludat oportet; aut cum *Professore*, eadem *pagina* *NEGANTE* simul, & *CONCEDENTE*; illum, corporis motum per curvæ particulam velut *uniusmodi*, & *æquabilem sumpsisse*, serio ineptiendo; maximam, vel minutis *Geometris* irridendi sui facultatem, dare velle necesse est.

pag. 351. *ver.* 17.

pag. 128.

pag. 353. *verf.* 11.

pag. 354. *verf.* 2.

pag. 75. *verf.* 27. *Examin.*

Quæ cum ita sint; quis ferat, virum, tam flagitiosè ab hujusce *Geometriæ* principiorum intelligentia imparatum; non modò conniti; ut alienas lucubrationes convellat; sed re tanquam planè, & ex sententia confecta, gaudio exultare, & gloriosè triumphare? Di Boni; tantam esse, vel in *Professore*, harum rerum

rum

Digitized by Google

rerum inscitiam, ut vera à falsis dijudicare, atque distinguere nesciat; aut in homine amplissimum hunc dignitatis gradum adepto, tantam officiorum, sive ignorationem, sive despicientiam; ut quæ vera esse novit; falsitatis, eò tantum verbosè condemnet; ne taciturnitate, & silentio, adversarii rationum vim intelligere, illiusque argumenta, pro veris probare videatur? Conijce, quæso Te *Vir Cl.* oculos in *pag.* 355, cumque animo, & cogitatione percurreris ea, quibus *homo acutus*, adducitur ad reprobandam, reiiciendamque *solutionem* meam illius *problematis*, quo corporum, quæ per inanitatem lata, ambitus, vel rotundos, vel alia certa ratione curvatos, atque inflexos peragrant, vires *centrales* investigamus; per dicas mihi velim: utrum ineptiùs quid afferri; vel opponi potuerit. Ex eo quod ratio velocitatis, cum compositæ, ex directa, vis *centralis*, & temporis; tum ex directa spatii, atque eversa temporis rationi respondeat; duas in persolvendo illo *Problemate*, cum omnibus aliis Avctoribus; alteram $fdt = u$, ex illa; alteram $udt =$ DF, ex hac posteriori proportione, *æquationes* composui; ut facta inter eas æqualitatis comparatione, & suffectis, ut res postulat, pro dt, ac DF *curvæ differentialibus*, ad eam tandem vis *centralis* formulam, de qua *integranda* agebatur, pervenirem. Hic *Professori*, post magnam, & diligentem biennii, eo-que amplius contemplationem, visum est; sibi novum ab hac *solutione* suppeditari argumentum; ac recentem porrigi rationem, ad confirmandum, atque comprobandum id, quod de mea harum rerum inscitia, se apertè ostendisse, ex ea, quam demonstravimus *Nevtonii* propositione dixerat,* Nempe, existimat *Vir ingenio acerrimus*; ex nulla alia re clariùs intelligi, me in *Galilei* disciplina peregrinum, & in hac scientia planè tyronem esse; quam ex hac ipsa facili meditatione; ex qua, cum manifestè appareat; me ex *commentitio illo, & imaginario calculi differentialis artificio*, sumere motum, quo particula EF per curritur, pro *æquabili*, atque *uniusmodi*; liquidò quoque constat, fallum esse: velocitatem semper esse, in ratione composita temporis, atque vis *centralis*; cum enim omnem velocitatem in puncto E acquirat, eam minimo momento, sive individuo temporis puncto adipiscetur; atque adeo, non *vis centralis* magni-

* *pag.* 354. *vers.* 20.

gnitudine simul, & temporis diuturnitate, quæ nulla est; sed illius tantum robore, & efficacitate erit metienda; quare non $fdt = u$, ut nos statuimus, sed nullum habendo ad tempus dt respectum, $f = u$ ex nostra *hypothesi* manabit; cumque sit quoque, $u = EF: dt$, orietur $f = EF: dt$, non verò $f = EF: dt.2$. quam nos argumentatione falsa, ab illa fallaci, quæ velocitatem *constantem* ponit, ad veram, atque justam *hypothesim*, quæ eandem toto tempore dt aliam, atque aliam sumendo, $fdt = u$ producit, reipsa transeundo, imprudenter duximus. Ex quibus ait, necessaria demonstratione concludi: me in eundem ipsum errorem, atque *paralogismum* incidisse, quem in ipso injuria reprehenderam, quemadmodum *italicis* (ut dicunt) typis, scriptum invenio. * O criticum egregium; O Censorem eximium. Ecquis unquam istius notationes, animadversionesque vitaverit; si ut *paralogismi* damneris, ab illo tua non intelligi suffecerit? Ut quisque profectò ingenii magnitudine, & doctrina, maximè excelluerit; ita maximè ejus inventa, ineptissimis hujus *Professoris* argumentis erunt proposita. Cæterum, ut *hoc* quoque *loco*, notum, manifestumque fiat id, quod toties *alibi* evidens, atq; perspicuum fecimus: *Professorem* hunc nostrum *Helvetium*; non ad suæ causæ defensionem, (quæ enim defensio esse poterat, causæ tam apertè desperatæ?) serio; sed ad errorem multitudinis, atque imperitorum opinionem; hæc inconsideratè fundere, & temerè effutire; antequám superiorem ejus argumentationem diluam; seu potiùs, antequam illum, qui debeat hæc mea *solutio* intelligi, & explicari perdoceam; juvat, ipsi ultrò concedere, atque largè, & liberaliter dare: lucubrationem hanc meam, eo maximè vitio laborare, quod nunc ipse notando reprehendit. Esto igitur, si ita vult *Professor*; hoc ego in hujus *problematis solune* peccaverim, quod ponendo velocitatem (u) *constantem* per omne spacium EF, *secutus sim meam primam falsamque hypotesim*; deinde *sumendo fdt* $= u$, *ad alteram veram, velocitatem* (u), *toto tempore dt, quo vis centralis corpus urget creari statuentem, transierim*; num sequitur, me in eundem errorem, atque *paralogismum* incidisse, quem in ipso injuria (ut dicit) exprobraveram, & in eodem genere, in quo ipse

pag. 356. *vers.* 19.

ipſe offendam, ipſum reprehendere? nihilminus; Nam ut fusè, latèque *Cap.* XX *Examin.* demonſtravimus, & ſumus infra, ſtrictim quidem, & breviter, ſed pari, ut ſperamus perſpicuitate demonſtraturi; illius *paralogiſmus* in eo poſitus eſt; quod ratiocinatione inconſiderata, *æquationem* hanc $udt = ds$; ſive [poſito *dt conſtante*] *analogiam* iſtam, $ds, u :: dds, du$, vel $ds, \pm dds :: u, \pm du$, aut $ds \pm dds, dds :: u \pm du, du$; ſumpta velocitate per ſpacium *ds* alia ſemper, atque alia, elici poſse exiſtimaverit: Ego verò, ſententia ſua, in hoc erro; quòd, non quidem ex eadem tantum *hypotheſi*; ſed ex illa, atque ex contraria ſimul, quæ tamen vera eſt, atque per ipſum juſta; hanc aliam *æquationem*, $fdt = u$, ſine *analogiam*, $f, 1, :: u, dt$, falsò, atque mendosè duxerim: utrum autem, imaginarius hic *paralogiſmus* idem ſit, atque ille, in quem ipſum incidiſſe, non injuria, ſed omni quidem jure me dixiſse, locis quos demonſtravimus ſupra, & luculenter oſtendimus, & dilucidè mox oſtenſuri ſumus; faciliùs eſt cuilibet intelligere, quàm mihi neceſſe pluribus inficiari. Sed ego ineptior, quàm ille ipſe, qui iſta ſcribit; qui quidem contra eum tam ſubtiliter diſputando, nugis, atque apinis, & tricis hujuſmodi, tantam fortaſſe opinionem concilio; quantam me tacente, nunquã profectò, vel apud infirmiores habuiſſent. Quod verò attinet ad ea, quæ contra hanc noſtram *ſolutionem* tam avdacter afferebat: cum duæ ſint aſſumptiones, ut paulò ante dicebam, ex quarum altera, *æquationem* $fdt = u$; ex altera verò, $udt =$ EF, in *problemate ſolvendo* duxi, facilè intelligerem, utram harum, ex ea, quæ ponit velocitatem per omnem curvæ particulam Eg ſemper eandem, fluere *Profeſſor* exiſtimet. Verùm, magni operis non eſt, illius de hac re ſententiam aſſequi; cum non recondita quadam, atque abſtruſa ratione cernatur, ſed ſit in promptu, & ante omnium oculos propoſita; nempe in hac re, illi nihil eſt certi quod conſtituat; cũ enim * neget; eo propoſito, eſſe hoc conſequens; nempè, *velocitatem, ſemper eſſe in ratione vis impellentis, ac temporis*; itemq; cum * me arguat; quippequi ſumendo $fdt = u$, a prima illa, atq; falſa *hypotheſi*, ad alteram veram, atq; juſtam, quæ, velocitatem *u*, toto tempore *dt* produci ponit, inconſtan-

pag. 355. *verſ.* 32.

pag. 356. *verſ.* 13.

 tiſſimè

tiſſimè tranſilierim; perſpicuum eſt, prætermiſſa *æquatione* *udt* $=$ EF; hanc ſolùm, *fdt* $= u$, ex utraque illarum *hypotheſium*, me elicere exiſtimare; atque adeo, Virum *Neutonianæ* doctrinæ explanatorem diligentem, & defenſorem acerrimum; horum duorum principiorum, neque naturam adhuc planè cognoſcere, neque originem ſatis perſpicere; ſed benè dicta, malè, atq; perversè interpretando, aliud cum alio confundere; & alterum ex alterius fonte inſcienter derivare, & ineptiſſimè havrire. Sed de hoc, cum ſupra ſemel, atque iterum à nobis dilucidè, & luculenter diſputatum ſit; ne plura dicam, quam neceſſitas ipſa cogit; tempuſque in re jam ſatis ſuperq; explicata, atque illuſtrata, inutiliter, ac fruſtra conſumam; illum ad ea, quę proximè demonſtravimus reijcimus; ut, ſi fieri poteſt, vel ex ijs, quæ contra me attulerat, tandem intelligat; *analogiam* eam, qua concluditur: velocitatem eſſe in ratione compoſita, temporis, atque vis *centralis*; non (ut ipſe putabat) ex ea, quæ velocitatem ipſam *conſtantem* ponit; ſed ex oppoſita, & contraria inferri poſſe tantùm *hypotheſi*; ex duabuſque illis *æquationibus*, quibus in *ſolutione* me uti, vel cæco apparere poſſet; alteram ſolùm *udt* $=$ EF inde manare; unde primam *fdt* $= u$, ratiocinationis meæ ordinem pervertendo, ipſe a me duci exiſtimabat: quæ cum didicerit; didicerit quoque; me ſic concludendo: non temerè, atque inconſideratè, a falſa ad veram *hypotheſim* tranſiiſſe; ſed utramque ritè, atque conſultò uſurpando, ambas *æquationes*, quæ ad perfectam, atque abſolutam *problematis ſolutionem*, (ut *Neutonianam propoſitionem*, aliis explicando diſcere poterat, vel ſcire debuerat) ſunt neceſſariæ; ſingulas, ex ſingulis, ſumma arte, atque ſingulari artificio elicuiſſe; juvat enim magnificè loqui, & certè decet, adverſùs non intelligentes, & ignorantes, quid quique præſtiterit.

Cæterum, ut oſtendam; me ita eſſe affectum, atque animatum, ut, & alios ſinè iracundia refellere; & ab aliis ſinè pertinacia refelli poſſim: ipſe, *Profeſſori* demonſtrabo, quæ illi ineunda fuerat ratio, & perſequenda via, ut non mediocri ſui nominis cum gloria, & laude, aptam de hac lucubratione mea cenſuram agere poſſet. Equidem ſatis mirari non poſſum; *Virum*, qui publicè monſtrandæ ad hæc ſtudia juventuti viæ, curam, onu-

onusque suscepit; tam parum sibi semitam sapere, ut duos ipsos annos meditando, & penitus in omnes *solutionis* meæ partes introspiciendo; nihil aliud tandem, præter communem hujus memoriæ *Geometrarum* doctrinam in ea, quod reprobaret invenerit: id verò, quod illam, sin minus *paralogisticam* (cum quidquid concluditur, ritè, atque rectè efficiatur ex propositis,) imperfectam tamen, & quodamodo mancam reddit, incautè, & imprudenter prætermiserit. Debuerat ergo *Professor*, ut se strenuum harum rerum Criticum præberet, notare: corpora, quæ per flexas lineas moventur; non modò a viribus, quas *centrales* dicunt, ad certum punctum, quod *κεντρὸν mathematici* vocant continuò urgeri; sed etiam motus initio, a viribus tormentorum, & machinarum, secundum lineam curvam *tangentem* jaculari; quo fit, ut peculiari velocitatis gradu, illis ab earum impulsione impresso, per curvarum ambitus vertantur; quorum duorum motuum ad diversas omnino partes tendentium; cum ratio in *solvendo problemate* haberi necessariò conveniat; hocque profectò duabus *æquationibus* $udt = EF$, & $fdt = u$, præstari non possit; cum utraque harum, motum corporis ad virium trahentium centrum, tantum designet; atque ambæ alteram solùm quæsiti conditionem complectantur; perspicuum est, id inesse in hac *solutione* vitii; ut ad speciem quidem, quæstionem planè persolvere videatur; re autem ipsa, dimidium tantùm illius attingat. Hoc pacto, si rem hanc tractasset, Di vostrã Fidem; quantam,& quàm veram laudem,dulcemque voluptatem cæpisset *Professor*? Nam ut ommittam, quod non vulgarem facultatem suam criticam ostendisset; tum hoc alterum id verò est, quod ille sibi palmarium putat; se tandem reperisse, qui meam harum rerum inscitiam, in omnium prospectum produceret. Ut ut tamen est, ea saltem habenda ineptis illius dubitationibus est gratia; quòd cum iterum oculos in eam *solutionem* coniiciendi, causam mihi dederint; effecerunt, ut ea nunc tandem corrigam, quæ cum imprudenter,alia,atque subliminora meditanti mihi olim exciderint; ipse post tam longam,diligẽtemque circunspectionem, & accuratam considerationem; sin minùs scriptis, silentio certè, imperitè,atque inscienter comprobaverat. Ut igitur una *æquatione*,

tione,

tione, omnes *problematis* conditiones complectamur, & aptam, atq; perfectam, expletamque omnibus suis numeris, & partibus *solutionem* in medium feramus, fiat $-fdx = udu$; in qua cum $u = ds:xdy$, ac proinde sit $du = \overline{xdydds - dxdsdy - xdsddy}:xxdy.2$; suffectis in locum illarum his quantitatibus, prodibit $f = \overline{xds.2.ddy + dx\,ds.2.dy - xdydsdds}:x.3.dy.3.dx.$, quæ est *æquatio* quæsita, ad quam non modò sine usu *radii evoluta* (ut dicunt) pervenimus; quod olim inventum prædicatione, & commemoratione dignum visum est *Professori*; sed ex ea, nullum elementorum curvę pro *constanti* assumendo, (quod nostrarum esse partium scribit ipse)* *æquationem*, pro *solutione problematis* hujus *inversi*, quã *alibi* tribus diversis rationibus attulimus; solius primæ regulæ auxilio, elicere possumus; quod ante hac, nemo, (quod quidem ego noverim) præstitit. His igitur instructus documentis, intelliget tandem *Professor*; se tota errasse via, meditationem principio sibi ignoto nixam, censorio dente carpendo, & lacerando; foreque brevi confido, ut pro sua consuetudine, *palinodiam* alteram canendo, fateatur: *solutionem* meam, plurimum abesse a vitio illo; quod ei, error ipsius tantum affinxerat, & inscitia conflaverat. Id quidem certè discet, quod antea se percipere nescisse, confitetur *; quì nempe fieri possit; ut motum per spacium EF, æquabilem, & invariatum posuerim; nec tamen, ut ipse effutit, *hypothesim* a veritate, ac ratione juxta abhorrentem, & *Newtoniana* diversam in medium proposuerim, ut habet *vers. 16.*, percipietque; me non modò oculos semel, *Corollariis propositíon.* X lib. 2. *Newtonii* adiecisse; sed mente tota, omnique impetu, in illam, cætrasque id genus *Cl. Avctoris* propositiones incumbendo; non modò illius egregia inventa assecutum esse; sed omnia ejus artificia usurpando, & utramque illius *hypothesim* de velocitate, modò *constanti*, modò *variata*, pro re nata adhibendo; *problema* insigne, *de constituendis, corporum, quoslibet datos ambitus, in pleno peragrantium viribus centralibus*, generalissimè, & ut paulo post videbimus, sinè *paralogismo*, (quicquid ipse inaniter & frustra effutierit) primùm, perfectè persolvisse: cum-

que

pagin. 61. ver. 5. Examin.

pag. 357. in initi.

que, (ut *ſupra* luculenter a nobis oſtenſum eſt) falſum prorſus ſit; me unquam dixiſſe, vel ſenſiſſe, ut ipſe exiſtimabat* *æquationem fdt = du*, ſumendo velocitatem pro *conſtanti* effici poſſe; quanquam hæc neceſſario ingrediatur *ſolutionem* illam; ſed tamen ea, ita firma, & valens erit, ut ejus inanium conjecturarum injurias, quas* in ipſam jacere, & immittere avſus eſt; non modò ferre, ſed & facilè conterrere poſſit.

cit. ver. 26.

loc. cit.

Verùm, quandoquidem ad ſuperiores *ſolutiones* hujus *problematis* me deduxit oratio; commodiùs me facturum exiſtimo, ſi antequam ad proximam, quæ præcipuum hujus diſputationis caput eſt veniamus; aliqua leviter perſtrinxerim ex iis, quæ adversùs eam, quam *Profeſſor articul.* 15. *Tom.* V. edidit latiùs, fuſiùſque *Cap.* XX *Examin.* diximus; ut ii quoque, qui *Italicè* neſciunt, intelligere queant: quo tandem defenſionis genere utatur, iſte eorum *Excellens Geometra*, in propugnandis, atq; vindicandis illuſtrioribus ſuis comtemplationibus; ſtatuant, judicentque incorruptè; utrum ea, quæ contra illas tuli; *animi inimicitias ſecum ſuſcipere volentis*; an potiùs ſtudioſiſſimi ſuæ, communiſq; utilitatis diligentiſſimi ſint argumenta. Atque hìc primùm animadvertendum eſt; *Profeſſorem* noſtrum *Helvetium*, cæpiſſe quidem, ex diſceptationibus iſtis, commodum aliquod, ac non levem utilitatem conſequi; ſed liberaliorem, quàm fuerit, nihilo eſſe factum; cum enim ingenui, atque liberalis animi ſit, fateri per quos profeceris; qua fide, atq; integritate illum agere cenſes; qui a me* admonitus, ſe vehementer errare *ubi exiſtimans; corporis per curvam à vi trahente acti, velocitatem minui ſemper, atq; decreſcere; illius tantum diminutionem ſpectando, calculos conficit: priſtinam hanc mendoſam ſententiam corrigendo, * velocitatis differentiam [$\mp$ *du*] pro illius imminutione ex præcepto meo tacitè ſubiicit; & ita, documentum dum capit, docentem præterit, beneficium ingratè ſilentio diſſimulat: ſed paululum hoc eſt, & nihil putandum, ubi quis eò devenit; ut, vel ſeveriſſimum eruditorum judicium contemnat, ac pro nihilo ducat; modò imperitorum hominum rumuſculos, & inſanæ multitudinis grande *ſophos* conſequatur. Quod verò attinet ad immanem illum, ac maximum *paralogiſmum*, quo ſe

pagina 48. verſ. 5., & 13 Exam. pag. 32. 33. verſ. ultim. & 5. ibid. pagin. 325. ſeq.

rectè

rectè propositum *problema* solvisse, simplicioribus amicis suis persuadere, adversùs animadversionem meam nihil dicendo, diligentissimè curat; ut facilè intelligatur, in quo ille situs sit: sciendum est; inter alia, *Professori*, ad hujusce quæsiti *solutionem*, id maximè opus fuisse; ut spacii a corpore per medium fluidum acto percursi diminutionem [differentiam] investigaret. Ad hoc præstandum, sententiam illam, quam supra tot verbis comprobavit, de velocitate *per omne spaciolum semper alia*, ut fatetur* secutus; illam, non secus ac spacium ipsum, cum ejus diminutionibus conferendo, ita * concludit: *Cum spacii, ac velocitatis diminutiones, fiant eo tempore, quod corpus, tota velocitate, totum spacium AB transmittendo consumit; erit diminutio spacii gE, ad totum spacium BE, sive* AB [*ds*], *ut diminutio velocitatis* [-*du*] *ad totam velocitatem* [*u*] : *ergo* [paucos post versus, rationem concludit,] *erit* gE = -*duds* : *u*: quo posito initio, & quasi sui operis fundamento, ad optatam *æquationem* felicissimè progreditur. Argumentationi huic, hujusmodi principio constitutæ, quid ego objecerim, pluribus non attinet dicere; cum vel prima doctrinæ motus elementa a *Galileo* inventa, & nunc puerulis ipsis notissima, apertissimè ostendant; quàm a veritate alienum sit, in motu, vel semper accelerato, aut retardato, *habere diminutionem spacii ad totum spacium, eandem proportionem, comparationemq; quam habet diminutio velocitatis, ad velocitatem ipsam:* Illud verò necesse est aperire; quo *Professor* occurrerit responso, molestissimo huic, atq; gravissimo, inscitiæ suæ argumento. Ad hæc, homo infelix, cum intelligeret; serio agendo, se propriæ dignitati, ac muneris amplitudini, prospicere non posse; primùm, rem ad jocum traducere, & responsionibus mimicis negotium conficere conatus est, dicendo: * argumentationem meam, ab ascensu gravium, contra suum consequens desumptam, nihil tandem aliud concludere, quàm; *illud ideo esse falsum, quia est falsissimum; neque eo, aliud brevius, atq; ad probandum firmius argumentum inveniri profectò posse*: deinde, ut demonstrationibus quoq; atque argumentis se uti; neque ineptiis tantum lucubrationem hanc suam propugnare, infirmioribus persuaderet; omne suum studium adhi-

pagina 75. vers. 27. seq. Exam. pag. 33. cit.

pagina 76. ver. 7. & 8.

adhibuit, ad demonstrandum, id, de quo hìc* iterum ad suam defensionem verba facit, nempe: *velocitatis incrementum, a viribus continenter corpori admotis, toto eo tempore, quod mobile curva particulam transeundo insumit, generari; non hypothesim ab se ad libidinem fictam, sed Mechanicum esse Theorema*: sed quid huic *Theoremati* sit, cum argumento contra ratiocinationem suam a me allato; vel fautorum suorum judicium esto: neque enim illic de hujus veritate controvertitur; sed id tantùm quæritur: utrum posito, atque approbato; spacii, ac velocitatis decrementum, eodem tempore fieri; rectè sequatur, ut sua est sententia: *ita esse diminutionem spacii, ad spacium; ut vlocitatis decrementum, ad velocitatem ipsam*; quæ quidem mihi videtur alia quæstio quàm ea: *utrum velocitatis incrementum, a viribus continenter corpori admotis; toto eo tempore, quod mobile, curvæ particulam transeundo insumit, generare; hypothesis a se ad libidinem ficta, an mechanicum sit Theorema*. *Analogiam* eam, quam ad *solvendum problema* assumpserat, sartam, tectamque conservare, ab argumenti, ex doctrina gravium cadentium, vel ascendentium vi desumpti, oportuit; non alia præter rem ineptissimè effutire; quæ non modò, nunquam in contentionem venere; sed quorum veritati tota vis, ac robur argumenti contra illam allati, solutionemque oppugnantis, & evertentis nititur; hoc enim ipso, quod assumit in connexo, id quod res est; nempe *velocitatem per omnem curvæ particulam semper variari, & decrescere*, ostenditur * falsum esse id, quod inde ducit, *eandem* videlicet *habere proportionem, decrementum spacii, ad spacium totum; quam habet decrementum velocitatis ad velocitatem ipsam*; quod est; concesso, id quod in connexo existit; negare id quod consequitur; seu *concesso antecedente, negare consequentiam*, ut vulgari, & faciliori loquamur lingua logicorum; quorum profectò, nullus hactenus docuit; in disputationibus, atque disceptationibus, rectè adversario, qui dederit, quod assumitur, & negaverit quod sequitur, satisfieri, & propositum demonstrari; si id, quod ab ipso concessum est luculenter probetur; id verò quod negatum, & controversum est, tacitè, atq; summo silentio prętermittatur; quod novum disceptationis genus, si de loco superiore auditores suos docet *Professor*, quos ha-

pag. 351. *vers.* 4.

Pagina 47. *vers.* 9. & 17. *Exam.*

habet discipulos, eos certè, non (ut dicebat ille) dimidio; sed decuplo reddet stultiores, quàm acceperit. Verùm quamvis hæc, maximè à communibus logicorum præceptis abhorreant, & longissimè à veri, atque germani Eruditi dignitate distent, & absint; eorum tamen aliqua ratio probabilis reddi, & causa verisimilis intelligi potest; cum non solùm usitatum, sed etiam quotidianum sit; ingenia hujusmodi pertinacia, arte aliqua, aut facultate leviter imbuta; si quando in contentionibus sibi causa cadendum esse ferò intelligant; quodcunque sibi in mentem veniat, aut primùm occurrat, ad verbosam disceptationem arripere; & quicquid disputando exciderit, ad vanam oppugnationem, & garrulam defensionem usurpare. Sed, quis unquam audivit, imperitum, & infantissimum Dialecticum; in angustias ab adversario, argumentorum, & demonstrationum vi compulsum, falsa quæque, quæ ille ne minima quidem suspicione attigerit, velut ex illius sententia, ad libidinem comminisci, & tanquam absurda totidem ejus pronunciata, ipsi exprobrare, & obiicere? Quæ non facilè, vel in hoc rixoso, & vehementi hominum genere reperies; in illo nostro recentiore *Professore Mathematicarum Helvetio*, manifestè, ac apertè perspicies. Cum enim ex mea, vel de iis, qui de me pessimè merentur, benè merendi consuetudine; insignis illius *paralogismi* patefactione minimè contentus; additum ad ejus correctionem, & emendationem, ipsi benignè aperire voluerim, illum amicè admonendo, atque docendo: * consequens illud, effici nevtiquam posse, nisi cum doctissimo *Nevtonio* ponamus: *velocitates, inter se esse, ut spacia temporibus aequalibus decursa*; seu quod eòdem reddit; eas *per omnē curva particulam, esse semper easdem, nec nisi in punctis illius extremis individuis variari*; quo dicebam, *singulare calculi differentialis* artificium contineri: ille non aliunde, quàm ab infelici rerum suarum eventu, capto argumento, & occasione desumpta; longo verborum apparatu, & inutili (quin ut vidimus mendosa) vulgaris, & jam tritæ vetustate doctrinæ motus explicatione, & demonstratione; in me, velut sentientem (idemque sentire egregium *Virum Nevtonium* docentem) *singulari illo calculi differentialis* principio, *aequationem* hanc $fdt = du$ (cujus non mo-

pagin. 48. vers. 10. Examin.

modò ubi hac de re ipsius erudiendi causa luculenter disserimus, * sed ne quidem tota illa disputatione meminimus) confici posse, & debere; corollaria verbosè ducit * impetum acriter facit; me ad impossibile, & absurdum demonstrandum in concione provocat; * atque firma & subtili hac meditatione, me in hac scientia peregrinum, & hospitem esse, gloriosissimè ostendisse se prædicat;* de quibus, cum plusquam satis opus est, dictum sit supra, hic nihil attinet ampliùs dicere. Illud tantùm a Te, atque ab aliis ingenuis, & doctis Viris judicari maximè velim; qua fronte potuerit Vir iste bonus*, argumentum illud meum, ex *Galilei* doctrina desumptum, adversùs *solutionem* suam allatum; *accusationem falsam, & tantùm non calumniam, quam præstare, atque tueri minimè possim* vocare. Hoccine est humanum factum; hoccine est liberalis hominis officium? Pro deum, atque hominum fidem, quid est si non hoc, contumeliosè, & impudentissimè agere est? Sed qui semel verecundiæ finem transierit, eum benè, & naviter oportet esse impudentem. Sed nihil istius audaciam clariùs patefacit, quam id, quod habet *pagin.* 351. *seq.*, ubi rationem reddens, cur ego *injuria* (ut scribit) eam, quam supra demonstravimus, *Newtonio* assignaverim sententiam; ideo dicit a me in hanc partem esse peccatum, quòd eximium hunc *Geometram* quandoque motum per cùrvę particulas, *ut æquabilem* sumentem viderim (vidi nempe, quod videri non potest, *Artificium* scilicet illud *imaginarium, quo NUNQUAM usum esse illustrem illum Mathematicum*, demonstratione *proposit.* 39. *lib.* 1. perspicuè ostenditur, ut scribit *Vir optimus*) * cum tamen, aliud sit (sic ad me errore exsolvendum excellens *Professor* docendo scribit) * dicere: *eos motus, posse velut æquales accipi, & poni;* [illegible]*, eos tales, & hujusmodi re vera esse: primum, in illis quoque motibus, qui accelerantur locum habere posse,* me docet; de secundo verò non loquitur. Sed cui non apparet, his nugis, id actum, & quæsitum esse, ut lectores in eam opinionem adducerentur; me, tum, cum *solutionem* suam *problematis* virium *centralium* in pleno, vitiosam, atque *paralogisticam* ostendi; in ea fuisse sententia: motus istos, quibus corpora per curvarum particulas ferri imaginamur, non ex *hypothesi*, sed revera uniu-

smo-

pag. 48. *seq. Examin.*
pag. 331. *vers.* 8.
pag. 351. *vers.* 17.
pag. 354. *vers.* 19.
pag. 350. *vers.* 27.
pag. 353. *vers.* 11. *seq.*
pag. 352. *vers.* 3.

ſmodi, & (ut vocant) *conſtantes* eſſe? Sed, quis lectis meis verbis, infelices *Viri* conatus, & indignam ſcriptoris agendi rationem non noverit? Age nunc ergo *Profeſſor*, in medium feramus contextum meum *, ubi hac de re diſputabamus, ut fidem tuam, atque integritatem, in lucem producamus. Ibi igitur, poſteaquam pronuntiavi: conſequens illud tuum falſum eſſe; ne aliquis,me id temerè affirmaſſe exiſtimaret,addidi ,, id ,, nullo prorſus modo effici poſſe, ex quo diminutiones illæ ,, eodem tempore fiant; alioquin, idem etiam concedi oporte- ,, ret, in deſcenſu, atque aſcenſu gravium liberè cadentium, ,, aut aſcendentium, cum tamen falſiſſimum illud ſit;ſed ex eo ,, tantum ſequi, quòd velocitatibus æqualibus, & quæ *varia-* ,, *ri ponantur* in ſolis punctis arcus extremis A, & B, arcus illi ,, decurrantur; quo continetur ſingulare calculi *differentialis* ,, artificium, ab *excellenti Newtonio* quoque uſurpatum, ele- ,, ganter,ac ritè *ponendo;* temporibus æqualibus, velocitates eſ- ,, ſe ut ſpacia decurſa; quod ut patet, haud verum eſt, niſi *fin-* ,, *gantur* ſemper, per omne ſpaciolum *eadem:* quibus dictionibus, *variari ponantur: fingantur eadem*, & ſimilibus; utrum velocitates *eſſe conſtantes*, atque tantùm *reipſa variari in punctis curvæ particulæ extremis* denotetur; tute judica, & ſi potes; te omnium avdaciſſimum eſſe nega.

* pagin. 47. ver. 19. ſeq. Examin.

Detectis, atque patefactis maximis erroribus, quibus ducebatur *Profeſſor*,cum in illuſtrandis alienis; tum in propugnandis propriis, oppugnandiſque meis lucubrationibus; tempus nunc tandem eſt, ut ad fruendum ingenio, doctrinaque ſua veniamus;moleſtiamque,quam ſuperiores ineptias ad calculos revocando, maximam certè ſuſcepimus; recentium,atque acutiſſimorum inventorum ſuorum compenſatione leniamus. Ipſe quidem, ea tanti facit; ut non modò eorum commemoratione, diſputationis titulum potiſſimùm commendare, ſed amicorum ſuorum prolixam, atque præcipuam erga res ſuas voluntatem,iis remunerare voluerit. Atque eo maximè nomine illa laudibus fert, & inprimis excellere dicit; quod ſimplicia; facilia; & explicata omnino ſint; neque tot membris, atque partibus(*terminos* vocant *Geometræ*)impediantur, ac implicentur, quot illa, quæ uterque noſtrum in medio propoſuimus;

mus; quibus addit illorum rationem universalem, quæ cum omnes virium conditiones, non modò, sed & omnem earum numerum complectatur; sequitur, nihil relictum esse, quo res melius geri, & *Professorium* munus cumulatiùs agi potuerit. Ego verò, qui, quid in his studiis præstare possim, malo ab aliis re ipsa intelligi, quàm à me gloriosiùs prædicari; re nunc præsertim minimè integra; pluribus non contendam, ut *Geometræ* sibi persuadere patiantur; me eodem prorsus *Leibniziano* principio nixum, jam ab illo tempore, cum ad *problema* publicandum, mihi commodam, idoneamque occasionem à *Professore* oblatam esse putavi, ad similem *æquationem* generalem pervenisse: Id tantum liberè, atque ingenuè dicam: *solutiones* hujusmodi, mihi, neque antehac magni fuisse, neque futuras inposterum; cum enim eas mente potiùs assequi, & cogitatione complecti, quam ad usum pro renata revocare possimus, ut luculenter exemplis Cap. XVIII. *Examin.* demonstravi; quid est, quod ad eas, vel quærendas frustra laborem impendamus, vel inventas sine ullo scientiarum incremento, & nulla lectorum utilitate in apertum referamus? Quod autem attinet ad decantatam, atque tot præconiis celebratam speculationis hujus facilitatem, ego sic statuo: Eum qui congruentem, & aptam ineat rationem, id genus quæstiones natura sua difficilimas expeditè tractandi; atque per vias quasi compendiarias ad exitum feliciter perducendi, præclarè industriam locare, laudeque sua carere nevtiquam debere; atque eò etiam magis, si non; modò hoc, modò illud addendo, & deducendo, fortuito; sed alicujus certæ, & præstantis rationis ope rem egregiè præstiterit: Verùm, non ideò tamen *Professori* concesserim; esse, cur hac ipsa facilitate, (vel si qua in suis meditationibus foret,) se magnificè circumspiciat, atque insolenter efferat; ineptequè existimet, fieri posse, ut ea, errores, & vitia, quibus superiores suæ disputationes, completæ sunt, ac refertæ, compenset; maximequè insignis, & aperti *paralogismi*, quo primam *solutionem*, depravavit, dedecus vitet. Quid? valdè ne magnum sibi videtur fecisse; quod biennio ampliùs, improbo labore, & assidua contentione, eò tandem leviori negotio pervenerit; quò ut perveniret, in tantis tenebris, tot ipsi clarissima

sima lumina prætuli, adjumenta subministravi? Quò quæso spectabant, subobscuræ illæ quidem, sed fideles, atque benignę, in superiorem *solutionem* suam animadversiones; nisi eò, ut illum in viam rectam, de qua longè deflexerat, peramanter deducerent, semitamque ad perfectę *solutionis* gloriam ostenderent? Quæ mihi in omni disceptatione, res tam fuit ulla proposita; quàm, ut scripta qualiacunque in illum mea, ad ferendum confectæ rei decus, quo nihil antiquius habere facilè intelligebam, auxilio ei esse possent? Hoc sane consilio; cum *analysim* meam, quę optatissimam illi laudem præripuisset, sub *æquatione* illa generali latere volui; tum tres alias expeditissimas, continuò in medio posui; ut si animum ad eas attenderit, illas, quasi gradus quosdam, atque additus ad eam jactos intelligeret. Quare, minimè mirum alicui debet videri; si ille, his firmissimis fundamentis nixus, atque perspicuis principiis instructus; rem sæpe, diuque omnibus modis versando; eò tandem unde *æquationes* illę fluxerunt ascenderit; fontibusque, e quibus havriuntur detectis; expeditiorem aliquam viam, eas ducendi invenerit: quis est enim, qui totum diem jaculans, non aliquando collimet? Tyronum certè plerumque est, in alienis lucubrationibus tamdiu hærere, easque usque eò pertinaciter persequi; dum cognita, qua usus est avctor ratione; vel aliam similem inveniendo; aut eandem faciliori via tractando, aliquam *solutionis* laudem sibi concilient: qui nullis adminiculis, sed (ut dicitur) marte suo, quæstiones hujusmodi aggreditur, ad easque ratiocinatione ex rei natura sumpta, penetrat; præcipuam negotii partem confecisse contentus; cætera, non equidem dixero contemnit; sed novis, & quandoque gravioribus contemplationibus occupatus, ea otii plus habentibus investiganda relinquit. Sed hæc fuerit nobis, prima orationis excursio, ut ostendamus; quòd etiam si, faciles ad concedendum habuerit; ea tamen lavs, quam sibi hoc nomine arroganter assumit, concedi nullo modo potest: nunc cominus agamus, experiamurque, si planum facere possumus, hocce suæ *analitica* facultatis argumentum; non modò inane, ac infirmum, ut demonstravimus; sed & falsum prorsus, atq; fraudulentum esse; eatenusq; ab ipso excogitatum, &
adhi-

adhibitum, quo possit imperitis amicis suis imponere, & rudem multitudinem egregiè decipere. Fraudem quivis facilè intelliget, quin, & oculis cernet, si *aquationem* $f = qds.3.: ryydx.3.$ explicaverit; suffectoque in locum lq, ut ipse docet * $2\int zds$; eam in logarithmicam *aquationem* converterit; illico enim detractis involucris, & quasi velis, quibus tegitur; in conspectum cadet, & prodibit in lucem altera, totidem constans terminis, quot illa ipsa, quam nos *Tom. III.* attulimus, *Professorque* ut nimis irretitam, atque impeditam explosit, & tantùm non exsibilavit; quo palam fiet: breviorem illam suam virium *centralium* formulam; non ex aliqua peculiari, ac faciliori ratione; sed ex mea, diligentiùs quidem, sed inconsultiùs exculta fluxisse; ac proinde illum, simplices Fautores suos apertè (vel dum eos muneribus afficit) ludificari; simul & lucubrationes meas, falsò prorsus, & impudenter calumniari. Verùm, nequis putet, me temerè, solùmque animo *Professoris* gloriæ aliquid, atque adeo multum detrahendi dixisse: se *inconsultiùs* agendo, ex nostra *aquatione logarithmica*, illam alteram effecisse; operæ pretium esse existimo, caussam addere; cur ego calculum longiùs non produxerim; atque ad eandem *aquationem* pervenire noluerim; ideo nempe hoc a me factum est; ne minùs in his studiis versatis, in illius *aquationis* usu peccandi, & de mea *solutione* malè existimandi ansam darem; cum enim res eò adduci non possit, ut singula *aqnationis* membra, se in *logarithmicam* quantitatem induant; huic incommodo ut medeamur, necesse est, quantitatem $2\int zds$, quæ *logarithmica* non est, pro talii assumere; loco illius in *aquatione* mea, lq, vel aliam similem subiiciendo; quo fit, ut abiectis *logarithmis*, illa queat in hanc a *Professore* allatam ($f = qds.3.: ryydx.3.$) converti. Porro, siquis ut solemne est *Geometris*, eam ad *differentialia* planè revocare voluerit; atque ad expeditiorem illius usum, pro literis q, & r, quantitates, $e.2\int zds$. (in qua e, quantitatis cujus *logarithmus* sit unitas locum obtinet,) & $ydyds.2.: \overline{dydxds + ydsddx - ydxdds}$

* *pag.* 342. *vers.* 14.

in

in quarum locum sunt suffectæ reposuerit; næ ille rem omnem perverterit, atque egregiam *problematis solutionem* depravaverit. Instar omnium, argumento sit exemplum illud, quo utitur *Professor* *, in quo, cum $z = ba : cy; ydyds.2.: \overline{dydxds + ydsddx - ydxdds} = cy : b.$, substitutis his quantitatibus in *æquatione ex Professoris* compendioso calculo manante; prodibit, $f = e.\ 2bly.\ cc : bby.3.$, non hæc, $f = ccy.2b - 3.: bb$, quæ est vera, ac justa *æquatio*, quam nobiscum, & cum *Newtonio*, ex eadem *densitatum* assumptione eruit etiam ipse; ad quam tamen, pervenire si voluit; necesse habuit, iterum ad *logarithmos* redire, atque quantitatem q, quæ sola in sua *æquatione* reperitur, non ex $e.\ 2bly.\ cc$, qui suus est *valor* (ut dicunt,) sed ex $dq : q$, & inde ex lq, quarum vestigium nusquam apparet, ducere: quare perspicuum est; nos eo consilio, quod ineptè ab ipso improbatur; imperitorum tenuitati, de industria, & omni quidem jure prospexisse; illiusque inconsultam solertiam, illos tantùm in errorem inducere posse; & quò plus ad perstringendos quorundam sciolorum oculos, inanis speciei habet; eò minus, ad instruendos verè sciendi cupidos, solidi habere.

* Pag. 344.

Sed, risum ne magis, an stomachum, motura sunt Tibi *Vir Cl.* quæ sequuntur? Ego quidem, cum tandem a me ipso impetrassem, ut ad has levitates, me demitterem, & subtiliter earum calculum exequerer; principio, os hominis, & animum tam audacter ad omnia dicenda paratum inspiciens, equidem risum vix tenui; sed rei indignitatem serio deinde perpendens, facere non potui; quin scriptoris *Transalpini* impudentiæ irascerer; qui eò pervenit, ut *Geometras* quosdam nostros, lucubrationes suas (si fides ei est habenda) miserè amantes, illiberaliter ludibrio habeat, & eorum facilitate ingratè abutatur. Esto; nimiùm sint animis simplicibus; atque harum rerum imperiti, quas non intelligunt mendosas meditationes suas, inscienter mirentur, & ineptè laudibus extollant! num adeò videntur sibi esse idonei, in quibus sic illudat? Quorsum ais *Vir Cl.* hæc acerrima oratio, & asperior objurgatio? rogas? Pollicetur iste, infelici huic gregi sui studiosissimo; pro mea involuta, difficili, longaque *problematis* nostri *solutione*; alteram sim-

fimpliciffimam, atque expeditiffimam, fe illi dono miffurum: Ecce autem dum fidem fuam liberat; eã in medium profert; ad quam, ut additum ipfum fibi comparet, & viam muniat, duas ipfas paginas * complet. Porro autem, quid tandem ex hac laboriofa, & molefta demonftratione, ut duceret novi? tritam nempe, communem, pervagatam velocitatis formulam *frdx: ds*; quam tribus verbis, ex pervulgata virium *centralium æquatione*, non modò ii, qui bis bina quot fint didicerunt: fed qui pene dixerim, nunquam eruditum hunc pulverem attigerunt, his temporibus optimè noverunt. An eos, tam inertes, tam harum rerum ignaros, & in *Geometricis*, tam plumbeos ducit, qui *æquationem* illam, VV = PM. PR, vulgaribus *calculi differentialis* notis examinando, nefciant fuorum inventorum præftantiam, & dignitatem cognofcere; atque illam in apertum producere? hoc profectò eft, etiam ultra derifum advenire. Sed Ego iniquior eximiis *Profefforis* lucubrationibus; & in earum juftos æftimatores, turpiter, & apertè malevolus; qui illarum longitudinem, & prolixitatem, fortuitum ut plurimùm calculi incommodum, invidiosè criminando profequor longiùs; fingulare verò, & prope incredibile, *Viri* artificium, quo inftitutę, demonftrationis exitum, facilè, & eleganter expedivit; confultò prætereo, & malitiosè filentio prætermitto. Quid enim? leve ne quippiam, aut parvi momenti cenfendum eft; quod, ea, quantitatibus illis *exponentialibus* careat quibus, implicatur, & impeditur noftra *folutio*? hoc certè nomine; abfoluto opere, velut re benè gefta, lætatur; exultat triumphat *Profeffor*; * hac de caufa meritiffimò ab Amicis commendatur; hac, vel ab invidis laborum fuorum obtrectatoribus, invitè eft commendandus. O feri ftudiorum! fi qui funt, qui inani, ac gloriofa *Profefsoris* oftentatione capti, tam perversè de hujufce *folutionis* pretio judicium ferant; & tam facilè laudem eam, quam fibi hoc titulo arrogãter afcifcit ipfi concedant. *Solutio* fua, eft illarum quantitatum *exponentialium*, expers; quis neget? hoc igitur prętat meæ; debetur ergo *Profeffori* juftus honor, & merita, atque hoc novo & infigni invento quæfita corona. Quis hoc concedet; quis hoc dabit; nifi, fi extimam tantùm *æquationis* faciem infpiciens, de re fibi incognita, mi-

* 328. 329.

* pag. 339.

& minimè explorata, velit judicare? Ego certè, existimabam; tristem superioris suæ notationis criticæ in hanc ipsam meam *solutionem* eventum, satis saltem documenti *Professori* dedisse; ut in posterum, in notando prudentiùs se gereret; & animadversiones suas, firmioribus, ac tutioribus ratiocinationibus fulciret; nec si ipse, quid alii sint secuti non perspicit; idcirco minùs existimaret, eos nihil nisi summa ratione fecisse. Damnaverat *Vir bellissimus*, atquè *facilis*, lucubrationem illam; atquè eam, inter illa, quæ Vos, & quicunque, nec imperitè, nec pessimè latinè loquuntur, *ἀδύνατα* potiùs græco verbo, quàm *impossibilia* nominatis, numeraverat; eò potissimùm, vel potiùs tantumodo nomine, quòd cum sua, minimè congruere videbatur. Aperui *Doctori*, inconsiderantiam suam, & unde error exoriretur, eum diligenter docui; ostendendoque, *qui meam poterat ad suam formulam revocare; effeci, ut a tam præcipiti sententia discederet, & eam, quam apertè, palamquè * exploserat meditationem, apertissimè * approbaret. Ecce autem de integro: *Virum* memoria defecit; atque cum ei, neque harum rerum peritia; neque vis summa ingenii adiumento fuerit; preceptum prius facilè excidit; hinc cum iterum ad revocandam eandem lucubrationem ad examen accessisset, destitutus eis præsidiis, quibus nullo negotio discere poterat;

pagina 48. *verſ. ultim. Examin.* *pagina* 35. *verſ.* 27. *Examin.* *pagina* 55. *verſ.* 10. *ibid.*

notam $\int pdx$, semper *logarithmicam* quantitatem involuere; ob eamque causam, non ex necessitate aliqua; sed, vel parumper tegendæ rei, aut ejus novitate, aliorum studia ad *solutionem* alliciendi, atque excitandi gratia, *exponentialibus* notis, me eam exposuisse: illam veluti nimis involutam, atque formula, difficilibus, & incommodis quantitatibus illaqueata expressam reijecit; aliamque ut faciliorem, & expeditiorem subjecit; à qua tamen nostra solo discrepat *terminorum* ordine, & collocatione; quam si quis aptè dissolverit; eam in *Professoris* formulam facilè commutaverit: quod cum demonstrari quoque possit de superiori illa sua, quam *Tom. Diarii V.* in medium attulerat, eademque de causa reprehenderat, (adeo hoc loco ingenuus, & religiosus est; ut veritatis amore vel sua vituperet, & damnet, is; qui ut veritatem ipsam opprimeret, tot falsa in

me

me congessit) intelligi quoque poterit, qua temeritate, (quæ tum est insignis, cum incognitæ res, vel approbantur vel reprobantur) *Bernullium* * bono animo esse; atque eam, quam ego * scripseram, *Virum doctissimum*, mecum habuisse de nostris *solutionibus*, ob earum levem à *Newtoniana* discrepantiam, dubitationem abijcere, atq; deponere jusserit ille; qui non modò, quibus principiis *solutiones* illę niterentur, & in quo discrimen illud positum esset, non noverat; sed, neque quid vitii; neque quid recti inesset in sua, quam tandiu, summo ocio, & considerate est contemplatus, cognoverit; sed hæc hactenus.

pag. 350. *ver.* 10. *seq.* *pagina* 50. *vers.* 6. *Examin.*

Proximis tuis literis, scribis *Vir Cl.*, tibi ab amico erudito *Roma* narratum esse; ad *transalpinos*, non modò controversiæ nostræ famam; sed & *Professoris* imperitiam pervasisse: Eodem fortasse pertinet, quod hieme superiori, mihi significandum curavit *Bononia*, Vir quidam doctus; cui *Patavio* nunciatum fuerat: *Professorem* nostrum, pessimè acceptum fuisse in *commentariis Parisiensibus*; in quibus paulo post, ab Amico, his studiis egregiè operam dante accepi: reperiri epistolam quandam *Joh. Bernulli* ad *Professorem* ipsum; cujus initio, cum officiosè *Vir Cl. solutionem* illius, *problematis inversi* (suis enim non publicis utuntur verbis *Geometræ*, quod commune quoque omnium ferè artium) virium *centralium* in inani, copiosè, & luculenter laudat; tum verò ingenuè, & liberè ostendit; ad *æquationem sectionum conicarum*; illum, non via, ac ratione, sed quia rem sic esse, jam noverat, pervenisse. Vtrum quid in eum gravius, ex iis regionibus prodierit; quæ est apud nos librorum exterorum penuria, nescio; hoc unum scio; fieri profectò non posse, ut qualemcunque, quam hujus scientiæ habebat opinionem, vel apud nos, aut apud eos, impolterum tueatur & servet. Miseret me viri, id genus duras provincias, tam inconsideratè suscipientis; cumque summa ope enitar; omnibusque viribus contendam, ut cunctis ejus inscitiam patefaciam; dolet, mihi pulcherrimè ex sententia eventum procedere. Quæ liberalis hominis munera fuerant, omnia hactenus constanter explevi. Amicè monui: fideliter docui: occultè corripui: leviter etiam, ac molli brachio castigavi, & objurgavi; si possem eum

 ad sa-

ad sanitatem perducere, & ad exitium præcipitantem retinere: sed homines hujusmodi efrænatos, sibique præfidentes, qui in gyrum rationis, & doctrinæ, ducere quærit; similiter facit, ut si posse putet, eum, qui se e leucade præcipitaverit, sustinere se cum velit; in lubrico sunt; semel ab indomita vehementis ingenii vi incitati, in proclive labuntur; consistere nullo modo possunt: convicti, ac judicio veritatis coacti; dum sibi eam evelli ex ore nolunt; horridiores evadunt, asperiores, duriores, & oratione, & moribus; hinc, humanitate irritantur; comitate lacessuntur; & vel charitate concitantur: quæ cum ita esse, re ipsa perspexissem, atque tandem intellexissem; nostrum pro sano nihil unquam esse facturum; officio deesse, nec volui, nec potui; neque amplius, cavtè, & suspensè, sed apertè, & strenuè agendum esse, privatamque unius rationem, publico commodo post ponendam esse existimavi. Cæterum, si tantum ab re tua est ocii Tibi, ut *Animadversionum Geometricarum Examen* legendo percurras; videbis, me quoque *Cap*. XV. observasse; *Professorem* istum, ad *problematum solutionem*; non ratiocinando, atque meditando; sed experiendo, periclitando; hoc addendo, illud demendo; deinde omnia cum aliorum lucubrationibus conferendo pervenire; & si proximam *problematis* virium *centralium* in pleno *solutionem*, vel leviter inspicias; eandem artem ad ipsam tractandam usurpasse, tute primo aspectu intelliges: Quorsum enim quæso Te, curvæ particulam *ds* *negativam volvit? quia nempe, descendente corpore, spacium per quod labendo, ad motus sui finem properat, decrescit. Sed quid hoc monstri est? qua necessitate in *Geometriam* inducitur? quo plus spacii à corpore conficitur; eò plus, illud minui: An convenienter naturæ rei agere Tibi videtur ille, qui non arcum EG, * quem missile, ex E emissum continenter percurrit; sed IG qui percurrendus restat, in subducendo calculo spectet? Fortasse pondera, si insita illa, atque innata appetitione, quam ipsis non nulli *Philosophorum* tribuunt; medium mundi locum, qui est idem infimus in rotundo, velut propriam sedem, & naturale domicilium, quò cum pervenerint, nulla ampliùs impulsione, nulla agitatione urgeantur, sed placida, & sempiter-

*pag. 334. vers. 28.

*figura 3.

ter-

Digitized by Google

terna fruantur quiete, expeterent; hoc eft, verbo; fi *Noftalgiç* morbo laborarent; unum fpacium conficiendum fpectarent; unum, cujus intervallo ab optato bono, toto curfus fui tempore difiuncta funt, cogitatione metirentur: fed quæ caufa impulerit *Profefforem*, ut tranfacto itinere omiffo, de percurrendo folùm cogitaret, non equidem video; cum præfertim *Newtonius*, cujus acutus explanator, & acerrimus propugnator audire geftit, rem longè fecus confecerit: fed quid, *Profeffor* ipfe,* demonftraturus, velocitatum, temporum, ac fpaciorum leges, quas corpora, recta ad centrum tendentia fervant; non iter percurrendum, fed percurfum, ponendo particulam (dx) fpacii AC (x)* pofitivam fpectat? Quę eft ifta varietas, quæ diffimilitudo? Oftende mihi, amabo Te *Vir Doctiffime*, quid fit caufæ; cur, ponderum recta via, ad virium *centralium* locum contendentium, confecti itineris; eorum verò, quæ eòdem flexis tramitibus pergunt, conficiendi tantùm ratio haberi oporteat. Sed næ ego ftultus, qui rei non obfcuræ, & latentis, fed quæ omnibus patet, & æque prompta eft mihi, & aliis, caufam ex Te fcifcitor, & percuntor. Formulas meas, cum *Vir Optimus*, fua ratione, modoque ad calculos revocaret, videretque, eas, non *æquationem* vulgatam, & communem, quam *Tom. III.* attuleram, fed illam alteram, ab ea longè difcrepantem, quam ipfe* elicit, reddere: periclitando, experiendo, & (ut dicunt) tentando; ita rem omnibus modis verfavit, ut tandem invenerit, omnia profperè procedere, fi curvæ particula ds, figno negativo affecta affumatur. Ab hoc documento inftructus, ad fuperiorem ejufdem *problematis folutionem* fuam regreditur; illiufque demonftrationem, non nulla in re conformans, & non leviter emendans; novam formam, novamque faciem, novis literis ipfi conciliat, eamque fic inftituit; ut ope particulæ ds negativæ pofitæ, unà cum aliis *terminis*, hunc quoque negativum $-gH: AG$ in *æquatione* $DV: V = -gH: AG \mp V.n - 2.DPp$ obtineat; ficque tandem, formulam, quæ velit, nolitue, cum omnibus aliis confentiat, conveniatque; atque vitia, & incommoda, quæ in mea *folutione* fe reperiffe putabat non habeat; conflat, & componit. Rem fic fe habere; illumque, negotium hoc, non meditatione, fed experimento perfeciffe, ar-

pag. 324. feq.

fig. 1. Dietii.

pag. 347. verf. 10.

 gu-

gumento ſit; quòd, cum nihil facilius ſit, ſuæ ratiocinationis ordinem ſequendo, quàm cum *Newtonio* congruere; ille tamen, rem omnem pervertendo; ut ſecum conveniat; non modò ab eo, ſed ab omnibus aliis *Geometris* vehementer diſcrepat: Quotus enim quiſque illorum eſt; qui de corporum per curvarum ambitus, motibus agens, in eorum aſcenſu juxta, atque deſcenſu, confectum, & percurſum arcum non ſpectet? Inſpice, quot quot habemus, virium *centralium*, ſive in pleno, ſive in inani formulas; illarumque demonſtrationes, & *analyſes* curiosè perſequere, naturamque, ſtudiosè intuere; atque ſi rem ſecus eſſe compereris, fidem omnem poſthac meis dictis deroga: *Newtonius* certè, de cujus inventis præcipuè hic agitur, & alibi & *propoſ.* 15. *lib.* 2., ubi *problematis* hujus *analyſim*, accuratè, & copiosè explicat, miſſiliumque deſcenſum meditatur; arcus differentiam *ds* poſitivam ponit, hoc eſt, ſpacii percurſi, non percurrendi rationem habet: cur igitur *Noſter* contrarium, atque diverſum tenet inſtitutum? Cogita, quàm maximè potes *Vir Cl.*, probabiliorem profectò, atque magis hujus diſſimilitudinis perſpicuam cauſam, allata non invenies.

Sed ut machinas omnes, quas adhibuit *Profeſſor*, ut ſuas, formulas eò perduceret, & impelleret, ut cum communibus tandem congruerent, explicem, atque eas in oculis, conſpectuque omnium exponam. Quis mihi oſtenderit cauſam, quamobrem ille, præter ſuam priſtinam, & vulgarem recentiorum omnium conſuetudinem; non *x*, & *y*, cum ſuis *differentiis*, ſed alias notas, ab omni harum admiſtione liberatas, & puras, in exequenda hac nova *analyſi* uſurpaverit? An cenſes, commodum hoc, caſu, & fortuitò; vel majoris adipiſcendi commodi cauſa, prætcriiſſe? longè fallitur opinione; ſi quis de hoc novo *Viri* artificio, tam commodè ſentit, & honeſtè judicat: Inſolitam hanc *æquationum* formam, non recondita aliqua, & excellens, ad calculos res iſtas revocandi ars docuit; ſed neceſſitas ſubminiſtravit; cum enim facilè intellexerit, cauſam eam, quam ſumendi *ds* negativi habuit; eandem, & *dy* talem ſumere, ſe cogere; rurſusque experiendo compererit; eadem artis perfectione, & calculi ele-

elegantia; ad *problematis solutionem*, *differentialium* usu incedendo; *æquationem* longissimè ab ea, quam natura quæsiti postulat distantem manare; secus verò contingere; si præpostera, & perversa calculum conficiendi ratione, lineas ipsas, quas cæteroquin, *indeterminatarum*, earumque *differentialium* notis, ipse cum *Leibnizio*, cæterisque omnibus exprimere solebat, usurparet; de suo modo veteri, & genere literarum usitato parum; de adumbrata verò suarum formularum, cum communibus similitudine valde solicitus; pro *frdx : ds*; P M. PR, & pro *ydx: ds*, ejusque *differentiali*; AG, cum gH adhibuit; sicque, sibi insoliti calculi specie, incongruam suam agendi rationem callidè texit, & astutè velavit. Sed ne verbis solùm attingamus ea, quæ volumus ostendere; &, ut hoc quoque exquisita ratione, & accurata demonstratione comprobemus; *æquationem du: u* — gH: AG = *u. n* — 2. D *ds*, quam * affert sumamus; suffectoque in locum AG, & — gH; *ydx:ds*, cum suo *differentiali*, ponendo, cum particulam *ds*, tum *dy* negativam; quandoquidem, curvæ *ordinata* quoque cum arcu illius decrescat, ejus vestigia persequamur; quæ; facto *u.n*—2. D *ds* = *dz: z* nos tandem ducent ad *æquationem* hanc, *uu* = *yy ds*.2.: *qdx*; in qua *q* = *m* ∫ *yds: dx. m*. D *ds* .2:*m*., cumque, *uu* = *frdx*: — *ds*, fiet *f* = — *yyds* .3.: *qrdx*.3., quæ cum sit prorsus dissimilis illarum, quas elici, ex suis *analiticis* notis fidenter prædicabat *Professor*, * mirabiliter inane illius artificium detegit, & quàm ineptè, particulam *ds*, præter aliorum *Geometrarum* morem, negativam assumpserit, apertissimè ostendit.

pag. 337. *vers.* 2.

pag. 348. *vers.* 3. *seq.*

Sed quando fuerit dicendi modus, si omnes istius ineptias, accuratè persequi, & diligenter excutere voluero? An faciam, ut pluribus ostendam, quàm inconstanter, & leviter se gerat; approbata * *Bernulli solutione*; meam, quam cum ea convenire affirmaveram, * nec ipse ab ea discrepare demõstrat, tam audacter reiiciendo? quàm insulsè, & ineptè, demonstrata, ex præcepto meo * prioris suæ cum mea formula, mirifica convenientia, & præclaro consensu; hanc falsam esse, tam inconsideranter * pronunciarit, cum tamen illam, cum posterio-

pag. 350. *vers.* 10.
pagin. 50. *ver.* 10. *seq.*
Examin. pagina 72.
Exam. ve. 14.
pag. 345. *se*[illegible].

 re

pag. 340. vers. 13. re sua, vehementer congruere * affirmaverit? hominis profectò hoc esset, parùm sani, & intemperanter abutentis ocio, & literis. Quare, ut extremum aliquod habeat epistola, & ut ego ante scribendi finem faciam, quàm Tu attentè legendi; proximam, de hac ipsa lucubratione mea, censuram suam ad calculi precepta perpendẽdo, modum statuam; quanquam enim, documento meo * admonitus, mentem facilè mutaverit; atque beneficii, & gratiæ causa * mihi dederit: eam ipsam formulam, quam ante damnaverat, esse bonam, atque perfectam; severiori tamen, & acriori examine usus, eam hoc loco iterum reprobat; atque de pristina illa liberali sententia, velut ab inani, ac levi, rei negligenter, & sine debita attentione expensæ, specie, orta * decedens; eam denuo reiicit, & ut falsam, neque cum aliis congruentem, verbosè notat, & acerrimè reprehendit. Posteaquam igitur *Professor* * ostendit: formulam suam, missili *spiralem logarithmicam* percurrente, mirificè cum *Newtoniana* convenire; insequentique numero * dixit; meam, à sua longissimè abesse; cum ex ea vim *Centralem* prorsus ab illa, quam quæsiti ratio postulat abhorrentem, [quo calculi genere, Deus aliquis viderit] eliciat; hac singulari ratione, minimè contentus, ad universalius argumenti genus venit; atque primam ex meis formulis, quas *Tom. Diarii III.* vulgaveram assumens, eam sic * disponit, & digerit: $df:f = 2dyds: rdx + dds: ds - dr:r - ddx:dx - 2zds$; suffectoque pro r, in primo alterius *æquationis* membri *termino*; $ydyds.2.: dxdyds + ydsddx - ydxdds$; *æquationem* in hanc aliam vertit: $df:f = 2dy:y + ddx:dx - dds:ds - dr:r - dq:q$, (facto $2zds = dq:q$,) atque singulorum *terminorum* summam conficiendo, seu (ut dicunt) *integrando*, facit, $lf = 2ly + ldx - lds - lr - lq$; ex qua, abjectis *logarithmis*, hanc tandem ducit; $f = yydx: qrds$: hinc absoluto hoc insigni, atque perspicuo, *æquationum* apparatu; me tandem * rogat: (*critici* nomine appellor, qui tam patienter, & piè, omnia explanatoris officia, & munera, semper erga eum servavi) utrum, postrema hæc virium *centralium* formula, eadem sit atque illa, quam hac *æquatione* $f = ds.3.: ryydx.3.$ peculiari ratione inveni, & in eo, quod supra demonstravimus *Diarii Italici* cor-

Margin notes: pagin. 48. Ex imm. pagin. 55 ibid. vers. 10. — pag. 349. vers. 17. — pag. 344. n. 15. — pag. 345. vers. 15. — pag. 346. vers. 23. — pag. 347. vers. 15.

corpore expofui:Harum verò diffimilitudo, & varietas;cū non lateat, neque abdita fit; fed ante omnium oculos verfetur; quis jure negaverit: me inaniter prorfus, & leviter fcripfiffe: has meas formulas eafdem vires *centrales*, quas alii quoque invenerunt, exhibere? cum hæc *yydx:rds*, à nemine hactenus fit reperta, quia eft falfa.

Paucis habes *Vir Cl.* argumentū illud evidens, atque firmiffimum, quo pollicitus eft *Profeſſor*;* fe oftenfurum, formulam meam, quinque membris compofitam; falfam effe; neque aliorū formu lis, ut jactaveram refpondere: Hujus maximo pondere, & momento permotus, iterum in lucem prodit; atque velut levem ratiocinationis fpeciem, fuperius illud, quo, jam reprobatam lucubrationem eandem approbaverat, reiiciens; hac recenti, & validiori meditatione inftructus, denuo illius plenam everfionem molitur. Nos verò, antequam longiùs progrediamur, eumque ad novam *palinodiam* canendam cogamus; operæ pretium effe ducimus, hoc cum fuperiori argumento conferre; atque quibus tandem principiis utrumque nitatur pleniùs exponere; ut hoc pacto, quivis facilè intelligat; quæ nova, & gravior caufa, *Profefforem*, ad priftinum de illa formula mea judicium fuum de integro mutandum, atque iterum in publicum prodeundum impulerit. Sed quid opus eft multis? ftatim vides, eodem nunc argumento eam damnare, quo illam *reiicerat; quia nempe, iterum reperit, eam cum fua non congruere. At, non ne, ipfum* docui; qui poffet ad fuam, illam revocare? An non, ipfe, ex præcepto meo calculum inftituens, rem fic fe habere * cognovit, atque priftinam fententiam fuam præcipitem * mutavit? Cur ergo nunc, tanti facit hoc idem argumentum; ut præ illo, levem tantum veritatis fpeciem, & umbram, repertum egregium illarum formularum confenfum ducat? At, varia eft hæc, & diverfa difcrepandi ratio; nec ad hanc vim habet, & valet, fuperius eam componendi præceptum. Efto; nova fit hæc difcrepantiæ caufa; novum poftulet præcepti genus ipfi ignotum; num igitur pro fumma, & inextricabili difficultate, habenda illico fuit; & exiftimandum; ab illa penitus everti, quæ priftina comparatione, tam egregiè ftabiliri, atque confirmari cognoverat? An adeo dubitat

pag. 346. *n.* 17.

pagin. 35. *verf.* 27.
Examin. pagin. 48. *verf. ultim.*
ibid.
pagin. 72. *verf.* 13. *feq. cit.*
pagin. 55. *verf.* 10.
ibid.

de

de superioris suæ formulæ præstantia; ut meam, quam cum ipsa planè convenire demonstraverat; nunc eo solo nomine explodat, & damnet, quia ab hac nova, & recenti differre compererit? Cur, secum ipse disceptans, sic tandem non conclusit? Si repudianda hæc formula, quia cum ista non congruit; approbanda, quia cum superiori consentit: hoc saltem modo, didicisset huic argumento diffidere; atque tam ineptæ, atque insulsæ censuræ, se sine dubio abstinuisset. Sed suscepta inconsideratè id genus munera, salutaribus consiliis locum relinquere, frustra speraveris; si quis enim semel illis se irretierit; vel si sanus esse ceperit; se ab eis explicare, & salvus esse non potest. Recens ergo iste, & magnus *Professoris* in eandem *solutionem* meam conatus, eodem nititur fundamento, quo nitebatur superior; eadem igitur facilitate, quinimo, & majori, nos eum frangemus; cum, non propugnando, neque inventa nostra defendendo; sed hujus præclarissimæ *Geometriæ* principia eum docendo, rem totam peragere debeamus. Sed an committam, ut illi ipsi insanire videar; tam constanter, & patienter præceptoris munus obeundo, ac sustinendo? Nihil profectò ineptiùs, ac insaniùs, quàm erudire repugnantem, & documenta in maledicti, & contumeliæ loco ponentem docere, fieri potest; sed ut, vel invitus, & ingratus habeat; quo facilè hujus rei cognitionem capere possit; eum ad primas *infinitè parvorum*, (titulus est noti, hujus scientię fundamenta tradentis libri) *paginas* ducamus; ut ibi illud discat, de quo profectò fieri non potest, ut *Celeb. Jacob. Bernullius*, quondam Præceptor suus, luculenter initio scriptorum suorum agere omiserit: *eas quantitates* nempe, *quarum differentia, signo notantur affirmativo, crescere; ut ea decrescunt, quæ negativa nota, differentiam affectam habent*. Si hoc vulgato, & facili principio instructus, iterum ad formulam meam ad calculos revocandam accesserit; næ ille, firmissimi hujus argumenti vim riserit; & mentis suæ imbecillitatem deploraverit: qui enim intelligere non poterit, HG (dy) * quæ in primo alterius membri *æquationis* meæ $df.f = 2dyds$, &c. *termino*, positiva reperitur; non lineæ CG, corpore per arcum EGg descendente continenter decrescentis; sed alterius Fg, ad axem

fig. 3.

cir-

circularem EfF *ordinata*, una cum arcubus EG, & EF perpetuò crescentis, differentiam designare? ac proinde, curvam EGI; non ad centrum C, sed ad axem EF, in subducendo calculo referri debere? Hanc agendi rationem usurpando, (quam secutum esse quoque *Cl. Newtonium*, rem penitius introspiciendo facilè comperiemus) cum, posito radio circuli EfF $= c$ & Fg $= y$, sit Cg $= c - y$, erit ejus differentia $= -dy$, quare loco radii circuli, quem *osculatorem* vocant; non ut ipse assumebat $ydyds.2.:\overline{dxdyds + ydsddx - ydxdds}$, sed $\overline{ydyds.2. - cdyds.2.}:$ $\overline{- dxdyds + cdsddx - ydsddx - cdxdds + ydxdds}$ prodibit;

quare habebimus $rdx = \overline{ydydx\, ds.2. - cdydxds.2.}: - \overline{dydxds} +$ $\overline{cdsddx - ydsddx - cdxdds + ydxdds}$, qui in termiuo $2dyds:$ rdx suffectus, reddet $2dyds: rdx = - \overline{2dxdy.2.ds.2.} + \overline{2cds.2.}$ $\overline{dyddx - 2ydyds.2.ddx - 2cdydx\, dsdds + 2ydydxdsdds}:\overline{ydydxds.2.}$ $\overline{- cdydxds.2.}$, sive $2dyds: rdx = - 2dy: \overline{y - c} - 2ddx: dx +$ $2dds:ds$; hinc *æquatio* proposita* in hanc mutabitur $df:f = -2dy:$ $\overline{y - c} + 3dds:ds - 3ddx: dx - dr: r - dq: q$; sive variatis in primo secundi membri *termino*, superiùs, atque inferiùs signis, $df:f = 2dy: \overline{c - y} + 3dds:ds - 3ddx: dx - dr:r - dq:q$, quæ *integrata*, atque abiectis *logarithmis*; nihil impediēte firmissima, atque evidentissima *Professoris* ratiocinatione, hoc est ejus vitioso calculo; dat $f = ds.3.: qr\, \overline{c - y}.\, 2.\, dx.\, 3.$, in qua si $q = 1.$, ut inani; sit $f = ds.3.: r\, \overline{c - y}.2.\, dx.3.$, quæ ut eadem est, atque illa, quam cum omnibus aliis, peculiari ratione, & via inveni *Tom. Diarii III.*, ita omni jure, eo loco scripsi: formulas meas, ea sdē reddere *æquationes*, quas pro viribus *centralibus* in inani omnes hactenus reperiere; quod fortasse, nunc fatebitur quoque docilior factus *Professor*, qui tandem discet, & intelliget, quam

* *pagina* 38. *vers.* 23.

pag. 349. *verſ.* 10. quam temerè, & audacter efutierit * eas, quas pro viribus *parallelis*, & *perpendicularibus* axi, vulgavi; quanquam cum aliis casu conspirent, ex falsis principiis vitiosè à me duci: qua in re vides *hominis* audaciam, & levitatem; qui ex sola calculi discrepantia, quæ ex tot levibus causis sine *solutionis* vitio manare potest; tam facilè de totius ratiocinationis sibi obscuræ pravitate, ex sede sententiam tulit.

Atque, hæc tandem sunt argumenta; hæ sunt rationes, quarum vi, & momento, meditationem hanc meam, planè confecisse; controversiam omnem diremisse; atque de his rebus finem inter nos scribendi se fecisse; & ipse existimabat; & Patavii; Venetiis; in circulis; conciliis; conviviis; conventiculis; amicorum, familiariumque congressionibus omnibus, tota Urbe; & per literas, toto pęne dixerim Orbe, prędicabat, pervulgabat *Professor*. O delirationem incredibilem; o admirabilem levitatem. Sed *Viri* imbecillitati ignoscerem, & tam horribili cęcitati veniam darem; ut enim homines sumus, usu ferè venire solet; ut quæ præstare acerrimè cupimus, ea nos facilè præstitisse credamus; quare novum nemini accidere debet; *Virum*, vincendi, atque superiorem ab hac contentione discedendi, desiderio abreptum, & cupiditate occæcatum; non modò a sublimioribus præceptis, sed à vulgaribus hujus artis principiis deceptum; nugas pro demonstrationibus, ac puerilia calculi vitia, pro firmissimis argumentis sumpsisse; atque in extremo rerum suarum exitio, inaniter victoriam conclamasse. Illud verò non tulerim; illum eò perturbationis animi devenisse, ut posthabito omni, ingenui, & liberaliter educati hominis officio; cum neque quid in meis lucubrationibus jure carperet, & notaret invenerit; neque alia ratione modoque, suas propugnare & defendere potuerit; commenta sua, pro meis dictis oppugnando, hominem fœneum, quem peteret, in medium projecerit; quodque iniquius est, omnemque ferè superat captum; me apud doctissimos Viros, falsis criminibus in invidiam vocare voluerit. Quo enim (quæso Te) loco, quisquam omnium mortalium invenerit; me, vel *æquationem* $fdt = du$, posita velocitate *constanti*, elici posse scripsisse; vel *Cl. Bernullii solutionem problematis* virium *centralium* in pleno, vitii insimulasse, ut no-

noster *efutit? Nam, ne de illa ampliùs verba inutiliter faciam; cum supra, semel, atque iterum ostenderim; me, non $fdt = du$, sed $udt = ds$ ex illa *hypothesi* tãtum duci docuisse; An quod dico * *Basilea*, nos de *solutionibus* nostris, quòd a *Newtoniana* leviter discreparent, usque adeo dubitasse; ut occultum, & obscurum aliquod vitium in illis inesse crediderimus; *Bernulliana* vituperationem, meæque laudationem, & præconium continet; an potiùs *Viri doctissimi* diligentem cautionem, & accuratam circunspectionem, cujus inopia, se lapsum esse, *Professorem* toties fateri coegimus, ostendit? Quod cum ita profectò sit; cur igitur iste; omnes humanitatis, & naturæ leges, quæ verba, vel apertè in aliquem contumeliosa, in mitiorem partem interpretanda esse jubent, convellendo; sententiam hanc meam, *Cl. Viro* honorificam, mihique decoram; ita in contrariam rapit; ut non exiguam laudem, neque obscuram commendationem; criminationem, atque vituperationem esse prædicet? Sed quid, ad aliena injustè evertenda, calumnias, & accusationes falsas non usurpet ille; qui, cum quò se verteret, ad suorum defensionem nesciret; demonstrationes, & certissima argumenta; calumnias, & accusationes falsas * vocavit? Sed, vidisti ne *Virum*, modestiorem, & probiorem indecentiùs? Post hæc *testatur, se nihil his de mea gloria detractum velle; idque solum se optare, ut humiliùs de meis, honestiùs verò de aliorum lucubrationibus sentiam; atque pro sua de meo ingenio opinione, se id, a me etiam, atque etiam petere; ut novum *problema*, a se in medio propositum, meaque meditatione fortè non indignum aggrediar. Sed unde hæc illi nunc tanta modestia; tanta comitas; tanta, atque tam præclara, de illo, quem prima hujusce scientiæ rudimenta ignorare toties supra demonstravit, existimatio? Facilè intelligis *Viri* artem; Absurdæ rationis mecum agendi suæ, conscientia infirmatus; bonis verbis me corrumpere; atque laudatione segniorem ad respondendum reddere studet: Et quanquam hoc artificii genus, ad animos potiùs irritandos, atque lacessendos, quàm sedandos sit aptum; castigationemque magis, quàm miserationem mereat, postuletque; quia tamen cum homine, & natura ad omnem facilitatem proclivi; & educatione ad omnem lenitatem informato, ipsi nunc

pag. 351. 358. *vers.* 25. & 13.

pagin. 50. *vers.* 4. *seq.* *Examin.*

pag. 350. *vers.* 27.

pag. 358. *vers.* 19.

nunc fortunatè res eſt; quod maximè optavit, ſperavit certè, meruitque minimè, facilè ut vides eſt conſecutus; & ſi enim interdum, utilitatis magis, & commodi ſui, quàm animadverſionis; ac pęnæ ab eo repetendæ cauſa, aſperiùs quàm mei patiantur mores ſcripſi; vehementer me agiſſe fateor, iracundè nego. Neque enim nunc primùm, ut de rebus literariis diſceptarem contingit; ſed ſæpe cum *doctiſſimis Viris* coram; tum aliquando quoque per literas, fauſtè ſe mihi diſputandi facultas obtulit: Atque, non ità pridem, cum *ingenioſiſſimus Vir Helvetius*, *Academiæ Inquietorum* ſocius, luculenter, & ſubtiliter de *Noſtalgiæ* morbo, Provincialibus ſuis ſingulari egiſſet; cogitataque ſua cum *Academia* communicaſſet; hæcque mihi perhonorificè mandaſſet; ut quædam ſcripta ederem, atque apud *doctiſſimum Virum* exponerem, quæ ſcrupulum aliquem iniicere, ac meditationem cæteroquin firmiſſimam; ſin minùs convellere, at commovere poſſe, ex tempore oſtenderam; ita, cum homine, ingenio, prudentiaque acutiſſimo, & ad argumentorum vires, non minùs æſtimandas, momentoque ſuo ponderandas, quàm acutiſſimis rationibus, & reſponſionibus aptis, extenuandas, & facilè diluendas peritiſſimo; unis, & alteris literis negocium hoccè peregi; ut, ſi nulla alia re, *Vir* indoctus, & artium penitus rudis, eximio *Philoſopho*, & *Medico* ſummo; modeſtia certè, & orationis Urbanitate parem, ex illa diſceptatione me diſceſiſſe; quæ ſua poſtea ſemper fuit erga me mirabilis, atque ſemel, & iterum illuſtribus teſtata argumentis benevolentia, facilè mihi perſuadeam. Cum iſto ſolùm, qui ineptè ſibi perſuaſit: *Profeſſoris* dignitatem à ſe poſtulare, ut potiùs quodcunque in ſolum venit (ut dicitur) loqueretur; & vel manifeſta peccata, majoribus, & gravioribus tueri contenderet, quàm id neſcire, quod neſcit ingenuè fateretur; ingenii mei lenitatem,& naturæ,morumque comitatem, ferè oblivisci; maximo cum animi dolore ſum coactus. Ad *problema* illud, quod attinet, ad cujus *ſolutionem*, me tam benignè invitat, & honorificè allicit; ne actum iterum agam, ad poſtrema *Examinis* noſtri Capita eum reiicio; ubi non modò quatuor diverſas formulas; non ex occulto aliquo demonſtrationis genere quæſitas, ſed de medio, & ex re-

bus

bus ad superiorem *solutionem* meam generalem usurpatis sumptas, videbit: verùm etiam, quæ ipsæ in re tractanda, errata commiserit, & patefacta, & emendata, atque correcta perspiciet; ex quibus facilè animadvertet; neque ejus expeditionem difficilem, & obscuram, esse posse illi, qui rem universaliter ad exitum perducere, & planè absolvere norit; neque se, qua jactat felicitate, ad proprii, novique quæsiti *solutionem* pervenire potuisse. Cæterum, ut hìc quoque habeat *Professor* egregium amoris mei, vel in eos, qui eventu infelici res istas pertractant argumentum; illi magnopere sum auctor; ut priusquam opusculum illud suum, quod initio disputationis hujus pollicetur, in publicum emittat; non modò quamplurimorum de illo sententiam exquirat; sed in alicujus peritissimi *Viri* disciplinam se tradat; neque unquam, tam turpe, elementarium, atque, vel manum ferulæ subducentem *Professorem* ducat, quin turpius, munus suum imperitè obeuntem existimet: ut enim, si absurdè vocem moduletur is, qui se musicum haberi velit; hoc turpior sit; quòd in eo peccet, cujus profitetur artem; sic *Professor Geometra*, in *Geometriæ* præceptis peccans, hoc turpior est; quòd in scientia cujus magister esse vult labitur; artem que ritè demonstrandi professus, in demonstrationibus delinquit.

Habes *Vir Cl.* benè longam Epistolam; quam nolim putes, me diutius quàm uterque nostrum vellet; vel suscepti muneris oblivione, vel rei dificultate *Tibi*, & *Eruditis* omnibus debuisse: alterum enim, & officii ratio, & natura mea; alterum verò, argumentorum, & rationum, quæ hìc expenduntur levitas, suspicari vetat. Quæ causæ ab divulgando *Animadversionum Geometricarum Examine*, jam ab hinc annis duobus, absoluto, ac perfecto, & undique a doctissimis *Viris*, cōvicio prope eflagitato, retardarunt; eædem, quò secius literas has ad Te datas in apertum referrem, hactenus impedimento fuerunt. Sexcenties ut nosti, a domesticis negociis, ac familiaribus tricis interpellatus, atque ad Patriam non minùs contra voluntatem, quàm præter opinionem redire coactus; cum emendationis molesto, & laborioso munere, amicos harum rerum peritissimos præficere, æquum prorsus non esset; rursusque, cum me

me absente, vel imperitorum inscitia, aut operarum incuria, scripta mea, mendis, & sordibus inquinari, & planè corrumpi nollem; optimum esse, rem paulo longiùs producere, quàm perperam exequi, duxi. Quod consilium, & à Te, tuique similibus laudatum iri; & ejus significatione, me Tibi causam meam probasse spero; cupio quidem certè. Vale, & me ama.

Bononiæ octo Idus Aprilis M.DCC.XV.

P. S. Pridie Idus Maii, qua die, epistolam hanc prælo subiiciendam curavi; allatæ sunt mihi recentes a Te literæ, curæ, & angoris, mea causa, ex *Vol. XX. Diarii Italici* lectione susceptì, plenissimæ. Ego benevolentiam istam erga me tuam, amo, amore prorsus singulari; sed qui nunquam amicos meos, vel jure, ex me solecitudine affici sum passus; quomodo possum Te nunc, inaniter, & sine causa laborantem æquo animo ferre? Quæso Te *Vir Cl.*, quid Tibi venit in mentem suspicari; iis, quæ initio *articul.* 13., & 7., postremi, & à postremo proximi *Diarii Italici Volumin.* leguntur, me designari? Ego quidem, ea de me dici, nec agnosco; neque si agnoscam, verecundè, & prudenter fecero. An salvo pudore, & integra mente, possum; vel ita de me sentire, ut ea, quæ *Illustrem*, & *magni Nominis Virum* denotant, in me convenire existimem; aut rem istam in eam partem accipere; ut ab hominibus diu, multumque in *Eruditorum Diariis* volutatis; illius, ea in re, me adversarium haberi, vocarique putem; contra quam, me disputasse, aut aliquid attulisse, neque in *Diariis* illis, neque uspiam reperient? nisi fortè (quod non facilè crediderim,) me adversus eius *solutionem problematis inversi* virium *centralium* in inani, scripsisse existiment: vel, quòd in *Diarii Tom. III.*, alteram generalem, cujus unam tantùm rationem sua complectitur ediderim; aliudque *problema* de viribus iisdem in pleno quærendis in publico proposuerim; aut in VI, suam quæsiti hujusce novi *solutionem*, vitiosam esse demonstraverim, meamque ab inani censura sua vindicaverim. Quare, mea quidem sententia, nihil est, cur tantopere Te pungat; quod alii, *Diarii Voluminis* postremi *articul.* 13. scribant, sibi ea non probari, quæ contra meditationem illam, de qua *articul. Tom. XIX*, 7. agitur, neque ego certè, neque ullus (quod noverim) *Cisalpino-*

rum

Digitized by Google

rum, emisit. Verùm, ubi Tu, cujus judicio repugnare libenter non soleo, aliter sentis; neque ego de horum scriptorum mente, ea præcipuè in re, in qua aliquid loci ambiguę sententiæ esse potest, præstare non possum; fac, ita (si vis) esse; pone, illius verba eò spectare, ut mea qualia ea cunque sint improbent, & condamnent; num judicium hujusmodi, sine ulla demonstratione, sine ratione pronunciatum, tanto Te timore percellit? An nescis, ea nunc in scientia nos versari, in qua, nemo, præter demonstrationem; posita sella jus dicit, & sententiam fert? Ego cum de ea, quā *Cl. Geometræ* habeo opinione, plus dixero quàm possum, minus, dixero, quàm sentiā; sed si dixerim, me in his rebus, ejus auctoritatē tanti facere, ut eam, demonstrationibus, & firmissimis argumentis anteponā, illi ipsi insanire, atq; delirare profectò, videar. Quo circa, mihi facilè persuadeo; *Virum doctissimū* non modò, non vitio mihi, verum etiam laudi daturum; si dum res; hoc est *Geometricas*, & constantes rationes, pro verbis afferat, expectans; illius quidem auctoritatem tanti, quanti debeo æstimo; in pristina verò sentētia mea permaneo. Sed ego fortè injuria, ad Celeberrimum *Virum* sermonem converto: Quanquam enim, & ratio suadeat; & ego re ipsa sępè doctus, maximè omnium coniicere possum; ea, quæ nunc ad censuram suam confirmandam, atque firmiùs stabiliendam per alium eduntur; non modò sine ejus consensu, sed sine ejus aliqua, eaque præcipua opera, in lucem non prodiisse; vix tamen credibile est; *Virum*, id ætatis; tanta prudentia; tanto rerum usu, atque exercitatione prædıtum; nulla necessitate coactum; a nemine, quod mecum ea in re sentiret accusatum; reprobationem illam, neque ad causam suam agendam spectantem; neque ulla demonstratione firmatam, (quibus tantum nominibus, & necessaria, & utilis esse, ac vel mihi placere poterat) exire, & in vulgus emanare voluisse. Juvenilis profectò libidinis hæc sunt; illiusque, qui disputationem illam literis exponendo; gravissimo quoque suffragio suo, judicio illi pondus, atque momentum afferre; controversiamque istam, arbiter, nec vocatus, nec idoneus, judicare voluit. Quæ cum ita certè sint; atquè ego, cum propter ejus ingenium, tum verò præcipuè, quia eum nihil inconsulto Patruo tanto Viro scribere, &

evul-

evulgare compertum habeo, sententiam suam maximi faciam; neque ullam aliam ob causam, nisi ut instruar, atque mihi (à quocunque tandem id fiat) insitæ opiniones evellantur, mea in medium proferam; ut eam quam habet in scenam prodeundi, cupiditatem, atque sitim expleam; neque ulla possit in posterum subesse suspicio, eum linguæ Italicæ ignoratione, aliqua præter sententiam suam, vel improbare, vel edere; quæ in superioribus disputationibus meis (id tunc re postulante) lingua nostra exposui; nunc breviter, latinis, ut potero verbis complectar.

Tom. igitur *Diarii III.*, posteaquam unà cum peculiari *problematis* virium *centralium directi solutione* (de qua quid nunc sentiam, ingenuè, & sincerè hic * aperui) alteram, earundem *inversi*, tribus modis, illarum *æquationem differentialem integrando*, primus, literis mandavi; de hujus singulari illa ratione, quando $f = 1 : xx$ ponitur, verba faciens, atque ejus *æquationem*, exponens, addidi: illam ad *sectiones conicas* pertinere, rem esse faciliorem, quàm ut pluribus eam domonstrare oporteret. Deinde, cum argumentum hoc, non dum planè pertractatum esse intelligerem; vires *centrales* in pleno quærendas, & *Geometris* proposui; & earum aliquot formulas, cum particulares, tum magis universales, ad aliorum studia incitanda publicavi: Cumque *Professor*, qui antea, *solutionem* Universalem *problematis* virium *centralium* in inani, rem existimaverat, ad quam nemo pervenire posset; altera disputatione, mentem suam perversis interpretationibus defendendo; atque non modò utrumque horum problematum, virium scilicet *centralium inversum* in inani, & *directum* in pleno dissoluendo; sed & meam huius *solutionem* reprobando; causam, iterum in publicum prodeundi mihi dederit; *Tom.* ejusdem *Diarii VI. solutiones* hujus generis *problematum* generales, eas esse, quæ omnes eorum rationes, tam *Mechanicas* (ut dicunt), quàm *Algebraicas* complectuntur, (quod video nunc, ipsum hunc * sentire,) cum Virorum doctissimorum auctoritate; tum ratione ostendendo, interpretationum suarum infirmitatem, multis aperui. Atque, qui facilè *æquationem* hanc (quod in superiori disputatio-

* *Pag. 19. seq.*

* *Pag. 338. Tom. XX.*

Digitized by Google

tatione dixeram) $dy = dx: nxx - 1 + 2bx .1: 2.$; *sectionum* esse *conicarum*, contra ejus opinionem, vel ex modo, ad hoc, ab ipso, * & nunc vel ab illo, qui in eum scripta non approbat * usurpato, (cui, sine vitio locum ibi esse posse; *constantium*, quæ in illis *aquationibus* sunt, ordo, & dispositio ostendit) intelligi posset; eamque non solùm *Parabolæ*, *Elypsis*, ac *Hyperbolæ*; sed & *Circuli*, atque (quod nemo hactenus observaverat) *Trianguli aquationem* exhibere demonstravi; ac patefacto ejus immani *paralogismo* (quem, & Cap. XX. *Examin.* luculentissimè ostendi, & hic * breviter perstrinxi, atque attigi) qui illum, casu ad justam formulam, pro *solutione problematis* virium *centralium* in pleno duxerat; eum docendo, qui illam in meam posset nullo negotio commutare; quàm præcipitanter se gesserit; hanc, specie tenus à sua discrepantem condemnando, planum feci; & ita ab inani notatione sua critica, lucubrationem illam meam vindicavi. Hæc tantùm sunt ea, quæ in disputationibus meis superioribus reperiuntur impressa; neque enim crediderim, quod dico: * *constructionem sectionum conicarum*, cum ad *focum* referuntur, *Algebraicè* expediri non posse (ubi, me loqui de ea, quatenus in *Newtoniana*, curvas ad axem circularem referente, ut ratio singularis, in universali continetur, ex contextu meo * manifeste apparet) cuiquam scrupulum iniicere, atque in eam partem accipi posse; ut, quod ope rectæ tangentis, in *aquatione* illa ad communem revocanda præstiti*, præstari posse, ibi ineptissimè negem. Ex iis, quæ sint ea, quæ ipsi non probantur, & qua ratione (quod caput est,) ipsi non probantur, si addiderit *Noster*; judiciumque superius, firmissimis demonstrationibus confirmaverit; & me facilem ad sententiam mutandam habebit; & ingenii sui præstantiam, neque vulgarem harum rerum scientiam, insigni hoc argumento, in omnium conspectu posuerit: Et si enim non desunt, qui recenti experimento, (de quo fusè Cap. XXVII. * & hic * strictim egimus) admoniti, de eorum, qui nondum à præceptoris latere discesserunt, in scientiis facultate, judicare tutum non esse existimant; ego tamen, qui, ea, quæ Viro ingenioso honorem, & commodum afferre debent,

pag. 30. *vers.* 19. *Examin.*
pag. 350. *cit. vers.* 8. *seq.*
pag. 22. *seq*
pag. 41. *Examin.*
pag. 40. *vers.* 23. *cit.*
pag. 502. *ver.* 14. *Tom. III.*
pag. 232. *Examin.*
pag. 5. *vers.* 21.

fraudi esse non volo; totum id, quidquid illud fuerit, industriæ suæ, libenter acceptum referam. Ad *Problema* illud, ab ipso *pag.* 351. *Volumin. XX. Diarii* expositum, quod attinet; cur illud *Geometris Italicis* præcipuè inscripserit; quærere ab aliis malo, quàm dicere. Utrùm *Nostri* ad illius *solutionem* aggressuri sint; nescio: Hoc scit unus, vel alter ex Amicis meis: me, magis omnia, quàm *Geometram*; cum triginta, & ampliùs annorum, non modò *Algebræ*, sed ne *Geometriæ* quidem nomen audivissem: cujus tota supellex *Mathematica*, in *Mathesi Sturmii Enucleata*, & *Gallico infinitè parvorum libro* consistit: cuique, non equidem dixero nomina, sed certè volumina, non solùm *Archimedis*, *Apollonii*, *Proculi*, aliorumque veterum, ac *Vietæ*, *Slusi*, *Mercatoris*, *Bacheri*, *Vallisii*; *Hugenii*, cæterorumque recentiorum exterorum; sed & nostratium, *Renaldini*, *Viviani*, *Borelli*, *de Angelis*, quin, & illorum, quibus *analysis infinitè parvorum*, & elegantioris physicæ fundamenta debentur, *Cavallerii* scilicet, ac Provincialis mei *Torricelli*, incognita hactenus sunt; illud apud *Bibliopolam*, ubi *Volumen Diarii*, non dum compactum reperi, in schedula descripsisse; atque in alia taberna libraria; Nobili, ac Eruditissimo Viro, (cni urbanitatis gratia, aures præbendæ erant) identidem, in manu papyrum tenentem, atque hac de re meditantem me interpellante, mox persoluisse: & in adversa chartæ ejusdem pagina, curvæ BbC quæsitæ, *æquationem*; $y^3 = 6a^3 - 6aax$, aut $y^3 = 6aax$, (quod ostendit; eam, sive virium centrum, finito; sive distet a puncto A intervallo infinito, semper esse *parabolam cubicam*) exposuisse. *Analysim*, cum sit facilis omitto; illud addo, difficiliores, hac de re posse institui quæstiones, quarum dissolutioni plures, & variæ curvæ, non modò pro diversa, sed pro eadem puncti C (finita, scilicet, aut infinita) distantia, usui esse possunt: nam, exempli causa, si cum Amico meo quæramus, quænam sit curva BbC, cum vires ad Centrum C tendentes sunt ut AB, aut BC (x), & tempora, ut *coordinatarum* differentia, aut summa ($x \mp y$), atque omnes quæsiti attributiones, (circumstantias vocant) prosequamur; in meditatione non ineleganti, & quæ fortasse *Nostro*, sub alio cœlo degenti,

genti, non parvum negotium facesseret, versabimur. Hæc ferè habui, quæ super hac re ad Te scriberem: Ne dicerentur à me, una ratione, *Noster* vitare poterat; judicio suo in res meas, demonstrationem *Geometricam* addendo: Sine ea, sic judicanti, superbiùs tacuissem, quàm, quæ sentio liberè respondi.

Ad alterum epistolæ tuæ caput *mathematicum*, ut veniam: quæris, ex eo die, quo literas ad me dedisti, quid pepererit industria mea; quid novi in hac scientia invenerim; quid meditatus egregii sim. Magni ingenii hæc sunt *Vir Amicissime*, & maximi ocii; quibus ego rebus, & indigeo; & si abundem, sine libris tamen, qui aliorum inventa nobiscum communicando, & nos instruunt, & sæpe ad nova, viam nobis muniunt, & materiam suppeditant, quid faciam? Ego toto vertente hoc anno, duo tantùm *problemata* attigi; quorum alterum, *Amici Eruditissimi* magnum studium, multaque opera, plures menses in illo frustra consumpta; alterum rei novitas, & elegantia, mihi, in imprimendo, & corrigendo *Examine*, atque texenda hac epistola occupatissimo, commendarunt. Susceperat *Geometra* peritissimus dissolvendum egregium quoddam *problema*, cujus expeditio *methodum tangentium inversam* postulabat; cumque ut ipse narrabat, in quæstionem sibi charam, diu, multùmque incubuisset, neque eam *indeterminatas* separando ad exitum perducere potuisset; quodam die, quo die ambulatiunculas nostras, longis intervallis temporis interruptas, regustavimus; eandem mihi posuit; si fortè possem ad optatam *æquationem* sibi aditum aperire. Ego, qui ex quadam formula, quam memoria tenebam, statim intellexi; *problema* hocce, ex iis esse, quę, si minùs alia via, *Bernulliana* certè ($x = zy$,) aut mea ($x = y$: z, vel aliis quas habeo) *substitutione*, (quibus, ille in publico, & ego in privato, alias ejusdem generis *solutiones* expedivimus; & uterque in privato, omnes id genus *æquationes*, quotcunque membris; quoquo modo *signis radicalibus* cujuscunque gradus implicatis, compositas; ad eas, quarum *indeterminatæ* separari à se invicem possunt, revocavimus) tractari cōmodè possunt: quanquam aliis (ut dixi) districtus curis, ut morem amico gererem, negotium, onusque suscepi; atque

D 3 eadem

Digitized by Google

eadem die, subcissivis quibusdam temporibus, rem expertus; non modò ea, qua dixi ratione, sed variis aliis, iisque simplicioribus, ad *æquationem* explicandam perveni; cumque animadvertissem, inter alias, assumptionem hanc, $xx + 2xy . 1 : 2 . = zx$, non solùm ad *signum radicale* auferendum valere; sed artificium quoque nostrum, ad *indeterminatas* separandas continere: omissis aliis, quæ tunc solùm illi, adiumento esse poterant; *Virum* de me optimè meritum, ejus, quæ ad dissolvendas prope infinitas id genus quæstiones in posterum illi usui esse posset, participem facere volui; minimè dubitans, quin ille, pro sua perspicacitate, si hac ratione ritè tractata ad *æquationem* suam, in qua ipsi aqua tanto tempore hæsit, *indeterminatarum* separatione instituendam, ac perficiendam accederet; artem hanc, majorem quandam vim habere, latiùsque patere, quàm ibi exponeretur, intelligeret; atque per se, ipse, sibi ex ea, viam, aditumque; non modò ad *problemata* illa extricanda, pro quibus alibi, * peculiares, & præcipuas rationes adhibuit; sed ad innumera alia ejusdem generis expedienda, compararet: Quod ex mea sententia evenisse; & consultò; instituto secum sermone; de meo, ejus quoque *æquationis* pertractandæ consilio, paucos post rei communicationem dies intellexi, & nunc ex brevis illius disputationis editione, * maxima cum animi voluptate cognosco. Atque utinam *Vir Cl.*, tunc, cum mihi narravit: se in *theorema* quoddam generale, (quod hoc esse, facilè sum suspicatus) in adversariis suis, ad privatum studiorum suorum usum servandum, incidisse; suum illud evulgandi consilium aperuisset; nam ipsi ostendere quoque potuissem, qui hæc eadem substituendi ratio ($x = zy$, vel $x = y : z$,) in iis quoque *æquationibus*, in quibus literæ *constantes*, dimensiones complent, aliquando usum habere possit.

De constr. æquation. different. primi gr. pag. 168. 198. Tom. 18. Diar. It. artic. 10.

Alterius *Problematis* attingendi causam, jam pridem mihi dederat *Celeb. Joh. Bernulli*, qui cum mihi ostendisset viam, inveniendi curvam, quæ cum sit *indeffinitè* (ut dicunt) *inquadrabilis*, unum tamen habeat spacium *quadrabile*; cupiditatem iniecit, quærendi aliam; quæ eodem modò *inquadrabilis*, tot tamen, quot libuerit spacia *quadrabilia* contineat. Ad quæstio-

ſtionem hanc novam, & elegantem, mentem appulimus; atque poſtridie, communiter reiiecta *ſolutione* quadam, quæ primo adſpectu ſe ſe utrique obtulerat, qua planè res non perficiebatur; in eam paulo poſt incidi, qua perfectè negocium abſolvi; ope curvæ *Algebraica* vulgatiſſimæ, quæſitam deſcribendo: Verùm, quanquam hæc *ſolutio*, perfecta, atque omnibus ſuis numeris eſſet expleta; quia tamen, curvæ *aquatio* per *coordinatas*, *x* & *y*, hac via commodè exponi non poterat, nunquam tota ad animum mihi reſponderat; quare ubi primùm, eandē rem tractandi, occaſionem ſum nactus; aliam quæſivi, qua illam conficerem; atque ad curvæ *aquationem* generalem perveni; quæ novum curvarum genus (ut ſic dicam) *amphibium*, ſive potiùs *androgynum*, Veteribus ignotum, in *Geometriam* inducit; & qua, inter alia non inelegantia, hoc quoque præſtare poſſum; ut *quadrabilia* ſpacia, terminentur *abſciſſis*, dato quolibet ordine, & ſerie diſpoſitis. Sed de his alio loco, ſuo tempore agetur; iterum vale. *Decim. ſeptim. Kal. Junii.*

FINIS.

MO-

n.4.fac.77. Examin.

CUm precipuum dissolvendæ quæstionis a Professore* *positæ negotium ; non in inveniendæ universali virium* centralium *formula ; sed in generali* æquatione dy = dx : nxx − 1 − 2xx ∫fdx .1: 2., *ad eam, quæ solas, omnesque* Algebraicas *curvas complectatur, sine ullo errore revocanda, positum sit : fierique facilè possit, ut per* paralogismum *transeundo, ad formulam, si minus vitiosam, atque corruptam ; at contaminatam tamen, & veluti contagione quadam affectam perveniamus ; quod non insolenter, & rarò, sed vulgò evenire solet ;* Professorique *ipsi, cum, in dissolvendo* problemate *virium* centralium *in pleno evenisse demonstravi, tum in exequenda hac quæstione, non modo suspicor, sed planè intelligo ; commodiùs me facturum esse existimo, si ad eas formulas, quas ad similitudinem illius, quam* Professor* *evulgavit, edidi,** æquationem *ex* infinitis *generalem, plenè, cumulatèque perfectam, & omnibus suis numeris absolutam adjunxero ; ut non solùm justæ* solutionis *fidem, non ambiguo hoc argumento faciam ; sed etiam, ut hoc pacto, lumen aliquod præferendo, ac peritioribus, qui debeant nostræ formulæ digeri, ut in* problematis *vera, ac germana* constructione *usui nobis esse possint, ostendendo ; planum quoque faciam ; me, non adeo de mearum cum* Professoris *formula, (quæ ut nunc exponitur, insidiosa, & fallax est) consensu laborasse ; quin de evitando* paralogismo, *ejusque effectu pro re nata corrigendo solicitior fuerim. Hæc igitur est* æquatio *generalis ex* Analysi hac *nostra exoriens.* dy = dx: nxx + o ∓ e m.4. ∓ nmm ∓ 2bm.3.: ppxx ∓ e μ.4. xx ∓ μμxx ∞ 2bμ.3. xx: ππ − xx .1: 2. *ex qua ritè, & arte tractata, pro varia elementi* m *æstimatione, innumerabiles, & infinitæ* Algebraicæ *curvæ, à* Mechanicarum, *(quibuscum,* transcendentis æquationis *involucro tectæ confundebantur) conjunctione secreta, & libera, emanant.* Solutionis *nostræ progressum, neque exponimus, nec aperimus ; neque* Professoris

loc.cit.

pag. 201. 203. Examin.

ʋ = + −

∞ = − +

n.4.fac.77
Examin.

loc.cit.

pag. 201
203. Exa
min.

s=+−

8=−−

e progressum, neque exponimus, nec aperimus, neque Profer-
foris

foris *vitia in apertum referimus, & corrigimus; tum quia, & ab insigni hoc* Geometra *hujusce maximæ rei enodationem expectare jubemur; tum verò præcipuè, quia pro nostra consuetudine, aliquod insigne indicium extare priùs volumus; quo, ipse per se ad suæ lucubrationis correctionem, & emendationem pervenire possit; Illud tantùm, ut faciliùs rem exequatur, ipsi indicamus;* paralogismum *eum, in quem hoc in negotio incauti facilè delabuntur, ejusdem esse generis, atque illum, in quem incidisse* Articulum, Diarii Tom. XI. octavum, in invertendo *radii* osculatoris *dicti* problemate, *Amicus noster tribus ab hinc annis justa Epistola, italicè ad harum rerum tyronem, de hoc, & quibusdam aliis, cum hujus, tum aliorum ejusdem* Diarii Articulorum Geometricorum *erratis scripta, tuncque quibusdam de causis, quibus nunc ampliùs locus non est, compressa, & postea fortasse neglecta, luculenter demonstravit.*

ERRATA SIC CORRIGE.

*Pag.*4.*v.*33.*verò.*34.*quæ.*37.*nec per jocum quidem.*5.15.in margin. scribe, *Artic.*14.*Tom.*4.*& Art.*5.*Tom.*7.7.4.*contemplationibus.* 37.*si minus.*9.11.*velocitatem.*16.30.*solutione.*17.12.*sive.*19. 5. *&* 36.*si minus.*17.*rationem.*20.24.*& à.*25.*in medio.*21. 7.*conterere.ibid.*16.*contemplationibus.*22.in secunda postil.in margin. adde, *Examin.*24.24.*aditum.*28.*redit.*25.2.*ne tota quidem.* 27. 8.*persuaderi* 22.*difficillimas.*28.13.*aditus.*21.*tandiu.*29.31.*voluerit.*31.3.*aditum.*35.16.*rationem.*39.23.*rejecerat.*40.8.*inepta, atque insulsa censura.*11.*coeperit.*42.2.*parallelis.*9.*confecisse.*44. 5.*egisse.*7.*doctissimis* 16.*si minus.*24.*discessisse.*45.2.*ipse.*36.*muneri.*47. 6.*condemnent.*48. 3.*præjudicatæ opiniones.*

Si quis est, qui adeo excellenti sit sensu, ut inusitato verbo (*Impressoria*) Typographi nomine in prima *Examinis* fronte usurpato, offendatur: is sciat; illud ab insana Operæ libidine, inductum; insciente illo, ac imprudente (ut nihil hujusmodi suspicante) irrepsisse Auctore, qui ut omnis peritissimus scribendi elegantiæ non sit; hujusmodi insolentia vocabula certè vitare; & aliorum didicit scriptorum exemplo, & proprio semper consuevit ingenio.

Vidit

Vidit D. Augustinus Maria Alfieri Cler. Regul.Sancti Pauli & in Ecclesia Metrop.Bonon.Pœnit.pro Eminentiss., & Reverendiss. D.D.Jacobo Card. Boncomp. Archiepis.Bonon., & Principe.

Ad Excellentiss. D. Doctor. Rondelli.

Fr. Jo: Victorius Massa Vicarius S. Officii Bonon.

Vidit, atque Typis mandari posse censuit Hjemynianus Rondelli Sanctissimæ Inquisitionis Revisor ord.

Stante prædicta Attestatione.

IMPRIMATUR

Fr. Jo. Victorius Massa Vic. Sancti Officii Bononiæ.